

氏名(本籍)	まさ いけ かん ぞう 政 池 寛 三 (東京都)
学位の種類	理学博士
学位記番号	博乙第133号
学位授与年月日	昭和58年3月25日
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	QF-3 Rings with Semi-Primary Quotient Rings. (半準素な商環を有するQF-3環)
主査	筑波大学教授 理学博士 太力川 弘 幸
副査	筑波大学教授 理学博士 阿部 英 一
副査	筑波大学教授 理学博士 中川 久 雄
副査	筑波大学教授 理学博士 内山 三 郎

論 文 の 要 旨

可換環の研究と非可換環の研究との間の大きな差異の一つに前者に対して古商環は無条件に存在するが後者に対してそれは一般に存在しないことを挙げるができる。さらに存在しても一般に左商環と右商環とは異なるのである。1963年J. Lambekは古典商環の概念を極大商環の概念にまで拡張すれば非可換環に対しても極大商環が常に存在することを示した。当然、環とその極大商環との関連が研究の対象になるが、1967年半単純極大商環をもつ環の特徴付がF. Sandomierskiによってなされた。一方、同年J. P. Jansは準フロベニウスの(以下QFと略称)古典商環をもつ環の特徴付を与えた。これはべき零イデアルをもつ古典商環を扱った興味ある研究である。

本論文で著者はQF環又はQF-3環を極大商環としてもつ環の構造及びその加群圏を研究している。ここでQF-3環とは群環、三角行列環などを含む概念で、最小忠実加群、即ち任意の忠実加群に直和因子として含まれる加群、の存在するような環のことである。

第1章では自己入射の右極大商環 Q をもつ環 R の特徴付を与えている。特に $E(R)$ -右零化イデアルの昇鎖律を R に課することにより Q がQF環になることを示し、更に上述Jansの特徴付における4条件のうちの1条件が過剰であることを指摘している。

第2章では環 R の極大右商環 Q の有限生成右 R -部分加群が R の直積に埋蔵されることと Q が極大左商環に埋蔵されることとが同値であることを証明している。更に Q が S -環の場合、 Q の有限生成右 R -加群が自由加群に埋蔵されること、 Q が右 R -加群として平坦であること、 Q が極大左商環であ

ること、いずれも同値になるという興味ある結果も導いている。

第3章においては環 R が準素QF-3, 両側極大商環をもつための次の必十条件を与えている： R の零化左イデアルに対し降鎖律が成立し、更に $E({}_R R)$ の有限生成部分加群が ${}_R R$ の直積に埋蔵される。

極大商環の理論は局所化関手の理論に自然に関連するが、第4章では商加群のつくる部分圏間の双対定理が成立する条件が研究される。又第5章では準素QF-3 極大商環をもつ環 R に対し、有限生成 reflexive 加群 X , 即ち $\text{Hom}_R(\text{Hom}_R(X, R), R) \simeq X$, は ${}_R R$ の直積に rational closed な部分加群として埋蔵されることを証明している。

審 査 の 要 旨

第1章におけるQF-極大商環に関する定理はB. Stenström著：Rings of Quotients, Grund. Math. Wiss. (Springer) に政池の定理として既に掲載されており同研究分野から注目されている結果である。又第2章の極大右商環と極大左商環との一致に関する結果も S -環の平坦性との関連において興味あるものである。著者の研究はこのように基本的な問題に極わめて精緻な解答を与えるというもので、秀れた洞察力を伺わせるものである。第3, 4, 5章は環が準素QF-3 極大商環をもつ場合、極大商環の構造がもとの環の構造、その上の加群、双対定理に如何に反映するかを問題にしている。特に定理3, 4はColby-Rutter (1971), Ringel-Tachikawa (1975)の研究を発展させた最終的結果、と見做せ高く評価できる。

よって、著者は理学博士の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。