

氏名(本籍)	いけ やま 池 山	たもつ 保 (三重県)
学位の種類	理学博士	
学位記番号	博甲第177号	
学位授与年月日	昭和58年3月25日	
学位授与の要件	学位規則第5条第1項該当	
審査研究科	数学研究科 数学専攻	
学位論文題目	Torsion Theories and Localizations in The Category of Modules. (加群の圏におけるトーシヨン理論と局所化について)	
主査	筑波大学教授	理学博士 太刀川 弘 幸
副査	筑波大学教授	理学博士 小 泉 正 二
副査	筑波大学助教授	理学博士 加 藤 豊 紀
副査	筑波大学教授	理学博士 村 松 寿 延

### 論 文 の 要 旨

可換環 $R$ の素イデアル $\mathfrak{P}$ に対し、 $R-\mathfrak{P}$ を分母集合にとるとき分数環 $R_{\mathfrak{P}}$ は局所環になり、 $R$ の興味ある諸問題は $R_{\mathfrak{P}}$ のそれに変形されて解かれることが屢々である。 $R$ 及び $R$ -加群から $R_{\mathfrak{P}}$ 及び $R_{\mathfrak{P}}$ -加群を構成することを局所化と云うが、この局所化の概念は1960年代に入ってからP. Gabriel, J. M. Maranda等により稠密イデアルの抽象化であるGabriel位相と呼ばれる $R$ のイデアルのフィルター $f$ を用いる構成に定式化され、一般化された。ここではもはや可換環である必要はない。一方1966年S. E. Dicksonはトーシヨンアーベル群とトーシヨンフリーアーベル群の関係を公理化して、アーベル圏にトーシヨン理論を導入した。アーベル圏 $C$ におけるトーシヨン理論とは $C$ の対象の類の対 $(T, F)$ を指し、 $T$ に属する対象の剰余対象はまた $T$ の対象であり、 $F$ に属する対象の部分対象はまた $F$ の対象である。一般に $T$ に属する対象の部分対象は $T$ に属さないが、属する場合そのトーシヨン理論を特に遺伝的であるという。

さて遺伝的トーシヨン理論とGabriel位相とは1-1に対応し、その対応は $T \rightarrow F = \{ I \in R \mid R/I \in T \}$ によって与えられることはJ. Lambekの著書Lecture Notes in Math. 177 (Springer-Verlag, 1971)に詳述されている。

しかし本論文の主題はむしろGabriel位相に関連する非遺伝的なトーシヨン理論の存在、その特徴付および局所化の研究である。先づ第1章では上述の対応 $T \rightarrow f = \{ I \in R \mid R/I \in T \}$ において $f$ がGabriel位相になるために $(T, F)$ が遺伝的である必要のないことを指摘し、必十条件は $(T, F)$ が巡回

遺伝トーシヨ理論,すなわちTに属する巡回加群の部分加群もTに属するようなトーシヨ理論であることを明らかにしている。更に可換環上の加群圏におけるトーシヨ理論はすべて巡回遺伝的であることを証明している。

第2章では巡回遺伝的トーシヨ理論の拡張概念である有限遺伝的トーシヨ理論を導入し,可換環と森田同値な環のトーシヨ理論はすべて有限遺伝的であることを証明している。

第3, 4, 5章において著者は遺伝的トーシヨ理論,有限遺伝的トーシヨ理論,巡回遺伝的トーシヨ理論が真に異なる理論のclassを形成することを例を与えることで実証し,又分裂的トーシヨ理論の分類問題を解いている。

さて与えられたトーシヨ理論に対して全く圏論的に加群の局所化が定義できる。勿論Tが遺伝的ならこの局所化はTに対応するGabriel位相を用いて定義される局所化と一致している。第6章において著者は如何なる遺伝的トーシヨ理論の局所化とも一致しない,然し或るトーシヨ理論に関しては局所化になっている加群を構成している。

## 審 査 の 要 旨

著者は  $(T, F)$  が遺伝的トーシヨ理論に限らないとき対応  $T \rightarrow f = \{ I \in R \mid R/I \in T \}$  は 1-1 でないことを指摘し, Gabriel位相  $f$  を与えるものとして巡回遺伝的トーシヨ理論を見出した。これはトーシヨ理論に新しい視点を与えた点で注目に値する業績といえる。しかも可換環上のトーシヨ理論は全て巡回遺伝的であることを証明しており,興味ある理論といえる。なお著者は多くの実例を構成して諸トーシヨ理論の本質的な違いを明らかにするなどその力量は高く評価される。また遺伝的トーシヨ理論の局所化としては表わせない局所化の存在提示は局所化の理論に新しい問題を提起するものとして興味あり,今後の発展が期待される。

よって,著者は理学博士の学位を受ける十分な資格を有するものと認める。