

氏名(本籍)	岩本豊 (愛媛県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1,490号
学位授与年月日	平成8年3月25日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	STRUCTURE OF MENGER MANIFOLDS AND TRANSFORMATION GROUPS (メンガー多様体の構造と位相変換群)
主査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学教授 理学博士 伊藤光弘
副査	筑波大学教授 理学博士 赤平昌文
副査	筑波大学教授 理学博士 梶谷邦彦
副査	筑波大学講師 理学博士 酒井克郎

論文の要旨

本論文は、幾何学的位相空間論の主要な研究対象の一つである、メンガー多様体の位相構造とこれに作用する位相変換群についての研究で、6章からなる。

n -次元メンガー空間 μ^n は、“全ての n -次元コンパクト距離空間は、 μ^n に位相的に埋蔵される”という性質を持つことから、 n -次元コンパクト万有空間と呼ばれ、古くから非常に重要な空間となっている。ある n について、局所的に μ^n と同相な可分距離空間を、メンガー多様体 (あるいは μ^n -多様体) と言う。この空間は、ヒルベルト立方体 $Q = [0,1]^\omega$ と局所的に同相な可分距離空間、いわゆるヒルベルト立方多様体 (あるいは Q -多様体) から類推され、前者は有限次元、後者は無限次元という相違を考慮しつつ幾つかの重要な研究がされた。先ず1980年代 Bestvina により、Toruńczyk の Q -多様体の特徴付けを元にメンガー多様体の位相的特徴付けが与えられた。この研究を契機に、その後 Dranishnikov や Chigogidze らの研究によって、メンガー多様体は、有限次元でありながら、 Q -多様体から類推される幾つかの良い性質を持つことが明らかにされた。しかし、有限次元と無限次元の違いは考察上非常に大きく、実際 Q -多様体 M は積空間 $M \times Q$ と同相であり、この安定性と呼ばれる性質が Q -多様体では重要な役割を演じるが、有限次元では積空間の次元は高くなるので、このような安定性はメンガー多様体に対してはそのままでは成立しない。このような状況の下、メンガー多様体は取り扱いが非常に難しいとされているが、本論文では Q -多様体から類推される新たな性質を見出し、また、 Q -多様体から離れて、メンガー多様体の独自の性質を見出すことに成功した。

以下、章ごとに内容を述べると、第1章は本論文の準備で、本論文で用いる技術的な記号、用語の解説と、メンガー多様体の基本性質を定理の形で幾つか述べている。

第2章では、メンガー多様体の n -ホモトピー核を考察し、 $[0,1]$ -安定な Q -多様体に相当する性質である n -ホモトピー核が自分自身に等しいメンガー多様体の位相的特徴付けを与えた。

第3章では、連結なメンガー多様体は、ある種の単独なメンガー立方体の境界を適当に貼り合わせて実現できることを証明した。

第4章では、Anderson の1次元メンガー立方体の自己同相群に関する定理を、一般のメンガー立方体に拡張できることを示した。

第5章においては、 Δ_n -積の概念を導入し、 Q -多様体の安定性に対応するメンガー多様体の性質を表現するのに成功した。

第6章は、本論文のいわば中核をなす部分であるが、0次元コンパクト位相群 G のメンガー多様体 M への作用を扱っており、 M の任意の閉集合 X に対して、 X が単位元ではない G の任意の元の不動点集合となるような半自由な作用が存在することを示した。これは非常に良い結果であり、“ μ ”の任意の閉集合 X は M 上の適当な同相写像の不動点集合となるか?”という問題の完全な、しかも非常に一般的な解答を与えている。この成果は一般の位相多様体上の変換群に関するヒルベルト-スミス予想とも関連し極めて興味深い。またさらに、5章の結果を利用して、 n -次元位相完備万有空間をモデルとした多様体に対しても、同様な結果を得ることを示した。

審 査 の 要 旨

メンガー多様体は Q -多様体のいわば有限次元版であるともいえるが、上に述べたように有限次元と無限次元の差は非常に大きく、有限次元であるが故にメンガー多様体は Q -多様体より一般に非常に難解である。本論文では、2章から5章に見られるように Q -多様体から類推される性質をメンガー多様体上で論じ、興味ある結果を得ているが、さらにそれに止まらず、6章においては変換群に関してメンガー多様体の新たな可能性を示しており、その進展は今後も大いに期待される。本論文は、成果及びその手法を通して、この方面の研究に高く寄与したものと考えられる。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。