氏 名(国 籍)	施(し) 建(けん) 明(めい)(中 国)
学位の種類	博 士(数理工学)
学位記番号	博 乙 第 1,380 号
学位授与年月日	平成10年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当
審査研究科	社会工学研究科
学位論文題目	Optimization Algorithms for Some Network Flow and Geometric Problems (幾つかのネットワーク・フロー問題と計算幾何学問題に対する最適アルゴリズムの研究)

主 査	筑波大学教授	Ph.D.	藤原良叔
副 査	筑波大学教授	工学博士	岸本一男
副 査	筑波大学教授	工学博士	腰塚武志
副 査	筑波大学教授	工学博士	山本芳嗣
副 査	筑波大学助教授	工学博士	久野章子

論文の内容の要旨

本論文は主にネットワーク・フロー問題，計算幾何学などに関する幾つかの非凸最適化問題を扱っている。この研究の目的は扱っている問題に対して効率的なアルゴリズムを提案することである。論文は七章で構成されている。

第1章で研究の背景と手法，既存の研究，得られた成果と貢献の概略を述べている。その上，提案しているアルゴリズムの長所と応用面なども述べている。

第2章では本論文に使っている数学の概念の説明などを与えている。更に，数理最適化の基礎となる概念，定理なども書かれている。最後に，本論文に必要となるグラフ・ネットワークフローの基礎知識について述べている。

第3章では，最小極大流問題を取り上げている。与えられたグラフ $G(V, E)$ とネットワーク $N(G, c)$ に対して，以下の条件を同時に満たす N の実行可能フロー ξ' が存在しないとき，我々は N の実行可能フロー ξ を N の極大フローという：

1）任意の $e \in E$ に対して $\xi'(e) \geq \xi(e)$ が成立する，

2）$\xi'(e) \neq \xi(e)$ が成立する $e \in E$ が存在する。

最小極大流問題とは極大フローの中で最も値の小さいフローを見付け出す問題である：

$\gamma^* = \min\{\xi$ の値 $| \xi$ は N の極大フローである$\}$。

著者はネットワークフローの各枝に対して下限 ℓ を入れて問題を解くことを試みている。N が連結かつ閉路を含まなければ，この問題が凹関数を多面体の上で最小化することと等価であることを明らかにした。大域最適化の手法を用いてこの凹関数を最小化することが3章の主な内容であり，フローの下界値を改良し最適解を求める二つのアルゴリズムを提案している。応用としてこの問題の特別なケースである最小極大マッチング問題も取り上げている。これによって，最小極大流問題は NP-困難であることを示した。提案したアルゴリズムに対して数値実験も行なっている。N の枝の本数を m とすると，平均計算時間はおよそ $O(m^6)$ であるという結果を得ている。

第4章では幾つかの凸集合の差集合として表された領域の上で線形関数を最小化する問題を考えている。従来

の解法で凸集合から幾つかの凸集合を除いた領域の上での狭義凸関数のみを対象にしていたのに対し，この章では線形関数を対象にしている。一般的に，凸集合の上での凸関数を最適化する問題と凸集合から幾つかの凸集合を除いた領域の上の線形関数を最適化する問題とは等価であることから，この章で取り上げている問題はより広いクラスに含まれることが分かる。提案しているアルゴリズムでは緩和近似法を用いて実行領域を多面体で近似する。これによって最適値の下界値の計算ができる。下界値を達成する点が実行可能領域に入っているならアルゴリズムが終了する；実行可能領域に入っていなければ，切除平面法と分枝限定法によって，最適解のある領域を狭めると同時に下界値を改良する。これらの方法によって生成された点列が最適解に収束することを示している。このアルゴリズムをベースにして，今まで解けなかった計算幾何学で良く知られた3次元以上の真円度問題と最大空円問題を解くアルゴリズムも提案している。このアルゴリズムは計算幾何学，都市計画をはじめ幅広く応用されることが期待される。

第5章では一般分数計画を扱っている。今まで多く研究された一般分数計画とは異なって，分子と分母共に凸関数である一般分数計画の解法をテーマにしている。分子と分母共に凸関数である一般分数計画の解法は今まで提案されていなかった。この章では，まず一般分数計画の性質を調べ，その解法をまとめた。さらに，ある種のミニマックス2次分数計画を取り上げ，この問題の性質を調べたあと，最適解の存在する条件を示している。さらに，2次分数計画の特殊ケースである計算幾何学の問題，重み付き最小包囲円（球）問題に対してもアルゴリズムを提案している。このアルゴリズムはある既存の再帰的なアルゴリズムを利用しており，その性能は元のアルゴリズムに左右されるが，その反面，元のアルゴリズムの改善が，このアルゴリズムの改善につながる。計算実験を行った結果，提案しているアルゴリズムの反復回数が点数の次元とその個数に殆ど依存しないことが分かった。

第6章では計算幾何学の問題である最小ノルム点問題を取り上げている。最小ノルム点問題は凸計画の問題であるが，扱っている問題の実行可能領域は与えられた複数の点の凸包とあるアフィン部分空間の交わりであるという特徴を持っている。複数の点からできた凸包を不等式で表すという効率の悪い手法を避けるため，アフィン部分空間の制約のない最小ノルム点問題に対する既存の解法を拡張してアルゴリズムを提案している。このアルゴリズムはマルコビッツのポートフォリオ最適化問題に応用でき，その適用方法も示している。提案しているアルゴリズムに対して，ランダムデータに対する数値実験と実際の日経225データによる数値実験を行ない，この有効性を示した。

第7章は全論文の結論である。各章で取り上げた問題の今後の研究方向について述べた上，本論文で提案しているアルゴリズムの特徴，欠点などにも触れている。

審査の結果の要旨

第3章で取り上げられている最小極大流問題は，従来の制御可能なフローを前提にしていたネットワークフロー理論に一石を投じるものであり非常に興味深い。さらに伊理の提案している制御不能流にまで守備範囲を広げることができればさらに面白いものになったであろう。第4章で提案されている算法のアイデア自身はさほど新しいものとは思えないが，これによって高次元の最大空円問題や真円度問題を解くための基礎が与えられている点で，意義がある。第5章で分数計画問題の拡張を試みている。これはあまり大きな貢献ではないが，高次元の重み付き最小包囲円問題などがここで提案された算法で解くことができるようになった。最後の最小ノルム点問題はポートフォリオ問題への応用など実用的な観点から興味深く，提案されている方法も実用に耐えるものであることが数値実験によって示されている。

よって，著者は博士（数理工学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。