

氏名(本籍)	うちだせいご(新潟県)		
学位の種類	博士(経済学)		
学位記番号	博乙第2217号		
学位授与年月日	平成18年6月30日		
学位授与の要件	学位規則第4条第2項該当		
審査研究科	人文社会科学研究科		
学位論文題目	協力ゲームの公理的分析とネットワーク形成		
主査	筑波大学教授	Ph. D (経済学)	篠塚友一
副査	筑波大学教授	Ph. D (経済学)	仲重人
副査	筑波大学助教授	経済学博士	平山朝治
副査	筑波大学助教授	Ph. D (経済学)	穂刈亨
副査	横浜国立大学助教授	Ph. D (経済学)	西村幸浩

### 論文の内容の要旨

内田氏の博士学位請求論文は、複数の意思決定主体(プレイヤー)たちの利害の相互依存関係を数学的に表現したモデル(ゲームモデルあるいは単にゲーム)を、数理的手法を用いて研究して得た成果を取り纏めたものである。本論文の最終章以外では、プレイヤーたちの間での協力を前提とし、この前提のもとに展開される研究分野は協力ゲーム理論と呼ばれる。したがって、本論文のうち最終章以外は、協力ゲームの理論研究に関する成果を取り纏めたものとみなせる。最終章では、非協力ゲームの立場から、プレイヤーたちの中で形成される情報伝達のネットワークが、時間の経過とともにどのように変化して行くかを分析している。

第1章「協力ゲームと配分ルールと公理」は、費用負担問題や遺産相続問題といった著名な事例を使って、協力ゲーム理論の基礎的な諸概念を概説している。本章では、効用が譲渡可能と仮定して協力ゲームの理論を展開している。すなわち、プレイヤーたちの利得が、貨幣のような共通の単位で表される状況を前提とするのである。このように、譲渡可能効用(transferable utility)の仮定に立脚したゲームをTUゲームという。以下では、特に断らない限り、ゲームといえば、TUゲームを意味するものとする。著者が着目する公理は「整合性」と「母集団単調性」である。所与のゲームに含まれるプレイヤーのうちの一部を「除いて」構成した縮小版のゲームをプレイしても、ゲームの結果は、ゲームを縮小する前と変わらないという要請が整合性の基本的な考え方である。プレイヤーの「除き方」をどのように定義するかに応じて、max型、complement型等の複数の縮小ゲームの定義が可能となる。これとは対照的に、母集団単調性の公理では、プレイヤーの集合(母集団)が拡大する状況を考える。新たなプレイヤーが参加しても、既存のプレイヤーの利得が減少してはならないことを要請するのが母集団単調性の基本的な考え方である。

第2章「TUゲームの3つのクラスにおける縮小ゲーム整合性とコアの関係について」は、穂刈亨氏との共同研究の成果にもとづいている。本章において、著者は凸性を満たすゲームの集合、準凸性を満たすゲームの集合、優加法性と平衡性を満たすゲームの集合を考察する。主要な結論は以下の通りである。第一に、凸ゲームの集合上では、complement型整合性と個人合理性を満たすがコアと異なるような配分ルールが存在することを論証した。第二に、max型もしくはcomplement型のどちらのタイプの縮小ゲームの定義を

採用するにせよ、準凸ゲームの縮小ゲームは、必ずしも準凸ではないことも示された。

第3章「準凸ゲームのクラスを定義域とする場合における母集団単調性を満たす配分ルールについて」も穂刈亨氏との共同研究の成果にもとづいている。本章の主要結果は定理1に示されている。すなわち、シャプレー配分ルールあるいはダッタ＝レイ配分ルールを、凸ゲームの集合から、準凸ゲームの集合上にまでどのように拡張しても、効率性と母集団単調性のいずれかが満たされなくなるという不可能性定理が成立するのである。

第4章「PFゲーム(partition function games)における整合性について」も穂刈亨氏との共同研究の成果にもとづいている。本章においてPFゲームの集合上で定義された配分ルールについて考察する。PFゲーム、あるいは分割関数ゲーム(partition function game)とは、プレイヤーの集合の分割(提携構造)が与えられたとき、分割を構成するプレイヤーの各部分集合(提携)に対して、一定の利得を割り当てる実数値関数のことである。著者は、PFゲームに対してcomplement型とself型の縮小ゲームを新たに定義し、協力ゲームにおける標準的公理と組み合わせることによって、新たな配分ルールの導出に成功した(定理1および定理2)。

第5章「ネットワーク形成のモデルにおける効率性と安定性」は、穂刈亨氏および飯村允基氏との共同研究の成果と、内田氏が単独で行った成果(第5.4節)を取り纏めたものである。著者は、マット・ジャクソン＝アッシャー・ウリンスキーのコネクション・モデルを考察している。このモデルは以下の特徴を持つ。2人のプレイヤーの間でリンクが結ばれると、情報交換上の利便性が高まる。一方、リンクを結ぶためには費用がかかる。3人のプレイヤーの間I、II、IIIの間で、IとIIおよびIIとIIIの間でリンクが結ばれているとき、IとIIIの間では間接的な形でリンクが生ずる。このとき、情報交換上の利便性は直接的なリンクの場合よりも小さい。プレイヤー間のリンクたちの集合をネットワークという。リンクの形成には2者の同意が必要で、当事者のうち一方がリンクの切断を希望すればリンクは直ちに切断できる。以上の設定で、著者はジャクソン＝ウリンスキーが定義した意味で安定的なネットワークを求めた。

## 審査の結果の要旨

第1章において著者は、図を多用し、数値計算の直観的意味を丁寧に述べているので、本章の解説は第2章以降に展開される抽象的な分析の含意を理解する上で有用である。

第2章において述べられている著者の研究結果の意義は以下のとおりである。ベザレル・ペレグや蓼沼宏一等による先行研究では、平衡性を満たすゲームの集合の上で定義された配分ルールとしてのコアを公理的に特徴付けした定理が得られている。ペレグの定理では、max型整合性が中心的な公理で、蓼沼の定理では、complement型整合性が最も重要な役割を果たす公理である。著者が研究したゲームの集合は、いずれも平衡ゲーム全体の集合の部分集合である。コアをこれらの部分集合へ制限することによって得た配分ルールを、ペレグや蓼沼が得た定理と同様の形式で公理的に特徴づけることが可能か否かを検討することが、先行研究との関連で最も重要な課題と思われる。著者が本章に取り纏めた諸結果は、この問いに対する答えが概ね否定的であることを示している。したがって、準凸ゲームの集合上でコアの公理的特徴づけを行う場合、縮小ゲーム整合性公理の要請を緩和することが不可避となる。実際、著者は、complement型縮小ゲームが準凸になる場合に限ってcomplement型整合性の公理を適用するという形で、complement型整合性の要請を緩和することにより、コアの特徴づけ定理を証明することに成功した(定理8)。他方、max型整合性の適用を2人ゲームに限定するという形でmax型整合性の要請を緩和することにより、著者はある種の不可能性定理の証明に成功した(定理4)。それでは、complement型整合性を緩和したような形でmax型整合性の要請を弱めるという代替的な方向で研究を進めたとき、上記の不可能性定理にいかなる修

正が加わるであろうか。著者は、この点に関して何ら議論していないが、今後の課題としてさらなる研究を期待したい。

第3章の研究結果の意義は以下のとおりである。イヴ・スプルモン、エドワード・ローゼンサール、バシユカール・ダッタ等による先行研究により、凸ゲームの集合上では、シャプレー配分ルールとダッタ＝レイ配分ルールが母集団単調性と効率性を満たすことが知られている。凸ゲームは準凸ゲームであるが、逆は必ずしも真ではない。したがって、準凸ゲームの集合の上で母集団単調性と効率性を満たす配分ルールが存在するかを問うのが重要な問題となる。第3章の定理1は、この問いに対する答えが否定的であることを明瞭に論証したもので、高く評価できる。準凸ゲームの集合上では、効率性と母集団単調性との間にはトレードオフ関係があるという、この知見は実に興味深い。効率性と母集団単調性の公理のうち、どちらの公理をどのように緩和すれば、不可能性定理が可能性定理に転化するであろうか。著者が、今後この問題を研究することを期待する。

第4章の研究結果の意義は以下のとおりである。ロジャー・マイアソンや船木由喜彦＝大和毅彦の先行研究では、PFゲームをTUゲームに適当に変換することによって、TUゲームの配分ルール、特に、シャプレー配分ルールやコアの研究結果を利用するという方法論が採用された。これに対し、著者は、第2章と同様に整合性公理を中心とした公理的分析を行った。第4章において著者が提示した、self型の縮小ゲームの定義の着想は、セルジウ・ハート＝アンドレウ・マスコレルがシャプレー配分ルールの公理的分析の文脈で導入した縮小ゲームの定義に負うものと思われる。今後の研究課題として、本章で新たに提出した配分ルールを、多くの経済学の問題に応用することを期待する。それによって、著者が提出した配分ルールとシャプレー配分ルールとの類似点および相違点が一層明らかになるものと思われる。

第5章における著者の分析は詳細を極めている。リンク形成の利得および費用、間接的リンク効果の程度というモデルのパラメーターの間の相対的大きさについて、8つのケースが考えられるが、著者はその各々のケースにおいて安定的なネットワークを導き出した。

このように著者の分析は徹底的であり、かつ得られた結論が明確であることは高く評価できるものの、指摘すべき問題点がないわけではない。考えうるケースを網羅的に分析しつくせたのはプレイヤーの数を4に限定したこと、費用負担ルールは予め特定化していることに多くを負っている。プレイヤーの数を4に特定化したことは措くこととして、費用負担ルールを予め特定化することの問題点について述べておく。著者は、リンクの費用が折半されるケースと、リンク費用の負担がシャプレー配分ルールによって決まるケースを考察している。費用の折半は一見常識的だが、なぜプレイヤーが費用の折半という取り決めに同意するのかはゲーム理論的には自明ではない。著者はさらに、シャプレー配分ルールが費用負担ルールとして採用される場合も論じている。ここで著者は、協力ゲーム理論の文脈でシャプレー配分ルールを公理主義的観点から議論しているものの、コネクション・モデルの文脈ではなぜプレイヤーたちが費用負担ルールとしてシャプレー配分ルールを採用することに同意するのかを全く論じていない。また、技術的な論点に関しても、疑問の余地がない訳ではない。シャプレー配分ルールを適用するにあたり、TUゲームを構成するときに、著者は追加的な仮定をおいている。すなわち、「3人以下の提携では所与のネットワークで存在する以外のリンクは結ぶことができない」と仮定するのである(112ページ)。この仮定は分析を容易にする上で便宜的に設定されたものであり、理論的根拠が脆弱である。今後の課題として、著者が、これらの限定的な仮定をはずす方向で研究を進めて行くことを期待する。

以上の要約と評価から明らかなように、著者は、先行研究で解明されていない問題に真正面から取り組み多くの成果を上げている。残された課題として指摘した論点は、すでに高水準の研究を、より完成度の高いものにしてほしいという主旨の、著者の今後の研鑽に対するわれわれの期待の表明である。

よって、著者は博士(経済学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。