

## 『物理数学』雑感

吉江友照  
物理学系助教授

『物理数学』は、本学自然科学類で主に物理学専攻学生のために開講されている科目である。物理学は自然現象を支配する最も基本的な原理を追求する学問であり、これらの「自然法則」は、常に数学を用いて記述される。

高校で学ぶ物理では、この点が強調される事は稀である。物質の(古典的)運動がニュートンの運動方程式で記述できることは高校で学ぶが、ニュートンの運動方程式が2階の常微分方程式で書かれること、この微分方程式から、自然に、運動量やエネルギーの保存則が導かれることは、大学ではじめて学ぶ事である。「数学で物理現象を理解すること」は、大学での物理の学習の最大の特徴であると言っても過言でなからう。

従って、学生は、物理を学び理解するために必要となる数学的基礎知識・能力を身につけねばならない。『物理数学』は、このことを目的とした講義科目であ

る。

私は『物理数学』を3年間担当し、新年度からは別科目を担当する予定である。物理数学講義を「卒業」するにあたって、あらためて、物理数学とは何であるかを考えてみたいと思う。

物理数学は数学ではない？

本学では、『物理数学』の講義は2年次の学生を対象に行なわれる。3学期間に、複素関数論、常微分方程式、フーリエ解析を講義することになっており、内容は盛りだくさんである。このため、数学的な厳密さはしばしば犠牲にされる。例えば、数学的観点からは、与えられた微分方程式に解があるか否かが、ひとつの興味の対象であろうが、『物理数学』の講義では、どの場合に解が存在するか程度の話はするものの、その証明は省略されることが多い。私の講義でもそうであるし、私が学生時代に受講した講義で

もそうであった。厳密な証明を一つ一つ与える時間は無いし、興味を示す学生も多くはない。

そもそも、『物理数学』には「証明」は必要無いのではないかとさえ思える。物理に現れる方程式は、物理現象を法則化したものである以上、解があるのは当然と思われるし、確立したものを学ぶ（つまり研究ではない）大学の物理に於ては、数学の証明を行なうことよりも、学んだ数学的「知識」を如何に物理に應用するかを学ぶ方が遥かに重要である。

この意味で、『物理数学』は数学と言うより、むしろ数学の応用技術（数学術）を学ぶためのものである。古い話で恐縮であるが、私が学生であったとき、ある微分方程式を解こうとしていると、横から覗き込んでいた数学専攻の友人が、「うん、この方程式には解があるよ」と言って喜んでいて。数学が目指すものと物理数学が目指すものがまったく違う事を、この時はじめて認識したのである。この方程式を私は解けたのであるが、彼は解くことができず、「解くことには興味がない」と負け惜みを言っていたが。

物理数学は物理ではない？

物理と数学はどこが違うのであろう

か。物理と数学の発展の歴史をふりかえると、物理現象を解明するために発明された数学的概念が多い事に気づく。フーリエ級数の理論は、もともと、熱伝導を記述する微分方程式を解くために考案されたものである。物理が自然現象を取り扱っている事を別とすると、物理と数学の境界点がどこにあるかは、必ずしも明確ではない。

自然現象（実験事実）を法則化し、それを数学で表現することまでは、明らかに物理である。電磁気学で、ガウスの法則、アンペールの法則、電磁誘導の法則から、マックスウェル方程式が導かれる過程を学ぶ。その過程で、数学の知識が必要となるが、それだけでは充分ではない。基本法則を、電流と電磁場の近接相互作用で書き表そうという、物理的動機が必要である。また、得られた方程式から未知の現象を予言するのも物理である。マックスウェル方程式から電磁波の存在が予言される。マックスウェル方程式から、数学的に自然に導かれる結論であるが、方程式をどう変形するかを考える際に、物理的センスが要求される。

この様に考えると、特定の自然法則を想定して数式を扱うものは物理である、と言って良さそうである。

一方『物理数学』の講義では、物理の

内容はもちろん、物理のセンスを学生に伝えるのは困難である。微分方程式の解法を系統的に学ぶ事と、物理とは直接の関係はない。

### 物理数学は語学である？

物理数学と物理の関係を表現するには、物理数学を語学に喩えると良いのではなかろうか。我々は、日常、種々の事象・概念を言葉を使って表現し、考察し、伝達する。物理では、数式を用いて自然現象を表現し、数式を解いて自然現象を解明しようと試みる。数学の言葉を使って、自然現象を語るのである。また、数式の無い物理の論文は珍しい。言葉とその内容は別物である様に、物理数学とそれで記述される物理法則は、まったく別物である。

この喩えでは、数学と物理数学の関係は、言語学と語学の関係と近い。言語学は、特定の（または複数の）言語の構造（文法、語彙、音韻）を、論理的に解明する事を目的とした学問であると思われる。我々が普段言葉を使うとき、言語の論理構造を意識することは無い。同様に、数学は、数学的実体（数、図形、方程式など）の構造を明らかにする事を目的としているが、物理で数学を使うときは、数学的構造には興味がなく、ただ使

えれば（方程式で表現できれば、また、その方程式が解ければ）良いのである。

数学、物理数学、物理を、言語学、語学、語られる内容になぞらえるのは、あくまで喩えなので、全ての場合に正しいわけではない。何かで読んだ事であるが、「通常正しい意味を持たない文章でも、文法的に正しければ、意味上も正しい状況が必ず設定できる。それが文法というものだ」そうだ。例として、「私は月を食べた」という文（だったと思う）があげられていた。『月』という菓子を食べたのであれば、おかしい点は何もない。これを数学と物理の関係で考えると、どうなるのであろうか。

『物理数学』が物理のための語学であると考え、その効果的な学習法は、「基礎的な文法を学んだ後は、使って覚える」ことであろう。『物理数学』では、詳細な証明を理解する必要は無いが、数学の論理構造は理解して欲しい。そして、数多くの例題を解いて、数学を使える様になって欲しい。3年間、この事を心掛けて講義してきたつもりであるが、効果の程はどうであったろうか。

（よしえともてる 素粒子物理専攻）