

連続ジャンプの機械振動モデル

土 居 陽治郎・小 林 一 敏

A mechanical model of the human hopping

Youjirou DOI and Kazutoshi KOBAYASHI

Storage of strain energy in elastic materials has very important roles in the human running, jumping and hopping. This mechanism resembles the suspension system of one-wheeled version of the car. It consists of a mass m with a spring of stiffness k and a dashpot of damping constant c . This study attempted to the identification of the mechanical model parameters of the human hopping and the simulation of the movement.

The following assumptions are relevant to this mechanical model of the human hopping:

- 1) Human body is reduced to a simple three degrees-of-freedom mechanical structure consisting of two masses, two linear springs, two viscous dampers, one nonlinear spring and force actuator.
- 2) Force actuator acts positively and negatively.
- 3) Hopping height makes no change of the mechanical model parameters.

For this mechanical model of the human hopping, the Runge-Kutta methods is applied to numerically generate the equation of motion. Force actuator acts as assistance to the more increasing of storage of strain energy in the first period of contact phase on the ground. The results of the mechanical model for hopping indicate a significant contribution to the vertical ground reaction generated.

Key words : human hopping, mechanical model, force actuator, simulation

1. はじめに

人間が縄飛びのような連続ジャンプを行なっている場合には、弾性エネルギーを再利用していると考えられている³⁾⁶⁾⁷⁾。このような運動をロコモーションの手段に使っているカンガルーのような動物は、同程度の大きさの他の哺乳類動物よりもエネルギー効率がよいと言われており⁴⁾²¹⁾、人間のランニングもこのような弾性エネルギーの再利用が行なわれているという報告も数多い¹⁰⁾¹⁸⁾。

運動に弾性エネルギーが利用されているという考えの背景には、人間や動物の身体がばねのような弾性要素で構成されているという仮説が存在している。例えば、McMahon ら⁹⁾¹⁷⁾は人間を1自由度減衰振動モデルに置き換えてランニングや屈伸

動作を分析している。また、渋川ら²⁵⁾は垂直跳びや着地動作を機械的に把握する方法として、からだの働きと力学的に等価な機械モデル(粘性体+弾性体+能動的要素[ジャッキの力])を導入している。あるいは、Komor ら¹⁵⁾は身体を3つの質量部分に分け、その間にばねとダンパとアクチュエータ(actuator)をいれた機械モデルを考えて、アクチュエータのコントロールで垂直跳びが行なわれているという仮説を立てている。

このような方法を用いて、連続ジャンプの運動を機械振動的性質で表すことができれば、運動そのものをかなり簡略的に記述できるであろう。連続ジャンプの運動を簡単なモデルで示すことができれば、たとえばテンポを変えたり、跳ぶ強さを

変えたり、あるいは地面の状態が変化した場合に、どのように調節（機械振動的性質を変える）しているのかを明らかにすることが可能であろう。また、シミュレーションの手法を用いて、実際には非常に危険な状況——ジャンプ中に誤って台を踏み外す場合など——を設定して運動を推測することも可能である。さらに、このような方法で、着地動作を含む運動を単純な機械的要素（アクチュエータを含む）で構成することが可能になれば、機械を用いて実際に作り上げることも可能であろう。そうすることによって、床材や舗装材などの開発にも貢献できると考えられる。

そこで、本研究では、連続ジャンプの運動を力学的に等価的な機械振動モデルを用いて記述することを目的とした。

2. 機械振動モデルについて

身体運動を力学的に表現する方法に、身体を力学的に等価的な構成要素で置き換えて考えることがある。その構成要素は、加速度に比例する質量要素、速度に比例する粘性要素、変位に比例する弾性要素である。このモデルは力学的現象をなるべく単純な要素で力学的に説明がつくように便宜上考え出されたものであって、実際の物体を表すものではない。

連続ジャンプはボールが弾むような運動であり、その意味では機械振動モデルがよくあてはまると考えられる。このような衝突を含む運動に剛体のリンク・セグメント・モデルを用いて解析している研究²¹⁾もあるが、剛体同士が衝突する場合には“無限大の力が無限小の時間作用する”²²⁾という力学的性質から考えて、やや無謀なモデル化と言わざるを得ない。剛体リンクモデルは、身体の形状をもとにセグメントにどのような力が作用するか、あるいは身体が出力している総合的な力をセグメントごとに表すことができ、非常に有益な情報を提供してくれるモデルであるが、衝突速度がかなり小さい場合はよいとしても、急激な加速度変化が起きる飛び降り動作や連続ジャンプ運動における剛体モデルの適用は無理であろう。

衝突現象の一つである、ランニングの着地動作について宮地²⁰⁾は機械振動モデルを用いて運動のモデル化を行なったところ、鉛直方向の地面反力や衝撃加速度などが実測値とよく一致したと報告している。同様に Alexander¹⁾も、機械振動モデル

による動物のバウンシング動作をシミュレーションしている。宮地の着地衝撃モデルは機械工学的には3自由度振動モデルとして扱われ、着力点に変位の5乗に比例する非線形ばねを持ったモデルを考えている。着力点にばねを付けることによって、衝突する物体が地面につくことで地面反力を発生させることができ、実際の現象により近い結果を得ているのが特徴である。

しかし、質量・ばね・ダンパによる受動的要素のみで構成される衝突モデルでは、ダンパによる粘性抵抗のために反発係数は1よりも小さくなってしまう。そこで、機械振動モデルに能動的要素を加味したモデルが考えられている。そのうち渋川²⁴⁾は、能動的要素として油圧ジャッキを受動的要素に加えたモデルを垂直跳びや着地動作に適用している。そして、垂直跳び動作は沈み込みの局面でばねにエネルギーを蓄え、そのエネルギーが踏み切り局面に発揮される大きな力の原動力となっていると結論づけている。しかし、着地動作をこの渋川モデルで説明するには、不十分どころが多く、着地動作を含む連続ジャンプへの適用は困難と考えられる。

その点、宮地のランニングの着地動作モデルは、

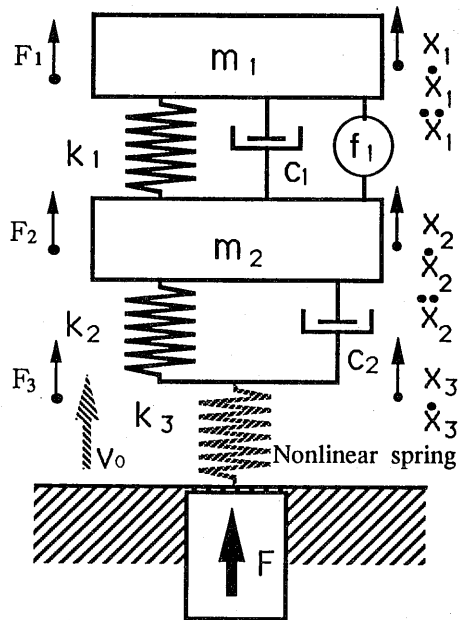


Fig. 1 Mechanical model of the human hopping. f_1 is force actuator.

着地から踏み切りまでの鉛直方向の力学的要素を対象にしているため、本研究で取り扱う連続ジャンプ動作のモデル化に適したモデルと考えられる。そこで、宮地の着地衝撃の機械振動モデルに能動的要素を加味したモデルを考えた(図1)。

このような機械振動モデルはモデルを構成する要素が比較的簡単な次元で記述されているために、応答特性を検討したり、運動をシミュレーションしたりすることが容易である。しかし、その反面、身体の中の筋群がどのくらいの力を発揮しているかとか、身体の姿勢を考える場合には適さず、いわば「実感に欠ける」モデルであることは否めない。つまり、機械振動モデルで表される実体は人間の運動そのものを記述したのではなく、力学的要素のみで構成される「形のない」モデルである。いいかえれば、このような力学的要素で構成されるモデルを実現させようとしたときに、必ずしも人間のような形を持った物体とならない可能性が大きいということを意味している。

3. 連続ジャンプの機械振動モデル化における仮説と係数の同定法

連続ジャンプの機械振動モデルに次の3つの仮説を設けた。

- 1) 3自由度系の機械振動モデルに能動的要素を加えたモデルとした。
- 2) 着地点には変位の5乗に比例する非線形ばねを持つものとした。
- 3) 連続ジャンプの強さ(ジャンプで跳び上がる高さ)によらず、機械振動モデルの受動的要素には変化がないものとした。

これらの関係を運動方程式に表すと次の4つの式に表すことができる

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1(x_1 - x_2) - c_1 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) - m_1 g + f_1 \dots\dots\dots(1)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2(x_2 - x_3) - c_2 \left(\frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_3}{dt} \right) - m_2 \left(\frac{d^2 x_1}{dt^2} + g \right) - m_2 g \dots\dots\dots(2)$$

$$F = -k_3 x_3^5 \dots\dots\dots(3)$$

$$f_1 = m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_1 g + k_1(x_1 - x_2) + c_1 \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) \dots\dots\dots(4)$$

- m_1, m_2 : 質量要素
- k_1, k_2, k_3 : 弾性要素 (k_3 のばねは非線形弾性を示す)
- c_1, c_2 : 粘性要素
- x_1, x_2, x_3 : 平衡状態からの変位

図1に示された連続ジャンプモデルの各パラメータ($m_1, m_2, k_1, k_2, k_3, c_1, c_2$)を宮地¹⁹⁾の手法を参考に次のような手順で決定した。

- 1) 宮地や Özgüven ら²³⁾の研究をもとに、あらかじめ大まかな各パラメータの値を設定しておく。
- 2) 連続ジャンプの実験から、地面反力 $F, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$ のデータを得ておく。なお、着地の瞬間では $x_1 = 0, x_2 = 0$ であるとする。
- 3) (4)式へ必要な変数(実験データ)を代入して能動的要素 f_1 を求める。
- 4) 3)で求められた各パラメータをある値に設定したときの f_1 を(1)式へ代入して、連続ジャンプのシミュレーションを行なう。
- 5) シミュレーションで得られた地面反力 F_{est} および質量要素 m_1 部分の速度に相当する \dot{x}_{1est} と、実験値の F および重心付近の速度 \dot{x}_1 とを比較して、それぞれの誤差を標準誤差として算出する。
- 6) 誤差が小さくなるように、各パラメータの値を少しずつ増減して、3)~5)を繰り返す
- 7) 機械振動要素の各パラメータと能動的要素を決定した後、それらを用いて連続ジャンプをシミュレーションし、連続ジャンプを正しく再現できているかを検討する。

なお、運動方程式を解くにあたっては微分方程式の数値的解法として精度のよいルンゲ・クッタ法を用いた¹²⁾。計算に用いたコンピュータは Unix4.2BSD オペレーティングシステムで稼働する Sun3/110、プログラムはデータ解析用ソフトウェアである S を用いた。

4. 機械振動モデルのパラメータを決定するための実験

本研究では、連続ジャンプの機械振動モデルのパラメータを決定するために、実際の連続ジャンプの運動から地面反力 $F, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$ のデータを得ておく必要がある。実験試技は、衝突速度 1~2 m/s(重心上昇高 0.1~0.4m)の範囲で腕の振込・反動動作を用いない連続ジャンプ(腕を体側に固定したジャンプ)をフォースプレート(Kistler 9281B)上で裸足で行なった。被検者

は、身長 1.70m、体重 72kg の 23 歳の男子 1 名とした。被験者には左腰部、左膝関節上部および左足首外側部に LED ターゲット (浜松ホトニクス M1375-07) を装着した。また、下肢筋群の活動状況を把握するために、センサを装着した左側の大腿直筋、大腿二頭筋、前脛骨筋、腓腹筋の筋放電を表面電極を用いて検出し、自作の筋電アンプ (利得 60~72dB、帯域 15~2000Hz) により増幅した。

LED ターゲットの信号はポジションセンサシステム (浜松ホトニクス C1373) により位置のデータとして、それぞれフォースプレートの信号と筋放電の信号とともに A/D 変換 (サンプリング 2KHz) して、コンピュータ (Sun3/110) に取り込んだ (図 2)。なお、ポジションセンサシステムから得られたデータのうち、処理に用いたものは鉛直方向成分だけであり、以後変位、速度、加速度、力の方向はすべて鉛直方向に限るものとする。

機械振動モデルでは、 m_1 、 m_2 の質量配分をどのようにするかで x_1 、 \dot{x}_1 、 \ddot{x}_1 、 x_2 、 \dot{x}_2 、 \ddot{x}_2 に大きな影響を与える。2 自由度系のモデルを用いている宮地や Özgüven らの研究では、 m_1 は m_2 よりもかなり大きく、 m_2 に相当する部位は足部と下腿の一部と考えられている。したがって、 m_1 に相当するのは膝から上の部分であると考えられ、 m_1 の運動の大部分は腰部につけた LED ターゲットで代表できるが、ジャンプの際には膝を曲げる動作をとまなうので、その影響を加味するために次のような変換をした。

$$x_1 = 0.75 * (\text{腰部の変位}) + 0.25 * (\text{膝の変位})$$

$$\dot{x}_1 = 0.75 * (\text{腰部の速度}) + 0.25 * (\text{膝の速度})$$

$$\ddot{x}_1 = 0.75 * (\text{腰部の加速度}) + 0.25 * (\text{膝の加速度})$$

この係数は松井¹⁶⁾の身体質量比を参考にして、頭部+胴+上肢と大腿部との比を取ったものである。

ポジションセンサシステムから得られた位置のデータを時間で微分することによって、速度、速度を時間で微分することで加速度が得られる。データの平滑には往復反復型指数フィルタ¹³⁾を用い、微分には S システムの差分関数⁹⁾を用いた。なお、平滑化に関しては、30Hz のカットオフ周波数を持ち減衰量が 60Hz で 20dB のローパス・フィルタに設定した。

5. 結果と考察

5.1 実験データから

連続ジャンプの、ある 1 回のジャンプの接地中の地面反力 F 、 x_1 、 \dot{x}_1 、 \ddot{x}_1 、 x_2 、 \dot{x}_2 、 \ddot{x}_2 および筋放電の様子を図 3 に示した。衝突速度 1.0m/s の連続ジャンプを弱いジャンプ、衝突速度 2.0m/s の連続ジャンプを強いジャンプとした。連続ジャンプでの地面反力はランニングの着地時の地面反力と異なり、着地時の衝撃波形は現われず、ピークは接地時間の中央に現われる波形となった。このような波形は、1 自由度の非減衰振動時に加わる力波形に近い。また、速度、変位の様子も振動現象で生ずる波形とよく似ている。これらのことから連続ジャンプ運動を機械振動モデルで表すこと

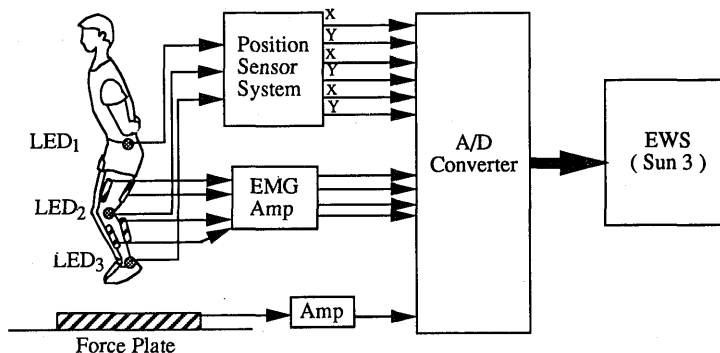


Fig. 2 Illustration of the experiment and analyzing system in this study.

ができると考えられる。

筋放電パターンからは、強いジャンプの方が弱いジャンプよりも筋活動が活発であった。また、膝関節および足関節の伸展に関わる大腿直筋や腓腹筋が接地の前半に活動していることは、Komi¹⁴⁾

の提唱するバウンシング動作の存在を支持する結果となった。

5.2 連続ジャンプの機械振動モデルの係数について

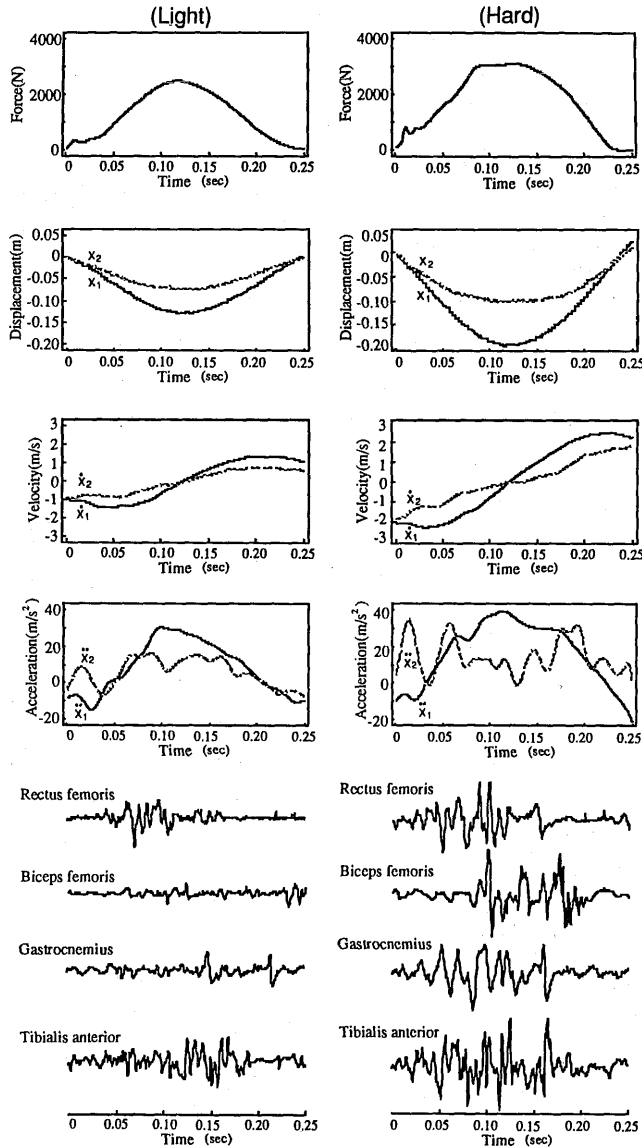


Fig. 3 Contact phase characteristics for vertical ground reaction force, displacement (x_1 , x_2), velocity (\dot{x}_1 , \dot{x}_2), acceleration (\ddot{x}_1 , \ddot{x}_2) and electromyographic activity of the selected lower extremity muscles.

本研究で用いた係数の同定法により、表1に示されるような係数が定められた。このような方法で得られた近似値の有効数字の取り扱いについては、原理的にはかなり細かくすることも可能であるが、質量要素の配分と同程度であるものとして有効数字2桁とした。得られた係数と宮地や Özgüven らによって求められた係数とを比較してみると、それほど大きな隔たりがなかったが、 k_3 の大きさについては宮地の係数 ($1.0e13N/m^5$) よりも小さくなった。宮地の係数が大きいのは、heel strike を伴うランニングを対象としたため、足部の微小変形に対応させる必要性のためと考えられ

る。連続ジャンプのようなつま先ジャンプでは、足部の変位はランニングよりも大きいと考えられ、そのことがばね k_3 の大きさの違いとなって現われたと思われる。

5.3 シミュレーション結果について

機械振動モデルの係数が定まると、実験データから(4)式により能動的要素 f_i が求められる。そして、その f_i を(1)~(3)に入力し、連続ジャンプのシミュレーションを行なった。その結果を図4に示す。

能動的要素 f_i について見ると、衝突速度が 1 m/s の時の連続ジャンプ (弱いジャンプ) では、 f_i は接地時前半に負の方向に働き、その後はほぼゼロとなった。また、衝突速度が 2 m/s の時の連続ジャンプ (強いジャンプ) でも、同様に接地時前半に負の方向に働くが、後半は正方向にも働く結果となった。 f_i の負方向の大きさについては、弱いジャンプで -650N 、強いジャンプで -1300N と衝突速度が大きくなると能動的要素も負の方向に大きくなる傾向を示した。

Table 1 Model parameters of the human hopping.

| | | |
|-------|-------------------|---------------------|
| m_1 | 6.5×10^1 | (kg) |
| m_2 | 7.0×10^0 | (kg) |
| k_1 | 4.0×10^4 | (N/m) |
| k_2 | 1.0×10^5 | (N/m) |
| k_3 | 6.0×10^9 | (N/m ⁵) |
| c_1 | 4.0×10^2 | (Ns/m) |
| c_2 | 1.0×10^3 | (Ns/m) |

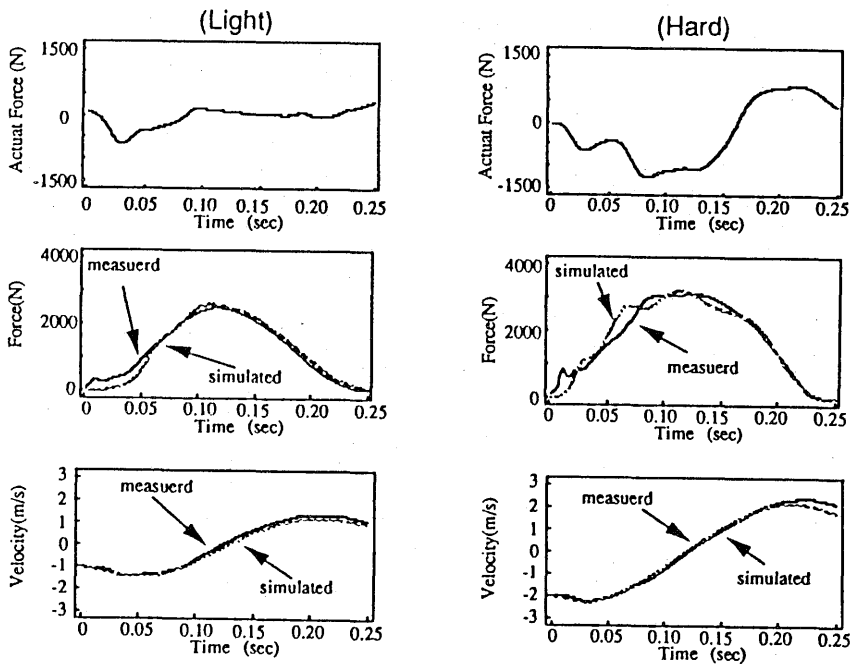


Fig. 4 Simulated hopping results using the mechanical model.

接地時前半は、ばね k_1 が縮もうとするときに弾性力を発揮している局面である。弾性力の方向は正である。またその時、ダンパ c_1 は速度に抗した力を出しており、その方向は正の方向である。ダンパ c_1 はばね k_1 が縮もうとするのを妨げる作用をしている。そしてこれらの力と並列的に負の方向の能動的要素 f_1 が働くことは、ダンパ c_1 によって生まれる力を打ち消すように作用し、ばね k_1 をさらに縮めようとする働きがあると考えられる(図5)。

能動的要素 f_1 の働きについて検討するために、能動的要素 f_1 が働かなかった場合と比較してみた。シミュレーションの手法を用いれば、このような非現実的なことにも対応できる。強いジャンプの時に能動的要素 f_1 が働いた場合(a)、働かなかった場合(b)の地面反力 F 、重心付近速度(\dot{x}_1)およびその模式図を図6に示した。能動的要素 f_1 が働いた(a)の場合 f_1 は質量 m_2 を押し下げるのを緩和する作用をし、結果的にばね k_3 の縮みを遅らせることになるため、 f_1 が働かなかった(b)の場合よりもばね k_3 が最大に縮む時 (F の最大時) が遅れて現われる。その結果、(a)の方が(b)よりも接地時間がやや長い。また、重心付近速度の負の部分の面積(沈み込んだ変位に相当)を比べれば、明らかに(b)の方が小さく、それだけ機械振動モデルに蓄えられた弾性エネルギーが小さいことを示している。(a)も(b)も F の最大値はほぼ同じなので、ばね k_3 の最大圧縮変位にはあまり違いがないが、沈み込んだ変位が小さい様子を模式図として表した。

接地時前半に能動的要素 f_1 が負方向に働かない場合には、蓄えられた弾性エネルギーが小さくなるのが明らかになったが、それを補うために接地時後半に正方向の能動的要素 f_1 が働く場合を想定してみた。この場合には、ばね k_1 が伸びようと

しているのをさらに伸ばそうとすることになるので、重心付近の上昇速度は増加し、その結果接地時間がさらに短縮されることになる。それでは、現実に合わないため質量 m_1 を大きくするか、ばね k_1 を小さくする必要があるが、いずれにしても x_1 の変位は大きくなり、重心付近の軌跡に適合しなくなると考えられる。

これらのことから、 f_1 は機械振動モデルにおいて、接地時前半にばね k_1 をより大きく縮める作用を持ち、その結果ばね k_1 により大きな弾性エネルギーが蓄えられ、連続的に同じ高さの跳ね返りが可能になったと思われる。

このような能動的要素を作り出しているのは何かという問題が考えられる。確かに連続ジャンプは筋活動によって行なわれている運動であり、図3に見られるように跳躍高の高い強いジャンプでは筋活動は活発になっている。しかし、本研究で用いたモデルでは、筋が発揮した力や関節・骨などの生体組織が発揮した力すべてを機械振動モデルの要素として含ませている以上、この能動的要素がどこで発揮されているのかを特定することは不可能である。そういう問題を取り扱うには別の違ったモデルを必要とするであろう。

連続ジャンプの機械振動モデルのシミュレーション結果については、地面反力のピークや接地時間はほぼ実測値と一致しているが、接地時前半は多少のずれが生じている。接地時前半では、着地にもなう振動現象が大きくなっており、加速度や速度を算出する際の演算誤差が影響してずれをもたらしていると考えられる。また、力の影響は時間をおいて速度に現われてくるため、質量要素 m_1 部分の速度は接地時後半の離地直前で多少ずれが目立っている。また、強いジャンプのほうが弱いジャンプよりもシミュレーションの一致度

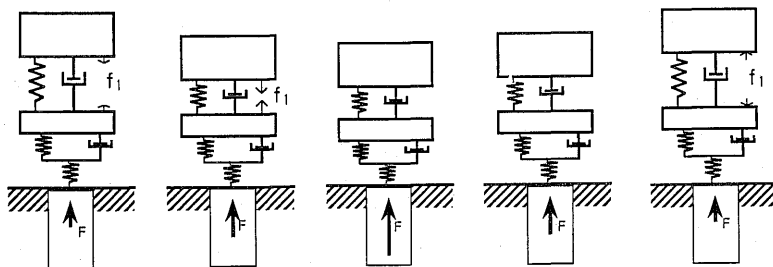


Fig. 5 Schematic representation of the actuate force during foot contact in hopping.

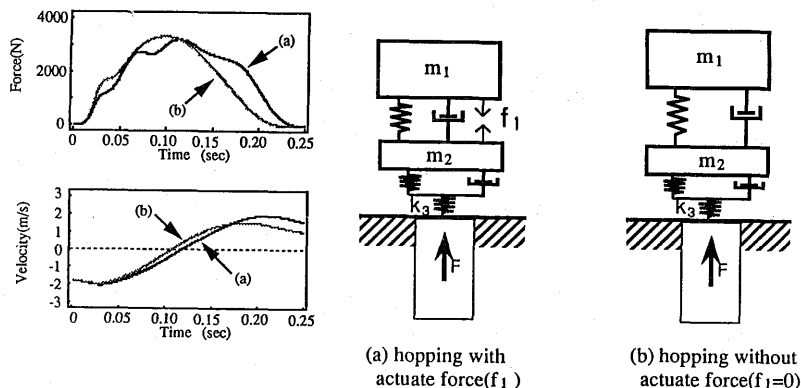


Fig. 6 Schematic representation of the influences of (a) with and (b) without actuate forces by computer simulations.

が低い。このことは連続ジャンプで跳躍高が変化した場合に、機械振動モデルにおける係数が若干変化していることを示している。しかしながら、全体的に見れば、本研究で用いた機械振動モデルが連続ジャンプの運動をよく再現できていると考えられる。

機械振動モデルである運動現象を表そうとする場合に、本来ならば実験データを加味せず再現できなければシミュレーションとしての意味合いが薄い。衝突速度を入力するだけで連続ジャンプをシミュレーションできれば発展性は大きい、現段階では能動的要素 f_1 を動的に定めることが難しく、能動的要素をどのように関数化して表すかが今後の課題として残されている。

6. まとめ

縄跳びのような連続ジャンプでは身体の弾性エネルギーを再利用していると考えられている。このようなバウンス動作をモデル化するには質量・ばね・ダンパで構成される機械振動モデルが適していると考えられる。そこで、連続ジャンプ運動のモデル化を試みた。

(モデル化) 連続ジャンプの運動はある振動現象としてとらえることができ、2自由度数の振動要素に能動的要素を加えた機械振動モデルで表した。能動的要素を挿入したのは、質量・ばね・ダンパのような受動的機械要素のみで構成された場合、跳ね返り速度は衝突速度よりもかなり小さくなるためである。

そして、機械振動モデルを用いた連続ジャンプモデルの妥当性をシミュレーションの手法を用いて検討した。

1) 能動的要素を決定するために実際の連続ジャンプから得られたデータを用いたが、その能動的要素をくわえてシミュレーションした結果、実際の連続ジャンプを良く再現することができ、連続ジャンプにおける機械振動モデルの妥当性が示唆された。

2) 能動的要素は主として接地時前半にばねに弾性エネルギーをより多く蓄積させる働きを持ち、これを利用することで反発性を増大させていることが示唆された。

References

- 1) Alexander, R., M.: Elastic mechanisms in animal movement, 91-129, Cambridge University Press, 1988.
- 2) Becker, R.A., Chambers, J.M. & Wilks, A.R.: The New S Language, 141, Bell Telephone Laboratories, Inc., New Jersey, 1988.
- 3) Cavagna, G.A., Heglund, N.C. & Taylor, C.R.: Mechanical work in terrestrial locomotion; two basic mechanisms for minimizing energy expenditure., American J. of Physi., 233, 243-261, 1977.
- 4) Dawson, T.J. & Taylor, C.R.: Energetics cost of locomotion in kangaroos. Nature, 246, 313-314, 1973.
- 5) Denoth, J.: Two models describing the move-

- ment of the foot during impact... Two-Dimensional versus Three-Dimensional considerations. In: Biomechanics X-B, Jonsson, B(Eds.), 1187-1190, Human Kinetics Publishers, Inc., Champaign, 1987.
- 6) 船渡和男, 福田隆, 石井喜八: 連続跳躍運動の機械的効率~影響を与える二, 三の因子~, 身体運動の科学 V (スポーツバイオメカニクスへの挑戦), 151-158, 杏林書院, 1982.
 - 7) Funato, K., Miyashita, M.: Relationship between EMG in gastrocnemius and reaction forces during rhythmic hopping. In: Biomechanics X-A, Jonsson, B(Eds.), 295-300, Human Kinetics Publishers, Inc., Champaign, 1987.
 - 8) Greene, P.R. & MaMahon, T.A.: Reflex stiffness of man's anti-gravity muscles during knee bends while carrying extra weights., J. Biomechanics, 12, 881-891, 1979.
 - 9) Gruber, K., Denoth, J., Stuessi, E. & Ruder, H.: The wobbling mass model. In: Biomechanics X-B, Jonsson, B(Eds.), 1095-1099, Human Kinetics Publishers, Inc., Champaign, 1987.
 - 10) Ito, A., Komi, P.V., Sjodin, B., Bosco, C. & Karlsson J.: Mechanical efficiency of positive work in running at different speeds., Med. & Sci. in Sports and Exercise, 15, 4, 299-308, 1983.
 - 11) 小林一敏: 跳のパワーの発生位相, 身体運動の科学 I, キネシオロジー研究会編, 杏林書院, 1974, 86-98.
 - 12) 小林一敏, 宮地力: モデリングとシミュレーション~シミュレーション入門~, J.J.S.S., 8, 6, 328-333, 1989.
 - 13) 小林一敏, 中田了: 往復反復型指数フィルターによる平滑化, 日本体育学会第34回大会号, 1983, p. 401.
 - 14) Komi, P.V.: Biomechanical features of running with special emphasis on load characteristics and mechanical efficiency. In: Biomechanical aspects of sport shoes and playing surfaces, Nigg, B.M. & Kerr, B.A. (Eds.), 123-134, University of Calgary, 1983.
 - 15) Komor, A., Morawski, J. & Pruski, L.: Control systems analysis of the take-off phase of the vertical jump. In: Biomechanics VII-B, Morecki, A., et al. (Eds.), 257-263, PWN-Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1981.
 - 16) 松井秀治: 運動と身体の重心~各種姿勢の重心位置に関する研究~, 21-42, 体育の科学社, 1958.
 - 17) McMahan, T.A. & Greene, P.R.: The influence of track compliance on running, J. Biomechanics, 12, 893-904, 1979.
 - 18) Mero, A. & Komi, P.V.: Electromyographic activity in sprinting at speeds ranging from sub-maximal to supra-maximal., Med. & Sci. in Sports & Exercise, 19, 3, 266-274, 1987.
 - 19) 宮地力: シューズ・人間系のシミュレーション, J.J.S.S., 8, 9, 591-598, 1989.
 - 20) 宮地力, 小林一敏, 牛山幸彦: ランニング中の着地衝撃の粘弾性モデルによるシミュレーション, 筑波大学体育科学系紀要, 11, 253-263, 1988.
 - 21) Morgan, D.L., Proske, U. & Warren, D.: Measurements of muscle stiffness and the mechanism of elastic storage in hopping kangaroos., J. Physiology, 282, 253-261, 1978.
 - 22) 森口繁一: 初等力学, 156-168, 培風館, 1959.
 - 23) Özgüven, H.N. & Berme, N.: An experimental and analytical study of impact forces during human jumping., J. Biomechanics. 21, 12, 1061-1066, 1988.
 - 24) 渋川侃二: 運動力学, 245-263, 大修館書店, 1969.
 - 25) 渋川侃二, 春山国広, 三浦望慶: 身体脚部の力学的性質について, 東京教育大スポーツ研究所所報, 4, 51-58, 1966.