プラトンと正多面体

——プラトンとギリシア数学史——

上田　徹

論文概要

この論文はプラトンのイデア論の形成と展開を古代ギリシア数学史との関係において概観したものである。

紀元前 3 世紀頃の『ユークリッド原論』に集大成される古代ギリシア数学は正多面体の作図を焦点とするが、その根幹には量一般を整数比で捉えるピュタゴラス派の比例論と無理線分をいくつかのタイプ相互の論理的関係としてとらえるテアイテトスに由来すると伝わる数学的技法との総合があったといえる。

「プラトンの立体」と通例呼ばれている五つの正多面体の作図は、実際にはテアイテトスの業績であったと考えられるが[1]、プラトンはこの総合的過程のなかで後期イデア論を構想し、数学者が仮設的に容認することで存在論的に問うことを避けた無限や連続の問題を哲学的に問題にした。その一方で、『原論』V 巻、XII 巻に見られる無限や連続を自然学的に所与のものとして出発するエウドクソスの比例論は、求積法に目覚ましい成果を挙げたが、対照的に『原論』X 巻、XIII 巻に見られるテアイテトスの代数的とも見える数学的技法とは異なるものであった。

両者の比例論における方法論的相違は、アカデメイア内での論争を生み、プラトンとアリストテレスの哲学体系の相違につながったのではないかと推測される。そして、プラトンの後期イデア論が特にイデア相互の関係性・論理構造に注目したのは、タイプとして捉えられた様々な無理線分をピュタゴラス派の数学に見られた三つの比例中項（算術中項・幾何中項・調和中項）から総合しようとするテアイテトスの企図をそのモデルとしているのではないだろうか[2]。後期イデア論の「イデアの連帯性・相互交流 intercommunion」では、初期ピュタゴラス派の「テトラクテュス Τετρακτύς」に由来し、『ピレボス』篇や『ティマイオス』篇で問題となる音階理論における「調和中項」が重要な意味を持っている。プラトンは正多面体の作図において三つの比例中項が成立する「黄金比」を原理的な意味を持つものと考え、ピュタゴラス派の奇数と偶数の

整数比に基づくコスモスの調和を無理量まで含めて拡張する意図からその「下図」を『ティマイオス』篇で描写したのではないだろうか。そして同時にこの比例に従った分割は、ディアレクティケーにおいては「字母・音韻の比喩」を介して、言表の成立根拠であるイデアの連帯性を問う「分割法」の主題と呼応すると考えていたのではないだろうか。以上がこの論文で論じられる筆者の構想である。

これらの問題は、しかし、誰しもが例外なく難問と認める古代ギリシアにおける論証数学の成立の問題や、プラトンのいわゆる「不文の教説」(Agrapha Dogmata)の問題を含み、問題そのものが濃霧のように複雑多岐で錯綜しているため、この論文では、あくまでも現在の筆者が理解しうる限りで以上に述べたプラトンのイデア論の帰趨に対する一つの可能性を考察し、古代ギリシア数学史との関係から素描的な概観を与えることを試みるものにとどまらざるを得なかった。そのことをはじめにお断りしておきたい。

I　予備的考察

ギリシア哲学はその始まりから数学的思考と深い関わりがあったと考えられるだろう。始源の探求は、宇宙的秩序体（コスモス κόσμος）の構成要素や秩序そのものの原理に向けられた[3]。なかでも数は知的に世界を理解するための鍵である。なぜならわれわれは数えること、測定することで客観的に対象を認識し、理解するからである。ギリシア人の知的活動もまた数の認識に基づいて始められたと言える。プラトンとギリシア数学について論じるにあたって、まず基本的な数の認識について初期のギリシア哲学のなかでの理解について顧みて、ついでプラトンが受容したピュタゴラス派の数学思想について考察しておきたい。

数の認識にはふたつの相互補完的な形式がある。それは基数と順序数の区別であり、認識の基本的形式である時間・空間と根元的に結びついている。基数は要素の個数の総合によって空間的に大小の大きさとして直観される数であり、順序数は進行の直観が予め含まれている継続的反復の回数として順序をもち、量的ではなく、進行の形式化として把握される数である。アリストテレスによれば、数は運動・変化に伴うものであり、数えることは、運動・変化の限界としては異なって認識されるが継続する基体としては同一の「今」を基体としてもつ（順序数）[4]。このことは原初的には天体運動における時間の周期的な回帰性のなかで、同一性の継続的反復として認識されてい

た[5]。

われわれが昼夜や季節、日や年を数えることから、ピュシスに内在する秩序 τάξις、好機 καιρός を知るように、宇宙的秩序体（コスモス）の運動の恒常性との呼応が、数えることの原初的原理である。このとき、「今」の継続的反復は、アナクシマンドロス・パルメニデスの存在直観に見られるように、宇宙的秩序体としてのコスモス全体の対称性（円環・球体）として幾何学的に直観された。かれら初期の哲学者たちの表象した宇宙は、時空連続体として融合した永遠の宇宙的秩序体としての存在（コスモス）そのものであった。数のふたつの側面である秩序（順序数)、広がり（基数）はそれぞれ時間的、空間的側面をあらわすものとして渾然一体的に把握されていたのである。

思考はこのコスモスの恒常性（存在）と呼応することで成立するということを一種の宗教体験として自覚し、思考の根本法則とした哲学者がパルメニデスである（パルメニデスにおける思考と存在の同一性、存在の類縁性、アテレストン ἀτέλεστον とアペイロン ἄπειρον との関連）[6]。ここからパルメニデスは、感覚的経験を離れて、自同律、矛盾律、排中律といったアプリオリな論理法則によって存在自体を追究する哲学的立場を創始したが、ピュタゴラス派がとっていた感覚的直観の立場からは、数そのものは、反復が限界を持ったとき全体として直観される量（基数）として認識されるものであった。空間的にはこの認識は繰り返されるパターンを見出すことであり、広義では自己相似性の原理に基礎をもつ。広義というのは合同だけではなく、図形数の事例のように相似性一般の直観に基づくからである。実際の数学的技法に習熟していた初期ピュタゴラス派の立場から、ギリシア数学は、一般的に「モナス（単位量）からなる多」の直観的総合 σύνθεσις μονάδων を数の定義とし、数の認識を図形のパターン認識として取り扱った（『原論』VII 巻定義 2、ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκειμένων πλῆθος）[7]。

II　初期ピュタゴラス派における数と図形

初期ピュタゴラス派の数学思想を知るためにわれわれが信頼して用いることのできる史料はごく僅かである。なぜならかれらには、古来一種の宗教結社としての性格から、その教えの大部分を口承によって伝達していたばかりでなく、のちに得られた知見も始祖ピュタゴラスや後継者たちの権威に同化させてしまう「聖人伝」(hagiography)の慣例があったからである[8]。紀元前 5 世紀のピロラオスの断片の一部や

紀元前4世紀のアルキュタスといった世代の数学者たちについても同様のことがおこなわれており、後代の思想の混入の有無について議論がなされている。

そのなかでは、初期ピュタゴラス派に由来するとされている「反対概念表」は、報告者のアリストテレスの情報源がスペウシッポスであった可能性も含めて伝承過程での補足や変更があったにせよ、通例、基本的にはさきに述べた初期のピュタゴラス派の思想を反映していると考えられている（*Met*.A.5.986a22-26）。しかし、ここにも注意が必要であり、初期ピュタゴラス派、また、口承によって伝達されていたピュタゴラス派の思想のなかでは文献的に確認できる上限である紀元前5世紀後半のピロラオスには、いまだ截然とした形相と質料の区別はなかったであろうということである。プラトンの『パイドン』篇にみえるピロラオスの姿は深遠な数理哲学者というよりも秘儀を授ける導師であり（*Phd*.61E-62B）、その弟子エウリュトスの算術も素朴な小石の配列によるもので、数の象徴的神秘主義であったことがアリストテレスの『形而上学』N巻からは窺われる（*Met*. N.5.1092b10ff.）。原理としての数はいまだ形相、質料原理ではなく、宇宙的秩序体のなかで共存する構成要素であった。アリストテレスの報告では、ピュタゴラス派の数は一様に物体であり[9]、これに応じてプラトンの『パイドン』篇では、奇数も偶数もともに同じ資格でイデアであるとみなされる（*Phd.* 103E-105E）。ここから考えると、反対概念表は単純に二項関係となる構成要素の分類表として見た方がよいと思われる。アリストテレスは、『自然学』Γ巻四章において、「かれら（ピュタゴラス学徒たち）は「無限（定）」を偶数であるとし、その理由は、偶数は奇数に取り囲まれて限定されると存在に無限性を付与するからであり、その証拠として、数について、曲尺を一の周囲に置いてゆくとその場合には常にひとつの形（τὸ εἶδος）が生じるが、一から離して二の周囲に置いてゆく場合には常に異なった形が生じるという事実があるとした」（*Phys*. Γ.4. 203a10-15）と報告している。

ここからピュタゴラス派の数学が図形的であったことを考慮すると[10]、その表にある限 πέρας—無限 ἄπειον、奇数 περιττόν—偶数 ἄρτιον、一 ἕν—多 πλῆθος、正方形 τετοράγωνον—長方形 ἑτερόμηκες の二項関係は、それぞれ

α,　奇数性＝正方形数「グノーモーン γνώμων」（曲尺状の図形）の面積添付によって自己相似性を失わない

β,　偶数性＝長方形数「グノーモーン」の面積添付によって二辺の異なる比を無限に

生み出す可変性の原理

と同じコラムに属するように関連づけて解釈される。初期ピュタゴラス派における図形の分割は、所与の可感的な量の分割であるとともに、その量は離散的な整数として表される大きさを持った単位の合成であった。初期のピュタゴラス派は、『原論』IX 巻の「偶数奇数論」（命題 21-36）にまとめられている小石（ψῆφοι）を用いた碁並べのような算術からはじめて[11]、『原論』II 巻に見ることのできる図形の複雑な配置転換を証明する作図題へと進んでいったのだろう。その際には、推論を直観的に補助する図形として「グノーモーン」が多用されている。これは反対概念表に見られる図形数からの自然な発展とも考えられるが、その一方で、ギリシア人はバビロニアに由来する代数計算のレシピを幾何学的に再解釈したのではないかと考え、バビロニア数学と初期ピュタゴラス派の数学的技法を結びつけ「幾何学的代数」とみる解釈がある[12]。しかし、いずれにしても、初期ピュタゴラス派は基本的に所与の可感的な図形の分割の結果がもつパターンから数一般の性質を考察していたと考えることには異論はないと思われる。

しかし、この方法は有限のなかで数を基数に限定して考察することに留まったため、いくつかの困難に直面した。

① 例えば正方形の頂点を中心とした一辺を半径とする四分円と正方形の対角線との交点はどのような正方形でも同じ無理量比$(\sqrt{2}-1:1)$に分割しているがそれを直観的なモナスの総合で示すことはできない[13]。

② 正方形の辺と対角線の比のように「交互差し引き」（ἀνταναίρεσις、ἀνθυφαίρεσις）による通約量の作図では同一のパターンの反復が有限回では終わらない場合があることが気づかれた（『原論』X 巻命題 2「もし二つの不等な量のうち、つぎつぎに小さい方が大きい方からひかれ、残された量が決して自分の前の量を割り切ることがないならば、それらの二つの量は通約できないであろう」）[14]。

③ 「素数（πρῶτος ἀριθομός）が無限に存在する」といった証明では間接証明が用いられなければならなかった（『原論』IX 巻命題 20）[15]。

ピュタゴラス派の数学では、分割は所与の図形について可感的な単位量の境界（ペラス πέρας）を基数として示すことを前提としていたため、以上の問題は数を直観的

な単位量で測られる基数に限定する見方の限界を明らかにすることとなった。

III　分割と無理量

元来「数えること」は同一性の反復であるから、有意味な分割はパターンの自己相似性に基づいて行われなければならない。無理量の分類は、三角形、四角形、円といった基本的な図形のなかで作図可能な無理量の種族についてはじめに考察された。その理由は、図形の作図可能が直観的にその存在についても裏付けるからである。また、無理量の非通約性は数えるという数の原理を破るものだが、面積数にすることによって面積相互の整数比に数の原理が回復されることも知られていた（『原論』X 巻定義３）。このとき、比を与えるペラスの基礎となるものは所与の量を分割する可感的単位量からは独立でなければならないことが自覚されたのだろう。分割は、合同な図形だけに限らず、相似な図形一般について同じ比を生み出すからである。「相似性一般」の認識（自己相似性）はそのなかに無限性の直観を内包しているのである。プラトンはここから分割そのものの存在論的基礎となる数の原理を思考対象であるイデアとして求めたと考えられる。

『パイドン』篇は一見ピュタゴラス派の思想に従っているかのような印象を受ける対話篇であるが、実際にプラトンが目論んでいるのはイデア論の立場からのピュタゴラス派の数論への批判であろう。イデア原因説への導入に先立って、プラトンは、２の生ずる原因は所与の可感的量に対する「分割」や「付加」以上のものであることを指摘している（*Phd.*96E-97B）[16]。仮設法のイデア存在措定はイデアとしての数学的対象を想定し、ピュタゴラス派の魂調和説に対しては、ピュタゴラス派の数の「調和 ἁρμονία」が物体的な基礎に立っていることを批判しているのである（*Phd.*86A-D）。

他方、ピュタゴラス派の数学的技法であった幾何中項の作図（『原論』II 巻命題 14）は、正方形と長方形の等積変形、つまり自己相似性と可変性の原理の調和をあらわし、宇宙的秩序の調和を象徴するものとしてプラトンは自らの哲学に積極的に取り入れた（*Rep.*546A-D）。そのなかでも、ピュタゴラス派においては、幾何中項の特例として正五角形の作図に必要な外中比（黄金分割）の作図はすでに範例的な意味をもつものであった（『原論』II 巻命題 11、VI 巻定義 2、命題 30）[17]。正五角形は、内部に無限の自己相似性を包括する図形であり（正五角形のそれぞれの頂点を結ぶ分割線は内部に五芒星と正五角形を出現させ、この作図は原理上無限に反復しうる）、同時に正方形の

自己相似性と長方形の可変性の原理の統合であるからである（外中比を二辺の比としてもつ長方形は黄金分割することで正方形と外中比を二辺の比とする長方形に分割され、この作図は原理上無限に反復しうる）[18]。以上の例から見れば、相似性一般のもっている無限性の直観は、ピュタゴラス派の数学的技法のなかにすでに含まれていたと考えられるだろう。

『国家』篇の「線分の比喩」（*Rep.*509D-511E, 533C-534D）は、範型と似像の世界の段階的な秩序を幾何中項、暗黙には黄金分割によって包括的に表現したものと考えられる[19]。プラトンの記述に従えば、魂の四つの異なる状態である影像知覚 εἰκασία（A）、感覚的確信 πίστις（B）、論証的思考 διάνοια（C）、直観的思惟 νόησις（D）のそれぞれは、可視的部分$(\mathrm{A}+\mathrm{B})$と可知的部分$(\mathrm{C}+\mathrm{D})$のもつ比がそれぞれの内部の二つの部分においても成立するように分割がなされる。つまり、

$(\mathrm{A}+\mathrm{B}):(\mathrm{C}+\mathrm{D}) = \mathrm{A}:\mathrm{B} = \mathrm{C}:\mathrm{D}$

であり、ここから

$\mathrm{B} = \mathrm{C}$

が導かれる。これは幾何中項による分割であり$(x^2 = ab)$、そして、このとき比を φ（外中比）にとれば黄金比での分割になる。『原論』II 巻の命題 9-11 は所与の線分について分割が内向きに進行する場合（内分点、命題 9）、外向きに進行する場合（外分点、命題 10）、所与の線分全体と自己相似的に内向きに進行する場合（黄金分割、命題 11）の三つの場合である。プラトンのコスモロジーにおける黄金分割の役割から考えると、プラトンは、全体の図形が無理線分を自己相似的に包括する黄金分割を「線分の比喩」において選択したと考えるのがもっとも妥当である[20]。

プラトンがこのことを暗示するのにとどめた理由は、黄金分割はピュタゴラス派では口外してはならない秘伝であったことが関係あるかもしれない。またこの比喩は、可感的な領域も越えて範型－似像の区別が成立するためにはその区別を成り立たせる原理は比例、すなわち数にあることをはっきりと示している[21]。

IV　プラトンによるピュタゴラス派の数学の受容と改造

プラトンはこの『原論』II 巻・VI 巻に見られるピュタゴラス派の数学的技法を受け継いで、さらにそれを哲学的に基礎づけるためにイデア論を展開していったと考えられる。初期の対話篇『大ヒッピアス』篇にはすでに「黄金分割」、すなわち『原論』XIII

巻命題 6「有理線分が外中比で分割されるならばそれぞれ無理線分となり余線分 ἀποτομή と呼ばれる」への言及が見られる（*Hp.Ma.*303C-D）[22]。ここから、後期の対話篇『ティマイオス』篇においては、直観的に可感的世界を把握する立場からピュタゴラス派に従って、正五角形をひとつの面とする正十二面体を、四つの正多面体に置き換えられた四元素からなる自然的世界を包括する宇宙的秩序の可視的な表現として捉えているのである(*Tim.*55C)[23]。プラトンは、『テアイテトス』篇に示唆されているように（*Thet.*147D-148B）、キュレネのテオドロス（BC465-398）、テアイテトス（BC417-369）らによる無理量の研究を受けて、アカデメイアにおいて、無理量一般を対称性をもつ立体、すなわち正多面体の作図題のなかで探求していったのであろう。

しかし、ピュタゴラス派の数学の根本原理である奇数性と偶数性には方法的な限界があった。それは、さきにふれた無理量の非通約性の問題に関わっている。偶数性はたしかに可変性の原理ではあるが、運動・変化の連続性を不可避的に含む自然学的な立場から見ると[24]、整数比をこえる無理量を含めた有意味な分割一般の基礎のためには十分な理論ではなかったということである。プラトンは、『ティマイオス』篇において、離散的な整数比の範囲に限られていたピュタゴラス派の限と無限の対立項に加えて、平面や立体として感覚される可感的世界における諸対象の構成要素となる様々な無理量の種族の基体として、数量的秩序のアプリオリな受容体（ὑποδοχή）、すなわち空間（χώρα）を要請した[25]。それによりプラトンは、自然的世界における物体のもつ可感的な量一般の問題に、図形を用いて一定の解決を与えようとしたのではないだろうか。『原論』における 13 の種族としての無理線分の分類や「不可分の線 ἄτομοι　γραμμαί」（アリストテレスの証言から知られる「不可分の線」は無理量一般を図形のなかでの通約可能性から考えて想定したものだろう[26]）の考えを踏まえると、プラトンの空間そのものは、アリストテレスが解釈したように「質料」としての単純な可塑的基体ではなく（*Phys.*Δ.2.210a1-2）、デーミウルゴスが「図形と数によって εἴδεσί τε καὶ ἀριθομοῖς」（*Tim.*53B4-5）イデアと生成と場を関係づけたのちには図形を直観的に可視化するための数量的法則性を内包する基体であることを示唆している。それゆえプラトンの空間は、「なにか、もっとも困難で理解しがたい仕方で思考対象の性格を持つ μεταλαμβάνον … τοῦ νοητοῦ　」（*Tim.*51A8-B1）「永遠に存在する不滅の『場』の種族 γένος ὄν τὸ τῆς χώρας ἀεί, φθορὰν οὐ προσδεχόμενον」（*Tim.*52A8-B1）なのである。

V　エウドクソスの一般的比例理論とプラトンの数学観の相違点

紀元前４世紀前半における数学的諸学科の急速な発展のなかで、『原論』V 巻に見られるエウドクソス（BC400 頃-347 頃[27]）の一般的比例論が成立した。これは、それ以前の比例論を越えて、無理量も含めた任意の量について適用できる理論であったが、所与の任意の連続量を測定のための不可分の単位として約束するものであった。これに対しプラトンは、任意の量について無作為の分割があるべきではないと考えていた。数の原理を可感的な量の認識に従属させ、所与の可感的量に対する超過と不足を整数比でとらえる点において、プラトンは、エウドクソスの理論は所与の可感的な量を仮設的に前提とするものであると考えたのではないだろうか[28]。

当時、アカデメイア内で起こったと考えられる『原論』の成立に関わるいくつかの推測をすると、まず『原論』の論証構造の構築に、このエウドクソスの一般的比例論の仮設的性格が大きく影響しているのではないだろうかと考えられる[29]。さらにここから穿った見方をすれば、『国家』篇のなかでプラトンが数学の仮設的性格をとりわけ強調した背景には、エウドクソスがデロス島の立方体倍積問題に対して「機械的な道具 ὄργανα μηκανικά」による経験的方法を用いたことをプラトンが批判したというよく知られている伝承と同様に[30]、暗にエウドクソスらピュタゴラス学徒たちの数学観への当てこすりも含まれているのかもしれない[31]。

「ストイケイア στοιχεῖα」の意味の時代的変遷を文献学的にたどった研究によれば、「数学的基礎命題集」としての「ストイケイア」の意味は紀元前５世紀にはまだ見られず、紀元前４世紀にプラトンのアカデメイア内での数学研究においてはじめて確立したと考えるべきであるという[32]。そして、新プラトン派の哲学者プロクロス（後５世紀頃）が『原論第一巻注解』のなかで引用し、通常もっとも古い数学史として信頼が置かれているアリストテレスの弟子ロドスのエウデモスの作と伝えられる「数学者のカタログ」[33]については、アカデメイア内で専門用語としてすでに定着していた数学的意味の「ストイケイア」をエウデモスが歴史記述に自由に使用した可能性が高いという。つまり「アカデメイア以前にいくつかのストイケイアが存在した」という内容のエウデモスの記述は、アカデメイア以後の専門用語のエウデモスによる無批判な転用であるということである[34]。こうしてみると、紀元前５世紀の数学教本が巷でストイケイアと実際に呼ばれていた可能性はかなり低いかもしれない。もしもプラトン存命中のアカデメイアにおいて、数学的ストイケイアの意味が多くの人々に普通に理解

されていたならば、後期のプラトンが、思惟的ストイケイアと感覚的ストイケイアを区別することを主題とする対話篇を多く執筆する必要はなかったのではないだろうか。むしろプラトンのイデア論をめぐる哲学的議論に触発されて、論証体系構築の基礎命題としてのストイケイアの意味が定まっていったと考えるべきなのではないだろうか。

アカデメイア内での数学研究の活性化と異なる数学観についての議論は、アカデメイアの若手メンバーに大きな刺激を与えたと思われる。そのなかでも、プラトンのイデア論と数学観について批判的であったアリストテレスは、エウドクソスの影響を受け（時間・運動の連続量化にはエウドクソスの理論の影響が明らかである）[35]、『形而上学』MN 巻に見られるように、算術的数は所与の量について約束される単位的なものであるという立場からプラトンたちの数学観を批判した。そして『分析論後書』A 巻では、算術や幾何学の第一原理となる類における存在や一についてはそれぞれの学に応じた対象が端的に措定されるべきであると考えた（*Anal.post.*A.10.76a37-b2）。アリストテレスは比の交換法則（*alternando*）についても知っていたため（*Anal.post.*A.5.74a20）、それぞれの学の対象となる類について「量の同類原理」に従って一般的比例論は適用可能であった。そしてさらに『形而上学』M 巻では、かれは一般的比例論の汎用性から、エウドクソスの数学的命題が数でもなく、点でもなく、大きさでもなく、時間でもない「量一般」を数学的に取り扱う可能性についてまでふれている（*Met.*M.2.1077a10-12. cf. *Met.*E.1.1026a25-27）（普遍数学の立場）。しかし、アリストテレスは数学を感覚的実体からの「抽象 χωρισμός, ἀφαίρεσις」として捉え、プラトンのようにそれを原理としての数自体と結びつけることはなかった（*Met.*K.3.1061a28-b4）。算術と幾何学の対象の区分はそれぞれの学の対象領域の類における存在としてのかぎりで仮設的に容認されるにとどまったのである。そして自らの哲学体系を自覚するようになると、数学的対象一般を定義の構成要素となる類として、自然学の研究対象とは区別した上で、思惟的質料・自体的付帯性として考察した。このとき、思惟的質料は感覚的実体から思惟作用によって抽象される主観的なものであり、自体的付帯性は形式論理的である[36]。つまりアリストテレスの哲学体系においてはそれらは実体的なものではなく、自然学的探求の主題ではなかったということである。

このようにみるとアリストテレスのイデア論批判は見当違いととれるものも多いが、アカデメイア派の数学研究に対する批判から派生的に生じたものであると見た方が理解しやすい面もあるかもしれない[37]。なぜなら、自然的世界の運動・変化の実在性

を基礎に据えたアリストテレスに対して、プラトンは、真に認識可能な対象は本性的にペラスをもつ可知的な対象でなければならないと考え、運動・変化において感覚的に認識される連続性はイデア数としての離散的な順序数の原理よりもより先なるものではないと考えたからである。エウドクソスの一般的比例論はあらゆる可感的な任意の量を所与のものとして前提とし、連続量一般を数学的に取り扱うことを可能にしたが、整数比に基づいていながら、対象の本性そのものの自己相似性によって数のペラスを与えてはいない点において仮設的なものに過ぎず、ピュシスに従った本来のペラスを与えてはいないとプラトンは考えたのだろう。

VI　プラトン没後のアカデメイアのイデア論からの離脱

後期のプラトンは、量の同類制限を破る場合の数の認識の基礎となる対象について、数学的問題から翻って、哲学的立場から一にして多であるような思惟的ストイケイアとしてのイデアとして考察したと考えられる。『ソピステス』篇のシュンプロケー・エイドーン συμπλοκή εἰδῶν（イデアの織り合わせ）は、『パイドン』篇での革を織り合わせた十二面体の鞠を想起させる（*Phd.*110B-C）[38]。メギスタ・ゲネーμέγιστα γένη（最大の種族）の発想は、デュナミスとして捉え直された存在を、包括者としての有のなかでの結合・分離関係としてとらえるためであり、『パルメニデス』篇の一と多の含意についての網羅的な検討や『テアイテトス』篇での感覚的ストイケイアへの批判（*Thet.*201E-204B）は、思惟的ストイケイアの連携・連帯について考察するための予備的訓練であろう。そして一連の後期対話篇、『ソピステス』『ピレボス』『政治家』においてその訓練はイデアの連帯関係を認識する「分割法 διαίρεσις」として実践されているのである。

ここから推測すれば、プラトンが晩年にイデア数について考察したとするアリストテレスの証言に信憑性があるとするならば、その目的は可知的対象をイデアとしての数の原理に結びつけることであった可能性はありうるかもしれない。プラトンが目指したのは、かれが『ピレボス』篇で「無限の種族 τὸ τοῦ ἀπειροῦ γένος」（*Philb.*25A1）と呼ぶような連続量一般に対して思考による純粋に数理的な解決を与えることであったとすると、それは数学においては様々な無理量の種族を「不定の二 δυὰς ἀόριστος」あるいは「大と小 μέγα καὶ μικρόν」によってイデア数の原理と統合することであったとも考えられるからである。しかし、実際の対話篇からわれわれが知りうるのは、プ

ラトンにとって数学的対象の世界はあくまでも受容体としてのアプリオリな空間内で現象する可知的対象としてのイデアの「似像」であり、可感的な物体的世界とイデア界との中間者なのである。プラトンは、数学的ストイケイアとしての要素三角形も結局のところ物体的・可滅的存在であることを『ティマイオス』篇の最後に述べ、『ティマイオス』篇の宇宙論はエイコース・ロゴス εἰκὼς λόγος（仮設的言論）であることを示唆することを忘れてはいない（*Tim.*81C-E）[39]。この点に関しては、プラトン、スペウシッポス、クセノクラテス、ピュタゴラス学徒たちの立場を明確に区別して記述しているアリストテレスの記述は同時代の証言として信頼性が高いといえる（『形而上学』MN 巻）。

プラトンの没後、イデアと数学的対象をプラトン哲学に従って判然と区別できなかった、またする必要を認めなかったスペウシッポス、クセノクラテスといった後継者たちは、数学的対象に生成・運動の観点を取り入れて急速にピュタゴラス主義を受容し同化した[40]。その根拠のひとつになるのは、正十二面体はプラトン哲学にとって宇宙的秩序体やイデアの連帯性を可視的に表現する哲学的にも重要な意味をもつものであったが、『エピノミス』(『法律』後篇）では第五元素のアイテール αἰθήρ の形に変更されていることである（*Epin.*981BC)。イェーガーはその作者は数学的諸学科には通じていたがディアレクティケーには関心の薄かったオプスのピリッポスであろうと推定している[41]。

プラトンの哲学は、ソクラテスの論駁法にはじまりピュタゴラス派の数学とエレア派の弁証法によってイデア論へと昇華した。しかし紀元前４世紀前半の数学的諸学科の急速な発展のなか、エウドクソスやテアイテトスによって触発され、紀元前３世紀の『原論』に結実するそれまでの数学的技法を正多面体の作図に向けて総合しようとする潮流は、プラトンにイデア論の再検討を促し、プラトンの哲学はイデアの連帯性にまで進んでいったと考えられる。エウデモスの数学史をみると、プラトンの功績について「分割について研究を始めた τὰ περὶ τὴν τομὴν ἀρχὴν λαβόντα παρὰ Πλάτωνος」とあるが、これは正確とはいえない。なぜならプラトンは幾何中項や黄金分割の作図についてはピュタゴラス派から学んだと考えられるからである。正しくはエウデモスは「プラトンは分割とともにその哲学的基礎について研究を始めた」と書くべきだったのである。プラトン哲学にとってアカデメイアでの数学研究とイデア論は相携えて進む不即不離の関係であった[42]。一言でいえば、文字通り「幾何学を解せざる者、この門をくぐるべからず μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω」である。

パルメニデスやアナクシマンドロスといった初期のギリシア哲学者たちは、球体や円環といった渾然一体のものとして宇宙的秩序体（コスモス）を表象した。プラトンは、ギリシア数学の発展を受けてイデア論の立場からその原初的なモデルを自然本性にしたがって分割・統合し新しい理解にもたらしたのである。プラトンにとって正十二面体は、晩年にいたるまで宇宙的秩序の調和とその基礎にあるイデアの連帯性を数と図形を用いて可視的に表現した似像であり続けたのである。

---

[1] Eva Sachs は『原論』X 巻、XIII 巻の無理量論、立体幾何学は、パッポスの古註にあるように、テアイテトスによって基礎付けられプラトン存命中のアカデメイアで Hermotimos によって仕上げられたのち『原論』に編入されたことを立証している。cf. Eva Sachs, *Die Fünf Platonischen Körper*, Berlin, 1917, S. 177.

[2] BC370 年代中頃に執筆されたと考えられる『国家』篇（528B-E）に見られるプラトンの立体幾何学の研究の現状についての嘆きと期待は、当時アカデメイアで進行中であったテアイテトスらの数学研究を念頭に置いてのものであり、BC369 年のコリント戦役でテアイテトスが亡くなったのち、プラトンは亡き数学者を偲んで友人の業績に対する記念碑として『テアイテトス』『ティマイオス』を執筆したと考えられる（Sachs, *op.cit*., S.160-161）。

[3] 初期ギリシア哲学における秩序体（コスモス）と自然（ピュシス）、自然万有（パンタ）との相互関連については、廣川洋一、『ソクラテス以前の哲学者』、講談社学術文庫、1997 年、187 頁以下の「附録　自然について」を参照。

[4] 『自然学』Δ巻十章ー十四章参照。しかし、このときアリストテレスにとっての「基体」は時間を区切る運動体であり、ここからアリストテレスの哲学では、「今」は線分の限界としての点に対応するものであり、時間は連続量として「数」として「測定されるもの」であると理解される。のちにふれるようにこれはエウドクソスの影響であると考えられる。

[5] 「ある人々は、時間は万有の運動であるといい、他の人々は天球そのものであるといった。」（*Phys*.Δ.10.218b1-2）「万有の天球が時間であるといった人々には、すべてが時間と万有の天球のうちに存在していることがその理由だと思われた。」(*Phys*.Δ.10.218b6-8)

[6] アナクシマンドロスの「無限 τὸ ἄπειρον」については、時間・空間の融合した表象として理解したい。その根源にあるのは永遠の天体運動（διὰ τῆς αἰδίου κινήσεως　DK12A9.12）であろう。その場合、アナクシマンドロスには「円環」が幾何学的な直観であった。天球儀の製作（DK12A1.16）、炎の球体（φλογὸς σφαῖραν DK12A10.35）、樹皮が樹木の周りに生ずるように（DK12A10.36）、火の円環（κύκλον πύρος DK12A11.9）。それらに共通するのは「等距離性」の幾何学的イメージである（DK12A11.7, 12A17.19-20）。ここから「永遠 ἀιδίον」「不老 ἀγήρω」「不壊 ἀνώλεθρον」が直観的に理解されている（DK12B2,3）。パルメニデスも同様に「存在 ἐόν」と「不生・不滅 ἀγένητον καὶ ἀνώλεθορον」「総体 οὐλομελές」「不動 ἀτρεμές」「無窮 ἀτέλεστον」を結びつけているが（DK28B8.3-6）、最後の「無窮」にはアナクシマンドロスの「無限」との関連性が見られる。またここから、パルメニデスの「連続 συνεχές」は「恒常性」の意味であると理解したい。パルメニデスの「存在」もアナクシマンドロスと同様に宇宙論と関係があるのではないだろうか。覚者が真理について女神に聴くのは夜の道と昼の道の合流地点にある館である。「無限」と「無窮」の関連について Theo Gerard Sinnige, *Matter and Infinity in the Presocratic Schools and Plato*, Van Gorcum, 1968. Chap.1 が参考になった。また、アナクシマンドロスの宇宙論の数学的モデルと「ふいご」「車輪」といった技術的な道具との関連も考えうる。荒川紘「アナクシマンドロスの宇宙論における方法」『科学基礎論研究』1986, vol.17, no.4, pp.9-14.を参照。

[7] 『原論』は、『ユークリッド原論』、中村幸四郎・寺阪英孝・伊東俊太郎・池田美恵（訳・解説）、

共立出版、1971 年を用い、Thomas Heath の英訳も参照した。

[8] de Vogel, C.J., *Pythagoras and Early Pythagoreanism*, Van Gorcum, 1966, p.5.

[9] Burkert, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, Harvard UP, 1972, p.31, n.15.にはアリストテレスの証言に見られる「物体としてのピュタゴラス派の数」に関する網羅的な引証があるので、以下にそれを掲げる。

*Met.*987b28 (cf.τὸν ἀριθομὸν τὰ ὄντα, 1083b17); 1090a22; ἄριθμοὺς τὸν ὅλον οὐρανόν. 986a21 (cf.986a3); τὰ σώματα ἐξ ἀριθμῶν, 1083b11ff (cf. *Cael*. 300a14ff; 986b6; 990a21; 1080b2, 16, 18), ἐξ ἀριθμῶν τὰ ὄντα, 1090a23, 32.ἐξ ἐκείνων (sc. σωμάτων) ὄντων τῶν αρίθμῶν, 1083b18; τοὺς ἀριθομοὺς ἐν τοῖς ἀισθητοῖς, 1080b1. The lack of χωρισμός 1080b16, 1083b10, 1090a23, *Phys*. 203a6ff.

[10] 後 1 世紀頃の新ピュタゴラス主義の徒ゲラサのニコマコスは『数論入門』で図形数についてさらに包括的な説明をしているが後代の思想の混入の可能性が考えられる。

[11] この IX 巻の「偶数奇数論」は、オスカー・ベッカーによって『原論』X 巻附録 27 として収録されている「正方形の辺と対角線の通約不可能」の証明を頂点とする初期ピュタゴラス派（前 5 世紀前半）における演繹的・体系的数論の実例と考えられたが、これに反し、W.ブルケルトは、初期ピュタゴラス派における演繹的・体系的数論の存在を否定し、附録の通約不可能性の証明および IX 巻命題 36 の完全数の証明の高度に抽象的な性格から、このベッカーの立論を斥けている（Burkert, *op.cit.*, pp.334-338）。『原論』IX 巻の「偶数奇数論」の 17 個の定理では 8 回、VII 巻の整数論のはじめの 36 個の定理では 15 回の間接証明が適用されていることから（アルパッド・K・サボー『数学のあけぼの』、伊東俊太郎・中村幸四郎・村田全訳、東京図書、1976 年、28-29 頁を参照）、ブルケルトの主張に従えば、初期の素朴な偶数と奇数の直観的・図解的な命題の集成に対して演繹的体系化が遂行された段階（前 5 世紀半ば）があったとも考えられるかもしれない。この時期はキオスのヒポクラテスやキュレネのテオドロスの活動した時期とも符合する。

[12] その代表としてはファン・デル・ヴェルデン『数学の黎明』、村田全、佐藤勝造訳、みすず書房、1984 年。幾何学的代数の解釈は、「幾何学的」に強調点をおけば有益な解釈である。また、『原論』II 巻は代数的なガイドがなければ理解が困難であるが、実際の土地の測量の過程からこのような一種代数的なレシピが整理されたとも考えられるかも知れない。とくに無限の作図パターンが繰り返される例については（後掲の②の例）、代数的なアルゴリズムによってそれをギリシア人が理解していたのかという点には疑問が残る。確かに算術的なアルゴリズムとして数学的帰納法は認識されていたが（『原論』IX 巻命題 8 では連比例をなす数列について帰納法が適用されている）、幾何学においてはそれはまだ一般的な方法ではなかったであろう。なぜならばゼノンの逆理はまさしくその点についての問題提起であったからである。ギリシア人にとって証明とは元来直観的に図形化することであった。前掲書、161-163 頁参照。またゼノンの逆理については拙論「ゼノンの逆理とアリストテレスの誤謬」、『筑波哲学』22 号（2014）、22-53 頁を参照。

[13] アルパッド・サボーは、①のような例に関して、算術的法則を扱っているピュタゴラス派の数論（『原論』VII, VIII, IX 巻）では、相似な矩形相互の比について、任意の 2 つの平面数（2 つの因数に分解される数）においては、それらが互いに相似な矩形の二辺として分解され得る場合に限り中項となる数が存在する（『原論』VIII 巻、命題 18、20）という制約条件をもつが、幾何学においては、直観的事実としてどのような線分相互にも中項となる線分が作図可能であるということが認識され、このことが幾何学が重視される理由になったと明快に指摘している。cf. Árpád Szabó, *Die Entfaltung der griechischen Mathematik*, B. I. Wissenschaftsverlag, 1994, S.242-253.

[14] この命題 2 とともに、『原論』X 巻の無理量論の定義は初期ピュタゴラス派から引き継がれたものであると考えられている。

[15] 間接証明について、初期のピュタゴラス派では非通約性の判定条件は『原論』X 巻命題 2 の交互差し引きが終わらないこととされていた。間接証明によるその不可能（X 巻附録 27「もし正方形の辺と対角線が通約可能ならば、同じ数が同時に偶数かつ奇数になる」Cf. *Anal.prior.* A.23.41a23-7）はのちに別証明として加えられ、その結果 X 巻命題 2 は事実上用いられなくなったと推定される。これはゼノンの逆理の影響ではないだろうか（前注 12 参照）。

[16] 非常に注目されるのは、アリストテレスの『形而上学』Z 巻十三章の証言によると、このような批判をピュタゴラス派の数についてはじめに投げかけたのはデモクリトスであったとも考

えられることである。「これはデモクリトスも正当に言っている。かれは二から一が生ずることも一から二が生ずるのも不可能であると言っているから。それはかれが不可分な大きさ（原子）を実体としているからである。すると同じことは明らかに数の場合にも然りである。もし数がある人々の言うようにモナスの総合であるならば、二はひとつの数ではないか、いかなるモナスもそのうちに現実的には（ἐντελεχείᾳ）含んでいないかのどちらかであるから。」（*Met.*Z.13.1039a9-14）

[17] 『原論』II 巻命題 11 の黄金比の作図（これは VI 巻命題 30 と同等である）は、正多角形について扱っている IV 巻の命題 10 で「底角が頂角の二倍であるような二等辺三角形」の作図題に用いられ、この二等辺三角形の頂角は 36°であるから、続く IV 巻命題 11 から 14 で扱われている正五角形の作図題に関連し、さらに XIII 巻で扱われる正多面体（ことに正十二面体と正二十面体）の作図題に関連している（『数学の歴史 I　ギリシャの数学』、彌永昌吉・伊東俊太郎・佐藤徹、共立出版、1979 年、148-150 頁を参照）。このように『原論』においては黄金比の作図は正多面体の作図題の証明に向かう一本の縦糸となっていると考えられる。

[18] Sinnige, *op.cit.*, pp.70-76.　正五角形についてのこの作図法はオスカー・ベッカーおよびクルト・フォン・フリッツに基づく。ここから、フォン・フリッツは初期ピュタゴラス派においては無理量の非通約性は正五角形の辺と対角線の比（黄金比）についてはじめに認識され、それがメタポンティオンのヒッパソスの溺死の伝説に結びついたと主張している。Kurt von Fritz, 'Die Entdeckung der Inkommensurabilität durch Hippasos von Metapont', *Annals of Mathematics*, 46, 1945.

[19] その根拠となるのは、「線分の比喩」の分割が整数比による幾何中項の分割を意図していたのならば当然プラトンはもっと簡潔に記述することができたと考えられるからである。プラトンは線分の分割を「それなら、ひとつの線分がふたつの不等な線分に分割されたように受け取って、一方は可視的な種族、他方は可知的な種族として、それぞれの部分を再び同じ比に分割してみたまえ」（*Rep.*509D）といっているが、「不等な線分 ἄνισα　τμήματα」は無理量比を意図していると考えられる。『国家』篇ではさらに「無理量を示す直線 ἀλόγους γραμμάς」（*Rep.*534D）が比喩のなかで言及されたのち、ピュタゴラス派の数による宇宙的秩序の調和が、整数比による比例論の立場から正方形数と長方形数の等積変形によって説明されるが、プラトンはここで無理量の対角線に対する整数による近似計算のアルゴリズムを用いている（$\sqrt{50}$の言明可能な対角線 διάμετρος ῥητὸς πεμπάδος は$\sqrt{49}=7$）（*Rep.*546A-D）。赤摂也氏によれば、ここでプラトンが行っているのは「正方形の辺と対角線の通約不可能」を証明するアルゴリズム（正方形の一辺に対角線が加わるとあらたな正方形の一辺になり、対角線に辺の二倍が加えられるとあらたな正方形の対角線になる）の一部であり、『原論』II 巻命題 10 において証明されているものである（後 2 世紀のスミュルナのテオンは言明可能な対角線について算術的にこのアルゴリズムを定式化している。これは$\sqrt{2}$の近似計算になる）。そして II 巻命題 11 で続いて証明されている「外中比（黄金分割）」は、正方形の場合と同様に、正五角形の対角線と一辺の通約不可能を交互差し引きによって証明する作図題と関係づけられ、これらの命題はともに初期ピュタゴラス派の無理量論の一部であったと考えられる（赤摂也「原論第 II 巻の原形について」『科学基礎論研究』1979, vol.14, no.3, pp.117-125.を参照、cf. Sir Tomas Heath, *A History of Greek Mathmatics* vol.i., Oxford, 1921, pp.90-93., Burkert, *op.cit.*, p. 430., p. 481.n.76）。初期ピュタゴラス派は、交互差し引きの作図パターンが繰り返される場合、無理量の通約不可能を示していると直観的に理解していた（『原論』X 巻命題 2 では交互差し引きが終わらないことが非通約性の判定基準である）。このような「分割」の背景にあるプラトンの問題意識からも「線分の比喩」における分割において、プラトンは無理量比への分割、つまり黄金分割を意図していたと考えてよいだろう。もちろん外中比による分割であるためには所与の線分全体と分割における長い線分がさらに同じ比を持つことが必要である。しかし『国家』篇での線分の比喩がイデアによる自然万有の認識を主題としている以上、線分全体と可知部分の比例関係は想定されていると考えるべきである。また、この想定によれば$(\mathrm{A}+\mathrm{B}<\mathrm{C}+\mathrm{D})$である。プラトンは意図的にその条件を言わなかったのだろう。『原論』を見ると、この『国家』篇の線分の分割は、XIII 巻命題 5「もし線分が外中比に分けられ、それに大きい部分に等しい線分が加えられるならば、全体の線分は外中比に分けられ、もとの線分がその大きい部分である」に同等である。先の例で示せば、可視的部分$(\mathrm{A}+\mathrm{B})$において、$\mathrm{A}=\frac{1}{\varphi}$, B=1 とし、それに論証的思考の部分$(\mathrm{C}=1)$を加えると、$\frac{1}{\varphi}=\varphi-1$

であるから、「もとの線分」(A + B)は$\frac{1}{\varphi}+1=\varphi$となり、(A + B): Cの比はφ: 1となる。可知的部分についても同様に考えることができる。φ:1 の比をもつ線分に、さらに直観的思惟の部分（D）を外中比になるように加えると φ:1:φ となるが、可知的部分$(\varphi+1)$はφ^2となるので、線分全体はφ: φ^2となり、外中比に分割されている。つまり、『原論』XIII 巻命題 5 の反復適用によって線分全体は構成されるのである。この作図は、$\frac{1}{\varphi}$, 1, φ^2の調和数列の作図である。プラトンはここから「線分の比喩」の着想を得たのであると考えられる。

[20] Siegfried Heller は、初期ピュタゴラス派の人々が実際どのように正方形と正五角形の辺と対角線の比を近似分数比から推察し、『原論』II 巻命題 11 の「外中比の分割」の作図に到達したのかということを具体的に再構成している。彼の考えでは紀元前 5 世紀後半にはピュタゴラス派の人々は黄金分割の作図を確立していたとされる。cf. Siegfried Heller, 'Die Entdeckung der stetigen Teilung' in Oskar Becker (hrgb.), *Zur Geschichte der Griechischen Mathematik* (Wege der Forschung Bd. XXXIII), Darmstadt, 1965, S.319-354.

[21] A.ヴェドベリの『プラトンの数理哲学』は今日でも参照に値する内容であるが、もっとも重要な『国家』篇の「線分の比喩」の分割については「特別な意味は認められない」と言っている。Wedberg, A., *Plato's Philosophy of Mathematics*, Stockholm, 1955, p.103.（A.　ヴェドベリ『プラトンの数理哲学』山川偉也訳、法律文化社、1975 年、133 頁）。しかし、私はプラトンは「比例による調和」を念頭においてこのような分割を「選択」したのだと主張する。なぜならこの比喩は、「幾何中項」(B = C)であることによって、数学的諸学科が感覚的対象からイデア認識へのステップとなること、「外中比」であることによって宇宙的秩序体の調和を意味していると考えられるからである。

[22] Heath, *op.cit.*, p.304.

[23] 『パイドン』篇では正十二面体は大地の形状であった（*Phd.*110BC）。『ティマイオス』篇のこの箇所は、プラトンの没後オプスのピリッポス、クセノクラテスといった直接の弟子たちによって第五元素のアイテールとして読み替える解釈がなされ、それ以降の解釈史でも注釈家たちの間で四元素説と五元素説との間で動揺が続いた。その網羅的な分析は、Sachs, *op.cit.*, S.49-70 に見られる。

[24] Julius Stenzel は、空間的延長の問題について深く考察するにつれてプラトンがその問題を「平方数」「立方数」といった算術的法則から簡単に片付けることはできないと感じていたことはよく理解できると述べ、そのことを自著のモットーにしている。cf. Julius Stenzel, *Zahl und Gestalt*, 3rd.ed., Darmstadt, 1959, S.88. Stenzel とそれに連なるテュービンゲン学派（H.J.Krämer, K.Gaiser）の「原理論解釈」(Prinzipienlehre)についての批判的な検討は別稿に譲りたい。

[25] プラトンの空間はこのほかに「座 ἕδρα」「乳母 τιθήνη」と呼ばれる。

[26] 『原論』X 巻、定義 3 参照。

[27] エウドクソスの生没年については諸説あるが（従来は BC408-355）、盛時(40 才)を慣例的にアカデメイアの学頭代理を引き受けたとされる BC367/8 年に置くことに疑問がもたれており BC390 年の生年とする説も有力である。

[28] エウドクソスのアリストテレスへの影響については、Hans-Joachim Waschkies, *Von Eudoxos zu Aristoteles,; Das Fortwirken der Eudoxischen Proportionentheorie in der Arisotelischen Lehre vom Kontinuum*, Amsterdam, 1977.が包括的な研究である。

[29] それは、異なる対象に関わる学であると考えられていた算術と幾何学の教本を「普遍数学」の立場から総合しようとする意図においてである。

[30] 廣川洋一、『プラトンの学園アカデメイア』、講談社学術文庫、1999 年、144 頁。

[31] 『国家』篇のその箇所には「なぜなら、かれら（ピュタゴラス派の人々）は、可感的な音の調和そのもののなかに（ἐν ταύταις ταῖς συμφωνίαις ἀκουομέναις）数を探し求め、どのような数が調和的でどのような数が調和的でないか、また両者は何故にそうなのかを探究するために、理論的な問題へと遡らないからである。」（*Rep.*531C, cf.*Phdr.*268E）というピュタゴラス学徒たちの経験的方法への当てつけがみえる。この箇所は当然『パイドン』篇でのピュタゴラス派の「調和」批判に結びつけられるだろう。また「調和」はピロラオス断片のキータームのひとつでもある。

[32] Schwabe, Wilhelm, *'Mischung' und 'Element' im Griechischen bis Platon*, Bouvier, Bonn, 1980.

[33] Proclus, *On Euclid i.*, ed. Friedlein 64.16-70.18.　エウデモスの記述ではエウドクソスが「いわゆる一般定理 τῶν καθόλου καλουμένων θεωρημάτων」の数を増やしたことが指摘されている。
[34] Burkert もエウデモスの数学史の記述を額面通りに受け取ることに疑問を呈している。かれはさらに引用者のプロクロス自身によるペリパトス学派、イアンブリコスの用語法への嗜好や、プラトン学派びいきも記述の内容に改変を加えていると考えられるという（Burkert, *op.cit.*, pp.401ff.）。この Burkert の指摘は、Sachs の前掲書（Sachs, *op.cit.*, S.23-41）の詳細かつもっとも批判的な分析を下敷きにしている。
[35] 『自然学』Γ 巻六章にはエウドクソスの「取り尽くし法」の論理（いわゆるアルキメデスの公理）がみられる（ἐὰν δ' οὕτως αὔξῃ τὸν λόγον ὥστε ἀεί τι τὸ αὐτὸ περιλαμβάνειν μέγεθος, διέξεισι, διὰ τὸ πᾶν τὸ πεπερασμένον ἀναιρεῖσθαι ὁτῳοῦν ὡρισμένῳ. *Phys.* Γ.6.216b10-12.『原論』V 巻定義 4「何倍かされて互いに他より大きくなりうる二つの量は相互に比をもつといわれる」)。このとき、アリストテレスは、その前段で、ある一定の大きさから「常に同じ比の量が」残りから取り去られていく場合には、けっしてもとの全体量を行き尽くすことはできないと明言している。従ってアリストテレスはゼノンの第二逆理（アキレスと亀）は解決不可能であるといっていることになる（*Phys.*Γ.6.216b7-10）。
[36] 「自体的付帯性」とは三角形の定義における「直線」のような類をさす。あとに挙げた Görland はこれを ποσόν 一般となる「アプリオリな総合的直観」と解釈する。
[37] その一例としては、先に引用した『形而上学』M 巻第二章においてアリストテレスが、もしエウドクソスの「普遍数学」の対象として「量一般」の類があるとするならば、プラトンの考えに従えば、それはイデアと数学的対象の中間に離存した実体として存在しなければならないが、それは不可能であると断言していることが挙げられる。ここからアリストテレスが「数学的対象の離存不可能」から「イデアの離存不可能」に推論をすすめていたことが推測される。また Cherniss は、プラトン・スペウシッポス・クセノクラテスをそれぞれの相違点は無視して一括して「数の実体化」から批判の対象にするアリストテレスの常套的な論争手法について指摘している。Cherniss, H., *The Riddel of the Early Academy*, California UP, 1945, p.48.
[38] 初期ピュタゴラス派の人々は、はじめ、このような製作品や自然に見られる黄鉄鉱（FeS_2）の結晶体として正十二面体を知ったと思われる。しかしプラトンがここで言及した意図にあるものは、幾何学的な立体のひとつとしての正十二面体である（cf.Burkert, *op,cit.*, p.461, n.57）。
[39] この『ティマイオス』篇の箇所は、空間に現れる「三角形や様々な形 τὸ τρίγωνον ὅσα τε ἄλλα σχήματα ἐνεγίγνετο」が「生成」の種族であるという 50B3-4 の箇所に応じるものである。このとき図形そのものは感覚の対象であるが、可視化した空間的法則性としてはプラトンは中間者ととらえていたと考えられる。プラトンがイデアと数学的対象を区別し、数学的対象をイデアの「似像」としたことにははっきりとした数学的な根拠があったと考えられるがその問題は別稿で論じることにしたい。Cherniss は、中間者としての数学的対象をプラトンの対話篇に見出すことはできないと考えるが、かれはギリシア数学においては様々な無理量が数としてではなく、直観的空間に例化された図形における無理線分として数学者の考察の対象になっていたという点を見落としているのではないだろうか。算術的な数も『原論』では線分によって図示されている（Cherniss, *op.cit.*, pp.75ff.）。また立方体倍積問題に関連してふれれば、連比例における二つの比例中項を作図するには放物線と双曲線の交点を作図する必要があり、動点の軌跡を幾何学的に扱わなければならないため、プラトンは当時のユークリッド幾何学の論証体系の範囲内では 2 の立方根を数学的対象としては限定できない無理量であると健全に判断していた（2 の立方根を定規とコンパスで作図することは不可能である）。プラトンが「すべての受容者 πανδεχές *Tim.*51A8」としての空間を要請したのはその問題に対して暫定的な配置をする意味もあったのだろう。
[40] 主として「生成」の観点はスペウシッポスに（*Met.*M.9.1085a32-b9,b27-31）、「運動」の観点はクセノクラテスに帰せられるだろう（*De An.*408b32-33）。しかし両者の観点が混合した可能性もある。
[41] Jaeger, Werner. *Aristotle; fundamentals of the history of his development*, 2nd ed., oxford, 1948.　アリストテレスは『天体論』第一巻二章・三章で円運動する不滅の第五元素の存在について証明している。イェーガーはこの考えはアカデメイアの若手メンバーに共有されていたとみている

（*op.cit.*pp.300ff.）。また、『エピノミス』篇の偽作説については、ギリシア天文学史の基本的文献である J.L.E.Dreyer, *A History of Astronomy from Thales to Kepler*, Dover, 1953., D.R.Dicks, *Early Greek Astronomy to Aristotle*, Thames and Hudson, 1970.の両者を比較すると、前者は背景の哲学思潮まで配慮した記述をし、『エピノミス』の偽作の根拠まで立ち入った記述をしているが、後者は天文学の発展史にのみ注目し、哲学的な背景は割愛して記述していることに注意すべきである。

[42] ハイベルクが指摘するようにアリストテレスの数学の知識はアカデメイアでの教育によるものと思われるので、プラトンと数学の関わりについてそこから推測することも有益であると考えられる。その他に参考にした文献を挙げておきたい。

Görland, Albert, *Aristoteles und Mathematik*, Marburg, 1899.

Heiberg, J.L., ‘Mathematisches zu Aristoteles’, *Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften*, Bd.18, 1904.

Heath, Sir Thomas, *Mathematics in Aristotle*, Oxford, 1949.

（うえだ・とおる　　筑波技術大学非常勤講師）