

平成 29 年 6 月 13 日現在

機関番号：12102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2014～2016

課題番号：26610002

研究課題名(和文)単純自己同型群に対する軌道予想の解決

研究課題名(英文)Strategy for orbifold conjecture for finite simple automorphism groups

研究代表者

宮本 雅彦 (MIYAMOTO, Masahiko)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：30125356

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,800,000円

研究成果の概要(和文)：性質の良い共形場理論から自己同型を使って性質の良い共形場理論が出来ることは、計算ができる個別の例でのみ示されていた。それを一般的な設定で成り立つ事(軌道予想)を証明する方法は全くと言ってよいほどなかった。しかし、近年の研究代表者の研究により、この頂点作用素代数の軌道予想は自己同型群が可解である場合に証明された。さらに、完全解決のためには、群の表現が線形でない単純群に対して、一番重要なボーチャーズ恒等式が成り立つような加群同士のテンソル積の概念を導入し、いくつかの単純群について軌道理論の性質を調べた。

研究成果の概要(英文)：For a few examples, it has shown that the orbifold theory of a good conformal field theory (CFT) by a finite automorphism is again good. The orbifold conjecture says that this is true for general cases, but there were no proofs. Recently, we have proved this conjecture for a finite solvable automorphism group. In order to complete this problem, we have to treat simple groups, which does not have linear representation. In this research, we have introduced a new concept of tensor product of modules, on which we have very important Borchers identity. As an application, we studied the orbifold theory for a few simple groups.

研究分野：Algebra

キーワード：頂点作用素代数 有限単純群 自己同型群 軌道予想 C2有限性 有理性

## 1. 研究開始当初の背景

(1) 頂点作用素代数は、局所可換という無限個の関係式を満たさなければならないために、構成するのは非常に難しく、例がそれほど多くない。また、実在のモデルに会う頂点作用素代数を構成も簡単ではない。良いモデルを構成する方法の一つとして、軌道理論があるが、その表現や融合積を調べるのが一般には難しくほとんど研究されていなかった。

(2) 代表研究者が頂点作用素代数の C 2 余有限性という性質に注目し、モジュラー不変性、フュージョン積の存在など、その有用性を色々な面で証明してきた。特に、表現がかなり決定できることが分かった。

(3) 最近の研究代表者の研究により、巡回群に対しては、軌道理論のうち、有限性が証明できることが分かり、その重要性が認識されてきた。

## 2. 研究の目的

(1) 上記の背景により、表現が有限型だけでなく完全可約であるような頂点作用素代数に対して、完全可約性も成り立つ(軌道予想の完全解決)を見つけることを目標とした。

(2) 巡回群だけでなく、単純自己同型群に対しても有限性が成り立つとの予想を立て、その解決を目指した。

## 3. 研究の方法

(1) 有理性を証明するために、加群の拡大が分裂することを示す。このためには、研究代表者が証明した軌道理論の C2 有限性が重要

な働きをし、テンソル積などが定義できることを示す。次に、モース、ザイバークの手法を拡張し、フアングの手法と合わせた、モースザイバークフアング手法と呼ばれるものを開発した。

(2) 単純群の場合には、これまで標準的に使われていたシンプルカレント構成というのが本質的に存在しないので、2つの既知の加群から一つの加群を作り出すことがない。それゆえ、それらを扱う手法には、群のように美しい構造を持たず、群の表現環のように複雑な構造を持つ。それらを単純化するために、内部テンソル積という概念を導入し、ポーチアーズ恒等式が使えるような設定を考える。

## 4. 研究成果

(1) 上記の軌道理論における有限性を証明するという目標を達成し、オリジナルの軌道予想である、有限性と完全可約性が有限自己同型の固定頂点部分代数に遺伝することを証明した。

(2) 上記の結果を、C 2 余有限性を持つ頂点作用素代数に適用することにより、その自己同型による固定空間の表現が分かり、また、これまで知られていたフェアリンデ形式やツイスト加群などの一般理論が応用できるので、新しい頂点作用素代数が構成できる手法を得たことになる。実際、この方法により、初めて奇数位数による軌道理論による新しいホロモルフィック頂点作用素代数の構成に成功した。

(3) 頂点作用素代数とその加群に対して、上記で述べた C 2 余有限条件と同じように定

義される、C 1 余有限条件と呼ばれる有限性がある。これに対しても軌道予想が成り立つのではとされている。この問題に対して、いくつかの考察を得た。

## 5 . 主な発表論文等

( 研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線 )

[ 雑誌論文 ] ( 計 3 件 )

### (1) Masahiko MIYAMOTO

A modular invariance property of multivariable trace functions for regular vertex operator algebras,  
Journal of Algebra, 査読有  
Vol. 444, 2015, 12-142

### (2) Masahiko MIYAMOTO

C2-cofiniteness of cyclic-orbifold models,  
Comm. Math. Phys, 査読有,  
Vol. 335,2015, 1279-1286

### (3) Masahiko MIYAMOTO

Pure exactness of the principal cover of vertex operator algebras,  
Journal of Algebra, 査読有,  
Vol. 423, 2015, 289-300

[ 学会発表 ] ( 計 7 件 )

### (1) Masahiko MIYAMOTO

C2-cofiniteness of orbifold models for

some finite simple automorphism groups,  
Moonshine and K3 surface, 2016/11/7-11,  
名古屋大学 ( 愛知県名古屋市 )

### (2) Masahiko MIYAMOTO

C2-cofiniteness of orbifold models for Monster simple group, Conference in finite groups and vertex algebras, 2016/8/22-26, Academia Sinica ( 台湾国立中央研究院 )( 台北市 中華民國 )

### (3) Masahiko MIYAMOTO

C2-cofiniteness of orbifold model with a simple automorphism group,  
Workshop on Finite Groups, VOAs, and Algebraic Combinatorics,  
2016/3/21-25  
Fo Guang University ( 宜蘭縣礁溪鄉 中華民國 )

### (4) Masahiko MIYAMOTO

The regularity of orbifold model,  
The international conference on VOA and related topics,  
2015/9/7-11  
四川大学 ( 成都市 中華人民共和國 )

### (5) Masahiko MIYAMOTO

The regularity of orbifold model,  
Conference on Lie Algebras, Vertex Operator Algebras, and related Topic,  
2015/8/14-18  
University of Nortre Dame  
( サウスベンド市 米国 )

(6) Masahiko MIYAMOTO

Vertex Operator Algebra and simultaneous  
Inversion,

Perspectives in Lie Theory,

2015/1/12

ピサ大学 (ピサ市イタリア)

(7) Masahiko MIYAMOTO

The simple modules of commutant subVOAs,  
有限群とその表現、頂点作用素代数、代数的  
組み合せ論の研究

2014/12/16

京都大学数理解析研究所 (京都市左京区)

〔図書〕(計 1 件)

(1)木村達雄,竹内光弘,宮本雅彦,森田純、

日本評論社、

明解線形代数改訂版

2015 総ページ数 258 (59-123)

## 6 . 研究組織

(1)研究代表者

宮本 雅彦 (MIYAMOTO Masahiko)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号 : 30125356