2017年度 数理科学III

著者	西村 泰一
著者別名	Nishimura Hirokazu
内容記述	数理科学IIIA（春学期） 数理科学IIIB（秋学期）
発行年	2017
URL	http://hdl.handle.net/2241/00145902

No. 6/6(火)

第8回 数理科学III A

Category theory (圏論)

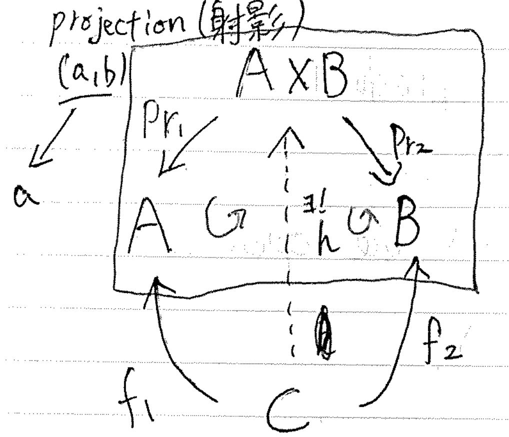
⇑

代数的位相幾何学 (Algebraic Topology)

Einlenberg - MacLane

(集合)入門 ⇓ 数学

直積 $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$ 可換 commutative commute

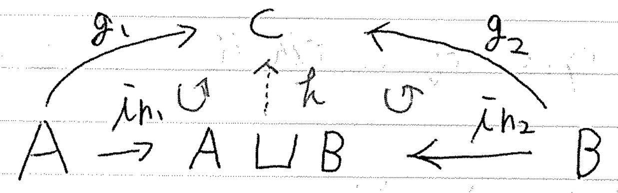


$\exists! h : C \to A \times B$ such that

$pr_1 \circ h = f_1$

$pr_2 \circ h = f_2$

直和



埋め込み injection

$\exists! h : A \sqcup B \to C$ such that

$g_1 = h \circ in_1$

$g_2 = h \circ in_2$

No. Date

Category (定義) $\mathbb{C}$

objects : A, B, C $ob(\mathbb{C})$

morphism (arrows) : f, g $Mor(\mathbb{C})$

dom : $Mor(\mathbb{C}) \to Ob(\mathbb{C})$ $dom(f) = A$ $A \xrightarrow{f} B$

cod : ________ 〃 $cod(f) = B$

id : $Ob(\mathbb{C}) \to Mor(\mathbb{C})$ $id_A : A \to A$ 恒等写像

$dom(id_A) = A$

$cod(id_A) = A$

f, g. $cod(f) = dom(g)$ (のとき) $g \circ f$

$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} D$ $dom(g \circ f) = dom(f)$ $cod(g \circ f) = cod(g)$

$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$ (結合律) id_A

$f \circ id_A = f$ $id_B \circ f = f$

例 (examples)

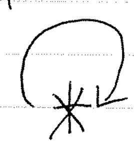
I 集合 関数

II 線型空間 — 写像

III 群 準同型

IV 位相空間 連続写像

V * 単一の G



$e = id_*$

M monoid

preorder 前順序

VI 順序集合 Partially ordered set $(A, \leq)$

objects / morphism $a \leq b$ $a \xrightarrow{f_{ab}} b$

$a \leq a$ (反射律)

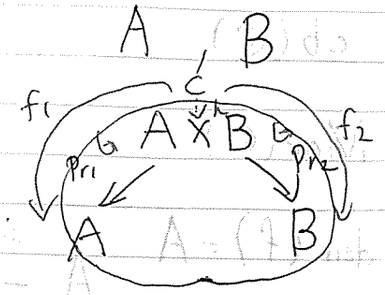
$a \leq b$ & $b \leq a \Rightarrow a = b$ (反対称律)

$a \leq b$ & $b \leq c \Rightarrow a \leq c$ (推移律)

No.

Date

product　　$\mathbb{C}$



(universality)
普遍性による定義

coproduct　矢印を逆転

$\mathbb{C}$

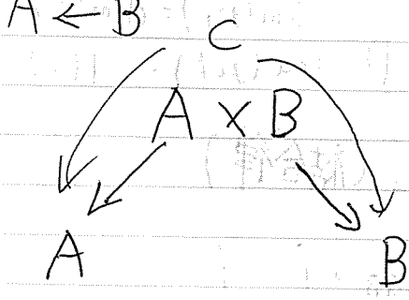
f

$A \to B$

opposite
: dual category

f^{op}　　$\mathbb{C}^{op}$

$A \leftarrow B$



物の見方

conceptual

$A \times B \leq A$

$A \times B \leq B$

$C \leq A$

$C \leq B$

下限

$C \leq A \times B$

※矢印を逆転させると上限

No.

Date

$\mathbb{C}$

$A \underset{g}{\overset{f}{\rightleftarrows}} B$

$A \xleftarrow{h} B$

$h \circ f = id_A$

$f \circ h = id_B$

$g = (h \circ f) \circ g = h \circ (f \circ g) = h$ ($f \circ g = id_B$)

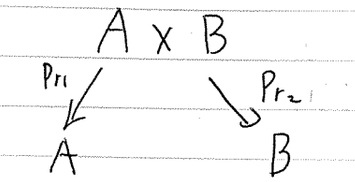
A≅Bは同型
isomorphic

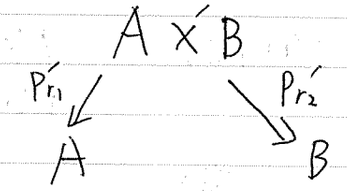
$g \circ f = id_A$

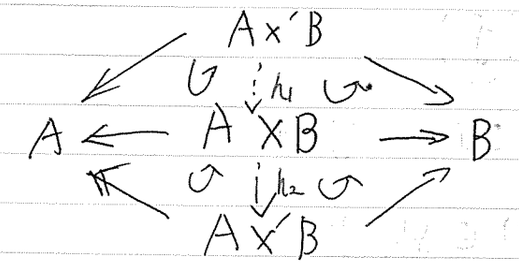
$f \circ g = id_B$

f : isomorphism

$g = f^{-1}$







$id_{A \times' B} = h_2 \circ h_1$

$id_{A \times B} = h_1 \circ h_2$