

## 2017年度 数理科学III

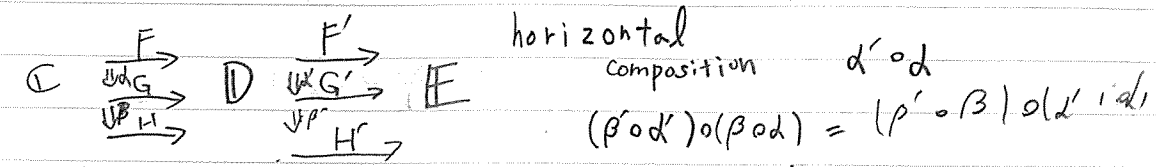
著者	西村 泰一
著者別名	Nishimura Hirokazu
内容記述	数理科学IIIA (春学期) 数理科学IIIB (秋学期)
発行年	2017
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/00145902">http://hdl.handle.net/2241/00145902</a>

Category (各種の代数系) 準同型

functor (関手)

$$\mathbb{C} \xrightarrow[\underset{G}{\text{ua}}]{\overset{F}{\text{ua}}} \mathbb{D}$$

natural transformation (自然変換)



$\alpha: F \Rightarrow G$        $\beta: G \Rightarrow H$        $\alpha': F' \Rightarrow G'$

vertical composition

$\mathbb{C}, \mathbb{D}$  : categories

$\mathbb{C} \times \mathbb{D}$

$(A, B) \xrightarrow{(f, g)} (A', B') \xrightarrow{(f', g')} (A'', B'')$   
 $A', A \in \mathbb{C}$        $B', B \in \mathbb{D}$        $(f' \circ f, g' \circ g)$

$f: A \rightarrow A'$  in  $\mathbb{C}$   
 $g: B \rightarrow B'$  in  $\mathbb{D}$

$\mathbb{C}, \mathbb{D}, \mathbb{E}$  : categories

$F: \mathbb{C} \times \mathbb{D} \rightarrow \mathbb{E}$  functor

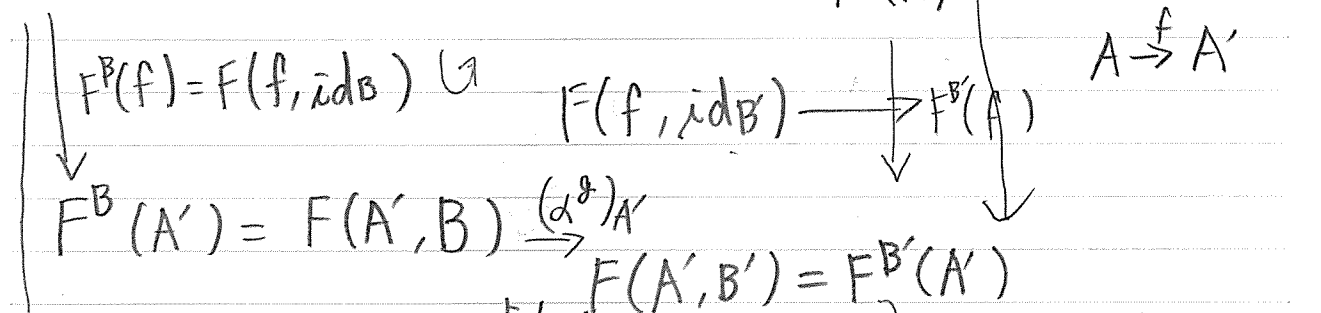
$B \in \mathbb{D}$  を固定       $A \xrightarrow{f} A'$

$F^B: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{E}$        $F^B(A) = F(A, B)$

$F^B(f) = F(f, \text{id}_B)$

$B \xrightarrow{g} B'$  in  $\mathbb{D}$        $(\alpha^g)_A = F(\text{id}_A, g)$

$F^B(A) = F(A, B) \xrightarrow{F(\alpha^g)_A} F(A, B') = F^{B'}(A)$   
 $\alpha^g = \text{natural transformation}$



$\forall B \in \mathbb{D} \quad F^B: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{E}$  functor       $\alpha^g: F^B \Rightarrow F^{B'}$  natural transformation

$\forall B \xrightarrow{g} B'$  in  $\mathbb{D}$        $\alpha^g: F^B \Rightarrow F^{B'}$  natural transformation

$F(A, B) = F^B(A)$        $A \xrightarrow{f} A'$        $B \xrightarrow{g} B'$   
 $F(A, B) = F^B(A) \xrightarrow{F^B(f)} F^{B'}(A')$   
 $F(f, g) = (\alpha^g)_A \downarrow \quad \downarrow (\alpha^g)_{A'}$   
 $F(A, B') = F^{B'}(A) \rightarrow F^{B'}(A')$

### Sets

objects : categories. } category  $\mathcal{C}$   
 morphisms : functors

$\mathcal{C} \xrightarrow{\text{category}} \mathcal{D}$        $\text{Sets}(A, B)$   
 objects :  $\mathcal{C}$  and  $\mathcal{D}$  and functors  $\begin{matrix} \mathcal{C} & \xrightarrow{F} & \mathcal{D} \\ & \downarrow \alpha & \\ & \mathcal{D} & \end{matrix}$   
 morphism : natural transformation.

⊛ bifunctor 1 = な, 2 = 3 = 2 を確認して下す。

$\mathcal{C} \xrightarrow{F} \mathcal{D}$        $\mathcal{D} \xrightarrow{G} \mathcal{E}$        $\mathcal{C} \xrightarrow{G \circ F} \mathcal{E}$   
 horizontal composition  
 $\begin{matrix} F \\ \downarrow \alpha \\ F \end{matrix}$        $\begin{matrix} G \\ \downarrow \beta \\ G \end{matrix}$        $\beta \circ \alpha$

### Yoneda lemma

米田信夫 Category 1940年代  
 代数的位置幾何学  
 Morita duality abstract nonsense

$A \in \mathcal{C}$  固定  
 $A, B \in \mathcal{C}$

$\mathcal{C}(A, -) : \mathcal{C} \rightarrow \text{Set}$   
 $B \in \mathcal{C} \mapsto \mathcal{C}(A, B)$  値  
 $B \xrightarrow{g} B'$   
 $\mathcal{C}(A, B) \xrightarrow{f} \mathcal{C}(A, B')$   
 関数

$\mathcal{C} \rightarrow \text{Set}$  functor  $\mathcal{C}(A, B)$   
 $\mathcal{C}(-, B) : \mathcal{C} \rightarrow \text{Set}$   
 $\mathcal{C}(A, B) \xrightarrow{g \circ f} \mathcal{C}(A, B)$   
 $A \xrightarrow{f} A' \xrightarrow{g} B$

contra-variant functor

$\mathcal{C}^{\text{op}} \rightarrow \mathcal{D}$        $\mathcal{C} \rightarrow \mathcal{D}$        $\mathcal{C}^{\text{op}}$