

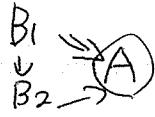
## 2016年度 数理科学III

著者	西村 泰一
著者別名	Nishimura Hirokazu
内容記述	数理科学IIIA (春学期) 数理科学IIIB (秋学期)
発行年	2016
その他のタイトル	Mathematical Science III
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/00140875">http://hdl.handle.net/2241/00140875</a>

# 第5回

5/24(火)  
数理科学Ⅲ

Category



Simple type theory with equalitise extensional

↔ Cartesian Closed Category

dependent type theory with  $\dashv$   $\overset{\text{undecidable}}{\leftrightarrow}$  locally Cartesian Closed Category

intensional  $\overset{\text{decidable}}{\leftarrow}$

Category 集合入門

すべては集合である。  
一元論

mapping  $f: A \rightarrow B$

$\forall a \in A, \exists b \in B$   
 $(a, b) \in f$

$A \times B$  積集合

$f \subseteq A \times B$   
 $(a, b) \in f \Rightarrow b = b'$

直和  
ALIB  
 $(a, f(a))$

集合の作る category (圏) 二元論

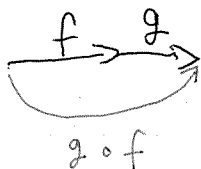
$f, g$   
Category  $\mathcal{A}$   
objects

objects  
morphisms  
(arrows)

morphisms  $\rightarrow$  objects  $f: \text{dom}(f) \rightarrow \text{cod}(f)$

$\text{dom}(f)$  定義域  
 $\text{cod}(f)$  値域

$\text{dom}(g) = \text{cod}(f)$   
 $\hookrightarrow g \circ f$



$\text{dom}(g \circ f) = \text{dom}(f)$   
 $\text{cod}(g \circ f) = \text{cod}(g)$

$$\text{dom}(g) = \text{cod}(f)$$

$$\text{dom}(h) = \text{cod}(g)$$

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f \quad \text{結合律}$$

object  $X$   $\text{Cod}(id_X) = \text{dom}(id_X) = X$

morphism

$$f: Y \rightarrow X$$

$$id_X \circ f = f$$

$$g: X \rightarrow Z$$

$$g \circ id_X = g$$

群 2項演算

$$\left. \begin{aligned} Z * (Y * X) &= (Z * Y) * X \quad (\text{結合律}) \\ e * X &= X * e = X \quad (\text{単位元}) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} M \\ \text{monoid} \\ N \end{array}$$

$x, \otimes \rightarrow \otimes$  記号はなんでもいい  
 $\otimes$  object  
ただ1個

退化

objectが1個

順序集合 (partially ordered set)

$(M, \leq)$

$$x \leq x \quad (\text{反射律})$$

~~$$x \leq y \text{ and } y \leq x \Rightarrow x = y \quad (\text{反対称律})$$~~

preorder

$$x \leq y \quad x \rightarrow y$$

$$x \leq y \text{ and } y \leq z \Rightarrow x \leq z \quad (\text{推移律})$$

morphismは高々1つ

$\hookrightarrow$  退化

$$A \xrightarrow{f} B \quad B \xrightarrow{g} C$$

$$f: A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$\downarrow p_1$   
 $A$

$\downarrow p_2$   
 $B$

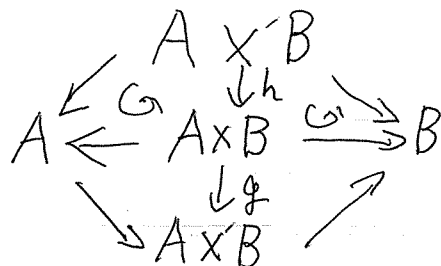
機能的

isomorphic

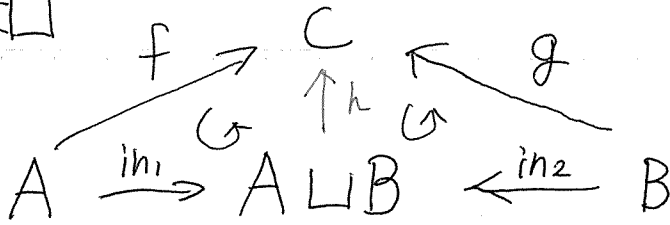
図式を可換にするように  
hが唯一存在する。

$$\begin{cases} p_1 \circ h = f \\ p_2 \circ h = g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} g \circ f &= id_X \\ f \circ g &= id_Y \end{aligned}$$

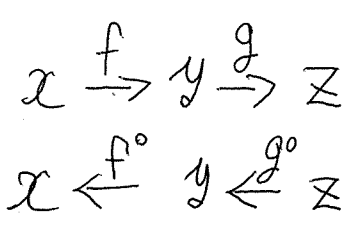


直和



Category  $\{x, y\}$

Co product



dual category  
 $\text{cod}(f^\circ) = \text{dom}(f)$   
 $\text{dom}(f^\circ) = \text{cod}(f)$

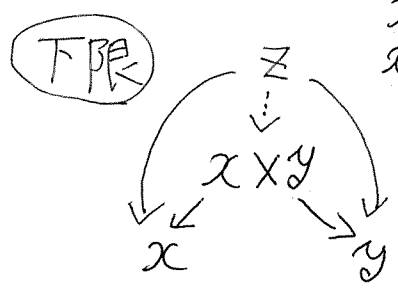
$x_0 \leq y_0$   
 $x \leq x$   
 $x \geq y$   
 $x \leq x$

$y \leq y$   
 ~~$y \leq y$~~   
 ~~$y \leq y$~~   
 ~~$y \leq y$~~

$f^\circ \circ g^\circ = (g \circ f)^\circ$

preorder

$x \leq y$   
 $z \leq x \times y$  下限



$x \times y \leq x$   
 $x \times y \leq y$