

2016年度 数理科学III

著者	西村 泰一
著者別名	Nishimura Hirokazu
内容記述	数理科学IIIA (春学期) 数理科学IIIB (秋学期)
発行年	2016
その他のタイトル	Mathematical Science III
URL	http://hdl.handle.net/2241/00140875

homotopy type theory

=

$x, y : X$ type
point

形状空間

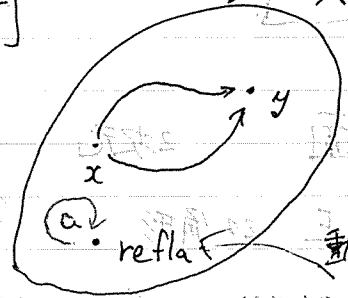
位相空間論

X

$z_1, z_2 : x = y$ 新しい type

x から y への道の全体

reflexivity



動かないもの

$t : [0, 1] \rightarrow X$
 t_2

$t(0) = x$ $t(1) = y$

始点が a で 終点も a

$z_1 = z_2$

高次

$\Omega(x, a)$

loop

homotopy theory
 $t_1 \rightarrow t_2$

$F : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow X$

$refl a = refl a$

$F(0, -) = t_1$

$\Omega^2(x, a)$

$F(1, -) = t_2$

$\Omega^n(x, a)$

Th 2.1.6 (Eckmann - Hilton)

$\Omega(x, a) =$ 基本群 (fundamental group)
つなげる場合 唯一点

n-type

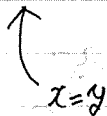
a

X

contractible

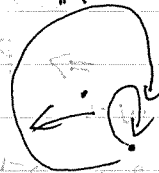
$x, y : X$

$x = y$



\mathbb{R}^2

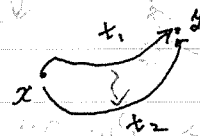
1点を除外しては駄目



\mathbb{R}^3

inductive

$t_1, t_2 : x = y$

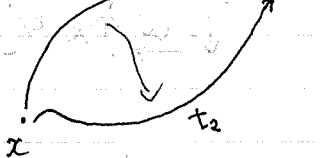


$x = y$

X

t_1

t_2

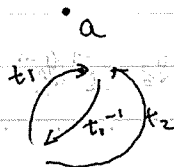


$x, y : X$

$\Omega(x, a)$

つなげる

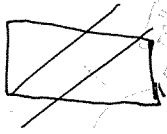
基点のどちらに依らない



$t_1 = t_1 \circ (t_1^{-1} \circ t_2) = t_2$

$\mathbb{Q}^n(x, a) \quad S^n \rightarrow X$

Th 7.2.9. $n+1$



同視 円環面 (トーラス)

閉曲面 2次元

正 2n角形 2n個の辺

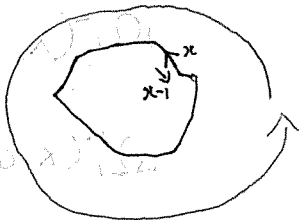
Apprentice

任意に2個の対に対して同視



x, y, z, w, u, \dots

$xyz^{-1}y^{-1}uuxz$



基本変形 I II III IV V P, Q

(I) 文字列をすらす。

$xyz^{-1}y^{-1}uuxz \Rightarrow z^{-1}y^{-1}uuxzxy$

(II) $Pxx^{-1}Q \Rightarrow PQ$

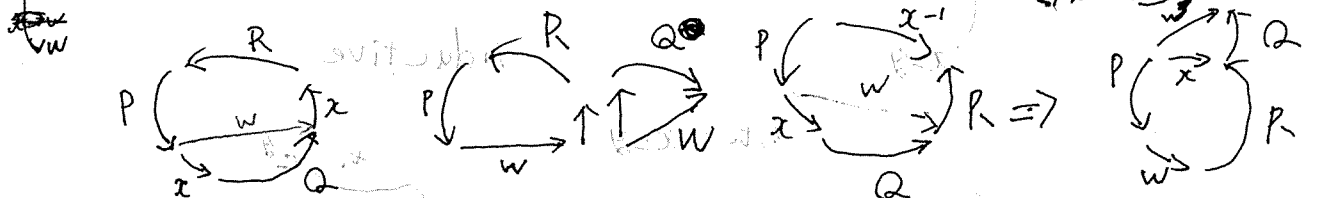
$\Rightarrow PQ$

(III) $P \otimes QR \otimes x^{-1}$

$\Rightarrow PwRQw^{-1}$

w, w^{-1}

(IV) $PxQxR \Rightarrow PwQ^{-1}R$



(V) $PQxxR \Rightarrow PwQ^{-1}wR$



Th (i) xx^{-1} 球になる。

(ii) $x_1y_1x_1^{-1}y_1^{-1}x_2y_2x_2^{-1}y_2^{-1} \dots x_ky_kx_k^{-1}y_k^{-1}$

(iii) $x_1x_2x_2^{-1} \dots x_kx_k^{-1}$

$\{e\}$

自由群 $\langle x_1, x_2 \rangle$

$x_1y_1x_1^{-1}y_1^{-1} \dots = e$