

学校設定科目「役立つ統計」の開発研究

数学科 倉井 庸維・青木 猛正・阪本 康之

表計算ソフトウェアを用いて、問題の設定、データの収集、処理、まとめまでの一連の過程を行う調査研究を生徒自身が実施できることを目指した学校設定「役立つ統計」の学習内容と配列について、新旧の学習指導要領とNCTMスタンダードをもとに開発した。最終的な評価は、区間推定や検定を用いた簡単な調査研究（プレゼンテーションを含む）によってなされることが特徴としてあげられる。

キーワード：統計学、カリキュラム開発、実践研究、表計算ソフト

1. はじめに

(1) 研究の目的

本校数学科では、今年度から学校設定科目として『役立つ統計』を2単位で開講している。ここでの目標は、表計算ソフトウェアを用いて実際に、データの収集、分析、まとめまでの一連の過程を行うことができるようになることである。

本科目設定に至った理由の1つとして、総合学科の3年次の原則履修科目『課題研究』を、より深い内容にしていくことが挙げられる。したがって、『役立つ統計』では、生徒は統計学そのものを学習することではなく、データを分析する道具として統計学の学習することになる。こうした学習に対して否定的な見解もあろうが、数学の歴史的発展を見ると、数学は単独で発展してはならず、常に近接あるいは関連領域のための道具として開発され、その後、それ自体が数学の探究の対象となってきたことを考えれば、数学を道具として取り扱うことに対して問題はないと考える。それどころか数学以外の他の分野の内容を取り込むことによって学習により具体性を増すことができるといえる。

さらに、コンピュータの発達に伴って従来の統計指導に比べて、視覚的に表現することが可能となったり、理論に先立ち実際に実験を行い納得する等、生徒の直感に訴えた指導を行うことが可能となったといえる。

そこで、本研究の目的は、問題の設定、データの収集と分析、まとめまでの一連の過程を行えるまでの統計カリキュラムを開発することである。

(2) 研究の方法

カリキュラム開発の方法は、以下のように行う。

①現在と新学習指導要領における統計および確率に関する内容を調べ、それらを主たる学習内容として選び出し、配列する。

②①の内容に、NCTM スタンダードのアイディアを参考に修正する。

2. 学習指導要領における統計の取り扱い

(1) 現行の学習指導要領の取り扱い

現行の学習指導要領(文部省、1989a ; 1989b)における統計および確率の取り扱いは、中学校第2学年の数量関係において、

(3) 目的に応じて資料を収集し、それを表、グラフなどを用いて整理し、代表値資料の散らばりなどに着目してその資料の傾向を知ることができるようにする。

ア 度数分布の意味とヒストグラムの見方

イ 相対度数の意味

ウ 平均値や範囲の意味

エ 相関図や相関表の見方

用語 度数 階級

そして、中学第3学年において、確率については、

(2) 多数の観察や多数回の試行によって得られる頻度に着目し、確率について理解する。

ア 不確定な事象と確率

イ 簡単な場合について確率を求めることができる

標本平均から母集団の平均を推定することについても、

- (3) 本のもつ傾向から母集団のもつ傾向について判断できることを理解する。

学習を行っている。

その後、『数学I』において「順列・組合せ」, 「確率」を学習する。その後、『数学B』において「確率分布」, 『数学C』において「統計処理」を学習することができる。

『数学B』における内容は、

- (3) 確率分布
ア 確率の計算
イ 確率分布
 (ア) 確率変数と確率分布
 (イ) 二項分布
用語・記号 条件付き確率, 平均, 標準偏差

であり、『数学C』においては、

- (4) 統計処理
ア 統計資料の整理
 (ア) 代表値と散布度
 (イ) 相関
イ 統計的な推測
 (ア) 母集団と標本
 (イ) 正規分布
 (ウ) 統計的推測の考え
用語 分散, 標準偏差, 相関係数, 推定

となっている。

そこで、現行の学習指導要領をもとにすると、2,3年次選択科目「役立つ統計」の学習内容として、『数学B』, 『数学C』で学習する「(3) 確率分布ア確率分布」, 「(4) 統計処理ア統計資料の整理, イ統計的な推測」を含めることは、可能である。しかし、「(3) 確率分布」, 「(4) 統計処理」は、それぞれ2 単位の中の1 単位となりうる内容であるので、ここからさらに学習内容を精選し指導していく必要があると考える。

(2) 新学習指導要領における統計の取り扱い

一方、平成15(2003)年から施行される新しい学習指導要領(文部省, 1999b)では、中学校第2 学年で

- (2) 具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。
ア 起こりうる場合を順序よく整理することができること。
イ 不確定な事象が起こり得る程度を表す確率の意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができること。

等確率について学習する(文部省, 1999a)が、これまで学習してきた「資料の整理」や「標本調査」の内容は、すべて削除され、それらの内容は、高等学校の『数学B』の「(3) 統計とコンピュータ」において、以下のよう

に学習することになる。

- (3) 統計とコンピュータ
統計についての基本的な概念を理解し、身近な資料を表計算用のソフトウェアなどを利用して整理・分析し、資料の傾向を的確にとらえることができるようにする。
ア 資料の整理
 度数分布表, 相関図
イ 資料の分析
 代表値, 分散, 標準偏差, 相関係数

そして、『数学C』においては、

- (4) 統計処理
連続的な確率分布や統計的な推測について理解し、統計的な見方や考え方を豊かにするとともに、それらを統計的な推測に活用できるようにする。
ア 正規分布
 (ア) 連続型確率変数
 (イ) 正規分布
イ 統計的な推測
 (ア) 母集団と標本
 (イ) 統計的な推測の考え
用語 推測

である。

さらに、これまで必修科目であった『数学I』に含まれていた「順列・組み合わせ」と「確率」が、選択科目『数学A』に移行するため、『数学I』以外は、2年

次以降の選択科目としている本校では、『役立つ統計』の中で、「順列・組み合わせ」、「確率」を指導する必要があるが生じ、現行の『数学Ⅰ』のようにこの内容に多くの時間を配当することはできない。

また、これまで中学校で扱っていた記述統計が、高等学校『数学B』に移行したことに伴い、学習すべき内容が増えるが、新過程においてもほぼ同程度の内容を学習することが可能であると思われる。そこで、ここまでの内容から、『役立つ統計』の学習内容として、以下の項目を挙げるができる。

「順列・組み合わせ」、「確率」、「確率分布」
「統計資料の整理」、「統計的な推測」

(3) これまでの学習指導要領における統計の取り扱いさらに、過去の学習指導要領(例えば、昭和45年の改訂等)に遡ると、「確率・統計」において、「検定」まで学習していた時期もあり、これは高等学校数学の最後の学習として位置づけられていた(秋月、1971)。

そこでは、仮説の検定について、正規分布を用いずに、二項分布の問題

1つのさいころを3回投げたところ、3回とも1の目が出た。このさいころは正常でないといえるか。

で扱っても、その考え方が説明できることから、簡単な問題でその論理を明確に理解させることが大切であるとしている。そして、仮説の検定に引き続いて「平均値の検定」、「比率の検定」を扱い、この際、両側検定、片側検定の考えも指導したいとし、例として、

小学校新入生男子の身長は全国平均は112.6 cmである。ある年で新入生100名について身長を調べたところ
平均値 $\bar{x}=114.2$ cm, 標準偏差 $s=4.9$ cmであった。
という場合、
①この都市の平均身長は全国平均と異なるといえるか。(危険率1%とする)
②この都市の平均身長は全国平均より大きいといえるか。(危険率1%とする)

という片側検定と両側検定の2つも問題が用意されており、検定を指導する上での示唆を与えている。このように、過去において「検定」を指導していたことから、「検定」を指導することも可能ではないかと思われる。

3. NCTM スタンダード(NCTM, 1998) にみる統計の扱い

これまでは、我が国の学習指導要領を資料にししながら、学習内容の検討を行ってきたが、次に米国の例を調べることにする。米国において最大の数学教師団体NCTMが発行したスタンダードは、これからの数学教育の目指す1つの方向性を示しており、無視することはできない。スタンダードでは、幼稚園前の生徒から高等学校3年生まで、それぞれの領域における統一した目標が設定されており、『確率と統計』については、以下のようになっている。

- ・疑問を明確にし、その疑問を解決するために、データを収集し、まとめ、表現する。
- ・探究的データ解析の方法を使用してデータを解釈する。
- ・データに基づいた推論、予測、および議論を展開させ、評価することができる。
- ・偶然と確率の基本的な概念を理解して、応用することができる。

これを日本の現行の学習指導要領の目標と比較すると、その違いが明確になる。例えば、『数学C』の場合、

応用数理の観点から、コンピュータを活用して、行列と線形計算、いろいろな曲線、数値計算又は統計処理について理解させ、知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数理的に考察し処理する能力を伸ばす。

と記述されており、知識の習得や技能の習熟を重視していることがわかる。それに対し、NCTMの場合、「疑問点を明確にし、その疑問を解決するために、データを収集し、まとめ、表現する」ことが目標として掲げられているが、これは、態度の変容を目標としているといえる。また、これは、問題解決のプロセスを習得することとみることがもできる。本開発の目的は、問題の設定、データの収集と分析、まとめまでの一連の過程を生徒自身が行

えることであるので、まさに「疑問点を明確にする」学習を取り入れる必要がある。

さらに、データに基づいて推論したり、予測したりすることも目標として掲げられており、これも態度の変容であるといえる。この点も、『役立つ統計』の学習の視点として欠けていた点である。そこで、この点については、相関について学習の後に、予測を行うことによって多少補うことは可能であると考え。

スタンダードにおけるすべての生徒に学習させるべき内容として、以下のものが挙げられている。

指導内容としては、「問題の設定」、「データ収集のための調査・実験の設計」、「数学的モデル」、「回帰曲線」、「二項分布」、「正規分布」、「標本に基づく推定」が挙げられている。ここで、「数学的モデル」は、「回帰曲線」と関係付けて学習するようであり、散布図に対して、適応度の高い曲線をテクノロジーを用いて探索することが含まれている。

「問題の設定」や「データ収集のための調査・実験の設計」は、これまでになかった内容であり、「役立つ統計」でも取り入れることとする。

4. 指導内容

学習指導要領、NCTMスタンダードをもとに、今年度の指導内容は、以下のように設定した。

- ① 順列・組合せ
- ② 簡単な確率
- ③ 確率変数
- ④ 平均と分散
- ⑤ 度数分布表とヒストグラム
- ⑥ 代表値(中央値, 最頻値)
- ⑦ 散布図と相関関係(相関係数, 予測)
- ⑧ 確率分布(二項分布, 正規分布)
- ⑨ 母集団と標本
- ⑩ 標本平均の分布
- ⑪ 推定
- ⑫ 検定
- ⑬ 簡単な調査研究(プレゼンテーションを含む)

特徴として、問題設定から調査、分析、まとめ、プレゼンテーションを取り入れることであるといえる。特に、問題設定時にすでに統計的な分析までを考慮に入れた指導が必要であると考え。そのためには、まず問題の設定の状況を作ることである。具体的には、⑪推定、⑫検

定の学習において、以下のような問題を提示する形で指導していきたいと考えている。

⑫推定

問題の形としては、「いくつくらいだろうか?」といういわゆる「求答問題」であるといえる。例えば、「女子大生ウェイトレスの平均時給は、いくらか。」「ある池におけるブラックバスの生息比率は、いくつか。」等が挙げられる(室、石村、1998)。

⑬検定

「検定」においては、t-検定の例として、「ある薬物の副作用を調べる目的で、生後3週間のラット20匹をランダムに10匹ずつの2群に分け、一方に薬物を、他方に薬物が入っていない溶媒のみを一定期間投与したのち、体重を測定し、以下のような(略)を得た。

薬物が体重を減少させたといえるか。」(東京大学教養学部統計教室編、1992)

また、 χ^2 -検定の例として、適合度の検定と独立性の検定を扱う。適合度の検定問題として、「さいころを50回投げたとき、1から6までの出現回数は、以下のようになった。

数字	1	2	3	4	5	6	計
回数	10	7	8	11	6	8	50

このさいころは、正しく作られていると考えられるか。」(東京大学教養学部統計教室編、1991)が挙げられる。また、独立性の検定は、非喫煙者と喫煙者の6年後の生存・死亡を表す分割表に対して、適応される。

「検定」の問題は、「証明」問題といえる。

これらは、みな理論的には、曖昧な指導であるが、問題と問題からの場面、推測あるいは検定の処方結びつくことが望ましいと考える。最終的には、生徒自身で問題を設定し、データ収集、まとめ、発表までの過程を行うことができることがこの講座の目的である。その例として、以下のものが挙げられる。

・調査研究の例

区間推定を用いた調査研究のテーマの例

タイトル：坂戸高校の銀杏の平均重量
1. 研究の目的
坂戸高校内で採取された銀杏の重量の平均

値の範囲を求める。

2. 研究の方法

校内3箇所からそれぞれ50個ずつ銀杏を採取し、重量を測定し、平均値の区間を推定する。

このテーマは、さらに、場所を変えて、銀杏を採取して平均の比較を行ったり、また、全国平均との比較をし、差異の検定を行うことへと研究をつなげることができる。あるいは、銀杏以外にもドングリ等種子や様々な動植物の大きさや重量の平均値の区間推定や検定を行うことができる。

χ^2 -検定を用いた調査研究のテーマの例

タイトル: 男女差の研究～大学の合格率には、男女で差があるのか～

1. 研究の目的

近年、女子の大学進学率が高まっている。また、女子の方が、男子よりも合格率に高いともいわれている。この仮説を検証することが、本研究の目的である。

2. 研究の方法

A大学とJ大学の教育学部の平成13年度の受験者数と合格者の数を男女別に調べ、 χ^2 検定を行う。

この問題は、大学、学部、年度等を変えて調べることによって、様々な問題を作成することができる。

問題を設定し、どのようにデータを集め、どのような検定をするのかを明らかにする研究設定を作成させ、それによって、調査研究を行うことを考えている。

5. 今後の課題

「役立つ統計」は、この科目終了後がどのように学習を展開していくことが可能であるのか調べる必要がある。その際、大学で使用されているテキストや指導方針は、参考になる。そこでは、現在の統計学の問題点（東京大学教養学部統計教室編、1991）として、

- ①各専門分野さらには実社会において、統計的なものの見方と統計手法の必要性が高まっているにもかかわらず、統計学が数学との関連で敬遠されがちである。
- ②統計学の内容を、数式を省略してその結果のみを覚えようとする、確率や統計の基本的な考え方を理解するのが難しくなり、他方、数理的な面にみに注目すると、応用数学の一部になってしまい、

統計調査やその結果としてのデータの問題など、現実との接点を見失ってしまうこともある。

- ③コンピュータのハードウェア、ソフトウェアの急速な進歩に従って、データ解析と情報処理が融合しつつあり、統計学の学習とコンピュータの操作が区別できなくなるおそれが出てきている。

と指摘し、「統計学への親しみと論理性」、その「数学的な厳密性と現実への適用」など、バランスをとることを課題として挙げている。この課題は、「役立つ統計」についても当てはまることである。

現在、開発が試行錯誤でなされているが、数学の理論と応用、活用との調和や流れをどのようにしていくか、今後の大きな課題である。

<参考文献>

- 秋月康夫編(1971). 改訂高等学校学習指導要領の展開数学科編, 明治図書
- 文部省(1989a). 中学校指導書数学編, 大阪書籍
- 文部省(1989b). 高等学校学習指導要領解説数学編理数編, ぎょうせい
- 文部省(1999a). 中学校学習指導要領(平成10年12月)解説—数学編—, 大阪書籍
- 文部省(1999b). 高等学校学習指導要領解説数学編理数編, 実教出版
- 室淳子、石村貞夫(1998). Excelでやさしく学ぶ統計解析, 東京図書
- N. C. T. M. (1998). Principles and Standards for School Mathematics, N. C. T. M.
- 東京大学教養学部統計教室編(1991). 統計学入門, 東京大学出版会
- 東京大学教養学部統計教室編(1992). 自然科学の統計学, 東京大学出版会

*本稿は、本年度本校で行われた全附属研究大会で発表された原稿を加筆修正したものである。