【165】

| | |
|---|---|
| 氏　名(本　籍) | **増岡　彰**(ますおか　あきら)(神奈川県) |
| 学位の種類 | 博　士（数　学） |
| 学位記番号 | 博乙第841号 |
| 学位授与年月日 | 平成5年2月28日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第5条第2項該当 |
| 審査研究科 | 数学研究科 |
| 学位論文題目 | Faithful flatness, freeness and cleftness of Hopf algebras<br>（ホップ代数の忠実平担性，自由性及び分裂性） |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 主　査 | 筑波大学教授 | 理学博士 | 竹内光弘 |
| 副　査 | 筑波大学教授 | 理学博士 | 宮下庸一 |
| 副　査 | 筑波大学教授 | 理学博士 | 太刀川弘幸 |
| 副　査 | 筑波大学教授 | 理学博士 | 中川久雄 |

## 論文の要旨

本論文の研究対象であるホップ代数は，多元環の構造と，その双対概念である余代数の構造を併せもつ代数系である。可換又は余可換なホップ代数は，リー群，代数群，形式群等と関連づけられて，以前から研究されて来たが，可換性を仮定しない一般のホップ代数の純代数的な研究は1960年代末ごろM. Sweedlerらに始まる。

本論文では，ホップ代数Aの右余イデアル部分代数，すなわち多元環としてのAの部分代数で，余代数としてのAの右余イデアルになるものが，様々な角度から論じられている。もしAが可換ならば，Aはある代数群Gをあらわし，Aの部分代数Bは，Gのある商空間Xをあらわす。Bが右余イデアルであるとは，XがGの右乗法による作用を受けることを意味する。HがGの部分代数群ならば，商空間H＼Gはこの条件を満す。しかしすべての商空間Xがこの形に表される訳ではない。

本論文は，この商空間の理論を，ホップ代数Aに可換性を仮定しないで，環論とカテゴリー代数の立場から純代数的に構築する事を目指している。そのためには，すべての商空間Xの中から，H＼Gの形をした商空間を選び出す事に相当する事を行う必要がある。

本論文では，一般のホップ代数Aの右余イデアル部分代数Bについて，BがH＼Gの形の商空間に相当するためには忠実平担性の条件を満すことが必要十分である事が証明される。忠実平担なBは，Hに相当するAのある商余代数$\overline{A}$と一対一に対応する。Bに対し，忠実平担の条件は，実はより強く射影性の条件を導く事も示される。さらにAの余根基が余可換である場合には，対合射に関するわずかの条件の下で，殆んどすべての右余イデアル部分代数が忠実平担である事が示されている。従来の代数群に対する商空間の理論は，この忠実平担商空間の理論に完全にカバーされる。

ホップ代数が，その部分ホップ代数上つねに自由加群であるかは，以前から問題にされていた。有限次元のホップ代数に対するこの問題は，NicholsとZoellerによりつい最近肯定的に解決された。本論文では，この自由性に対する，商空間の見地からの検討が加えられその一般化が図られている。そのために，cleftとよばれる，ある分裂性の条件を満す右余イデアル部分代数の性質が調べられる。この条件は忠実平担性よりは強い条件であり，その仮定の下では，すべての相対ホップ加群が，とくにホップ代数Aが，B上自由加群となる事が証明される。Aが有限次元の場合には，逆も示され，分裂性と自由性は同等である事が示される。さらにこれらの条件は，BがFrobenius代数となる事と同値である事が証明される。有限次元のホップ代数はつねにFrobenius代数である事が知られているから，前述のNichols-Zoellerの結果は，これから従う事になる。

これに関連して，有限次元ホップ代数の右余イデアル部分代数はすべてFrobeniusであるかという問題が生ずる。本論文では，この問題に対しても様々な検討が加えられ，たとえば，Aが余可換余根基をもつ場合，その双対の場合，Aが半単純又は余半単純の場合などには，この問題は肯定的である事が示されている。

## 審　査　の　要　旨

可換性を仮定しない商空間の理論は，近年盛んになって来た量子群の研究と関連して，基本的に重要である。これに対し，忠実平担性に基づく商空間の構成が示された事は，今後の研究の方向を示唆し，応用上重要と思われる。有限次元の場合に，自由性とFrobenius性の連関を指摘した事は，Nichols-Zoellerの結果に対する理論的根拠を明らかにしており，極めて興味深くかつ重要な指摘である。

よって，著者は博士（数学）の学位を受けるに十分な資格を有するもとと認める。