

氏名(本籍)	おおやうち な お 大谷内 奈 穂 (東京都)		
学位の種類	博 士 (理 学)		
学位記番号	博 甲 第 3368 号		
学位授与年月日	平成 16 年 3 月 25 日		
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当		
審査研究科	数学研究科		
学位論文題目	<b>Information Inequalities for the Bayes Risk of Estimators in Non-Regular Cases</b> (非正則な場合の推定量のベイズリスクに対する情報不等式)		
主 査	筑波大学教授	理学博士	赤 平 昌 文
副 査	筑波大学教授	理学博士	佐々木 建 昭
副 査	筑波大学教授	理学博士	森 田 純
副 査	筑波大学講師	博士(理学)	小 池 健 一

### 論 文 の 内 容 の 要 旨

統計的推定論において、通常、母集団分布の密度関数に滑らかさ等の正則条件を課して母数の推定を行うことが多い。このような正則な場合には、Cramér-Rao の不等式が成り立ち、有効推定量であるための必要十分条件が得られ、この結果は漸近有効性の概念につながっている。一方、非正則な場合、すなわち密度関数が必ずしも正則条件を満たさない場合には、正則な場合のようにはいかない。たとえば、密度関数の台が母数に依存する場合には、Cramér-Rao の不等式の拡張として Chapman-Robbins の不等式があるが、その下界を達成する推定量の存在まで考えることは難しい。実際、Vincze (1979) は母数を中心に幅 1 をもつ区間上の一様分布族に対して、不偏推定量の分散の下界を得ていて、標本の大きさに関するオーダーは合っていることを示したが、下界を達成することはできなかった。本論文では、上記のような困難を解消するために、母数を確率変数と見なしてその事前分布を考える Bayes 的方法を用い、また分散の代わりに推定量の Bayes リスクを考えてそれに関する情報不等式について考察した。

(i) 一様分布族における Bayes リスクの情報不等式。母数を中心に幅 1 をもつ区間上の一様分布族に対して、損失関数を 2 乗誤差とし、一様事前分布に関して任意の推定量の Bayes リスクに関する情報不等式を求めた。そして、その不等式による下界は Bayes 推定量によって達成され、また事前分布を一般一様分布にすれば、範囲の中央がその下界を達成することも示した。さらに、不偏推定量の Bayes リスクの下界との比較についても考察した。

(ii) 切断正規分布族における Bayes リスクの情報不等式。実際の場合に適用可能な切断正規分布族において、2 乗損失と一様事前分布に関して、位置母数の任意の推定量に対する Bayes リスクの情報不等式を漸近的に 2 次のオーダーまで導出した。そして、その不等式による下界を Bayes 推定量が達成することを示し、また、最尤推定量と最大確率推定量をその下界と漸近的に比較した。

(iii) 一般の非正則分布族における Bayes リスクの情報不等式。切断分布を含む一般の非正則分布族において、位置母数の任意の推定量の Bayes リスクの不等式による下界を漸近的に 2 次のオーダーまで導出し、その達成についても論じた。

(iv) 非正則な場合に適用可能な Bayes リスクに対する情報不等式。母数空間内の任意の 2 点で不偏性をもつような推定量の分散の凸結合に対する情報不等式を構成し、その不等式による下界を達成する推定量を求めた。その極限として通常の Cramér-Rao の不等式が得られることも注意した。また、十分統計量が存在しない、ある分布族の場合に通用した例も挙げた。

(v) 非正則分布族における Pitman 推定量。密度関数の台が区間であるときに、その台の端点における密度関数の値が異なるような非正則分布族を考えた。その分布族の位置母数に対して、一般 Bayes 推定量である Pitman 推定量の漸近展開とその漸近分散を求めた。

(vi) 統計的実験における最大確率推定量の漸近的挙動。ある非正則分布族において、位置母数の最大確率推定量と最尤推定量を具体的に求め、特に、最大確率推定量が最尤推定量よりも漸近的に良くなることを漸近平均 2 乗誤差、漸近平均絶対誤差、誤差確率による相対効率によって示した。また、尺度母数を持つ分布族において、この母数の最大確率推定量の構成を行った。具体的に、指数分布、正規分布、ガンマ分布、ワイブル分布等において最大確率推定量等を求めた。

(vii) 1 母数切断分布族における推定量の漸近効率。非正則分布族の典型である 1 母数切断分布族の母数の推定問題において、漸近平均 2 乗誤差、漸近平均絶対誤差、漸近誤差確率による漸近相対効率の概念を用いて、一様最小分散不偏推定量に対する最尤推定量の効率を求めた。また、漸近中央値不偏推定量の期待絶対損失による下界を求め、特に、一様分布、切断正規分布、切断指数分布の場合に、その下界を達成する推定量について考察した。

(viii) 部分情報十分性。局外母数が存在する場合に、部分的情報量と十分性について論じ、部分的 (情報) 十分性の定義を与え、その特徴付けを行った。

## 審 査 の 結 果 の 要 旨

統計的推定において、密度関数が必ずしも正則条件を満たさないような非正則な場合に、推定量の Bayes リスクに関する情報不等式を導出して、それによる下界を用いて多くの推定量の評価を行った。これらの結果は、従来のものをさらに精密化して、非正則推定の構造を明確化しており、数理統計学の分野への理論的貢献と認められ、また、これらは、計量経済モデル等への適用も可能であり、多くの実際問題への応用の面からも有用であるとして高く評価される。

よって、著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。