

交通機関の移動時間短縮効果に関する理論的研究

— 平面上で発生する渋滞を考慮した交通モデルを用いて —

1996

三浦英俊

交通機関の移動時間短縮効果に関する理論的研究

－ 平面上で発生する移動を考慮した交通モデルを用いて －

筑波大学社会工学研究科

都市・地域計画学専攻

三浦英俊

1996 年 1 月提出

寄	贈
三浦	平成
英俊	年
氏	月
	日

96394334

謝辞

多くの方々の指導や励ましのおかげで、この論文を提出することができました。

とりわけ、腰塚武志先生には、6年間という長い期間御指導いただきまして、本当に感謝しております。都市を解析的な見方で研究する面白さのみならず、研究に臨む姿勢や基礎学力の重要性など、多くのことを教えていただきました。先生とのゼミでは、自分のアイデアを実りある内容にすることのできる、得難い多くの助言と激励を下さいました。今後は、先生から教えていただいたことを生かして研究に取り組むと共に、微力ながらできる限りの恩返しをしたいと考えております。

大澤義明先生には、ゼミのみならず、日頃から研究に対する貴重なコメントをいただくことができました。深く感謝いたします。

山本芳嗣先生、藤重悟先生は、格別の助言を下さいました。システム数理工学研究室の夏合宿に参加させていただいた折に下さいました数々の指摘や助言は、都市計画の分野では得ることの難しい貴重なものばかりでした。心よりお礼申し上げます。

研究室の皆様からは多くのことを学びました。古藤浩先輩には、学類4年次と大学院1年次の2年間にわたって、腰塚研究室の学生としての考え方や行動について、ゼミだけでなく研究室で折にふれていろいろと教えていただきました。また、その後もたびたび研究の進み具合を心配いただいただけでなく、この論文の下書きを幾度となく丁寧に読んで下さいました。たいへん感謝しております。

栗田治先輩には、学会発表の折に得難いコメントをいただくとともに、日頃からさまざまな面で叱咤激励を下さいました。深く感謝いたします。

出水田智子先輩には、学類4年次から6年間、ゼミなどで研究に対する助言をいただきました。1年間共に勉強した同期の今井和敏君、植草義之君、北澤哲君からは、折にふれて励ましていただきました。また、そのほかの諸先輩方、後輩の皆さんからも多くのことを教えていただきました。研究室ゼミにおける討論のみならず、さまざまなかたちで得たものから、自らの研究やものの見方に対する幅を広げることができました。ここで、感謝の意を表したいと思います。

さらに、社会工学研究科の根本俊男先輩には、大学入学以来9年間、学問・進路・人生の良き相談相手になっていただいたこと、公私にわたってお世話になりました。他の

研究分野との交流が重要であることを教えていただくとともに、数理工学の視点からの貴重なコメントを下さいました。たいへんありがたく感じております。

最後に、私事ではありますが、長い間勉強の機会を与えてくれた父母と弟に心より感謝いたします。ありがとうございました。

1996 年 1 月

三浦英俊

目次

記号リスト	xi
1 研究の目的と概要	1
1.1 研究の目的	1
1.2 本研究で用いる移動の表現方法	2
1.3 公共交通機関の分析に関する既存研究	6
1.4 論文の構成	7
2 鉄道で結ばれた正方形領域間の移動時間の導出	11
2.1 はじめに	11
2.2 移動に関する仮定	12
2.3 正方形領域間の平均移動時間の定式化	13
2.4 起点領域と終点領域の分割	16
2.5 列車速度による平均移動時間の変化	29
2.6 駅密度による平均移動時間の変化	31
2.7 まとめ	33
3 鉄道で結ばれた正方形領域間の鉄道利用移動量	35
3.1 はじめに	35
3.2 鉄道利用移動量の導出	36
3.3 格子状鉄道網を持つ領域間の鉄道利用率	38
3.4 厳密値と近似値の比較	40
3.5 まとめ	43
4 鉄道の移動時間短縮効果と鉄道網の大きさの関係	45

4.1	はじめに	45
4.2	鉄道から受ける効果の大きさ	46
4.3	鉄道網の大きさと移動短縮効果を受ける移動量	52
4.4	移動発生が一様でない場合	58
4.5	まとめ	61
5	鉄道が敷設された平面における線分上で発生する移動の平均移動速度	63
5.1	はじめに	63
5.2	線分 $s(p, \theta)$ 上の平均移動速度 $\bar{v}(p, \theta)$ の導出	65
5.3	平均速度 $\bar{v}(p, \theta)$ の等速度線平面	73
5.4	まとめ	76
6	移動方向に着目した鉄道網分析	79
6.1	はじめに	79
6.2	図形を代表する直線	81
6.3	現実の鉄道路線の等速度線図の作成	81
6.4	複数路線を考慮した場合の路線組み合わせ効果	87
6.5	鉄道網の評価	91
6.6	$p\theta$ 平面における原点の位置の検討	100
6.7	まとめ	101
7	本研究の結論及び今後の課題	103
7.1	主要な結果	103
7.2	今後の課題	104
	参考文献	107

目次

1.1	2次元平面と移動を表わす4次元空間	3
1.2	鉄道を利用する移動の集まりを表す4次元領域	4
1.3	起点・終点・鉄道の位置関係	5
2.1	鉄道で結ばれた2つの正方形領域	12
2.2	2地点 $(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ 間の移動手段	14
2.3	2つの領域 D と D'	14
2.4	$D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$	17
2.5	徒歩のみ, 鉄道利用のとき最も早く到達できる点	18
2.6	領域 D と D' の相対的位置	19
2.7	起点領域 D の分割(その1)	20
2.8	起点領域 D の分割(その2)	21
2.9	起点領域 D' の分割(その1)	22
2.10	起点領域 D' の分割(その2)	23
2.11	起点領域 D' の分割(その3)	24
2.12	隣接する正方形領域	30
2.13	列車速度による平均移動時間の変化	30
2.14	格子状鉄道網を持ち駅数が9, 36の場合の隣接する正方形領域	32
2.15	駅数と平均移動時間	32
2.16	平均移動時間の計算が可能な領域の例	34
3.1	中心間距離 l の2つの正方形領域	39
3.2	中心間距離 l と鉄道利用率	40
3.3	線分鉄道路線	41

3.4	線分鉄道路線の鉄道利用率	41
3.5	格子状鉄道網を持つ駅数が9,36の場合の正方形領域	42
3.6	格子状鉄道網の鉄道利用率	42
4.1	x 軸上の鉄道と移動経路	47
4.2	$r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$ を記述する6つの場合分け	49
4.3	平面上の鉄道と直線 $l(p, \theta)$	50
4.4	垂線の長さ p が負になる例	51
4.5	線分路線に対する移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$	53
4.6	鉄道網 C と拡大された鉄道網 C_L	55
4.7	移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$	56
4.8	都心 O と起点、終点間の距離 d_1, d_2	60
5.1	長さ L の線分鉄道路線と3つの直線方向	64
5.2	対象とする移動の発生範囲	65
5.3	時間短縮効果を受ける移動 X_1X_2 と受けない移動 Y_1Y_2	66
5.4	線分 $s(p, \theta)$ の例	67
5.5	徒歩利用範囲と鉄道利用範囲の境界点 $\tau(t_1)$	71
5.6	直線上の原点 O' の位置の場合分け	72
5.7	平均速度 \bar{v} の等速度線図	75
6.1	鉄道網の敷設された領域の2つの直線方向	79
6.2	図形 C とその幅 $W(\theta)$	82
6.3	図形 C の代表直線 $l(p_C, \theta_C)$ と代表線分	83
6.4	銀座線の路線図と等速度線図	85
6.5	丸ノ内線の路線図と等速度線図	86
6.6	正方形地区に敷設された線分鉄道(a)と十字鉄道網(b)	89
6.7	線分鉄道(a)と十字鉄道網(b)の等速度線図	90
6.8	東京都心部地区と鉄道網	93
6.9	乗換駅を共有する路線ペアの例	94

6.10 1回乗換を許した経路の例	95
6.11 東京都心部鉄道網の $p\theta$ 平面表現	96
6.12 提案する新路線の建設位置 ($p\theta$ 平面)	99
6.13 提案する新路線の建設位置 (xy 平面)	99
6.14 原点の位置 (神保町★, 錦糸町☆) および移動が不便な方向	100
6.15 原点が神保町の場合の $p\theta$ 平面	102
6.16 原点が錦糸町の場合の $p\theta$ 平面	102

表目次

2.1	各小領域の境界線	25
2.2	鉄道利用範囲と徒歩利用範囲の境界線 $l_h(x_1, y_1)$	26
3.1	平均移動時間の厳密値と近似値の比較 (線分鉄道路線の場合)	43
3.2	平均移動時間の厳密値と近似値の比較 (格子状鉄道網の場合)	43
6.1	対象地区内の鉄道路線	93

記号リスト

本論文で用いる主要な変数を各章ごとにまとめた.

第1章

R	総移動時間
F	鉄道利用移動量
$\mu(x_1, y_1, x_2, y_2)$	発生移動密度

第2章

v_1	徒歩速度
v_2	列車速度
v	列車速度 / 徒歩速度
t	駅間の列車移動時間
$r_W(x_1, y_1, x_2, y_2)$	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 間の徒歩のみの移動時間
$r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 間の鉄道利用移動時間
$r(x_1, y_1, x_2, y_2)$	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 間の移動時間
D	出発領域
D'	到着領域
P	出発領域内の鉄道駅
P'	到着領域内の鉄道駅
l	領域 DD' 間の x 軸方向の距離
m	領域 DD' 間の y 軸方向の距離
a	領域の一辺の長さ
$R(l, m, a, t)$	領域間の総移動時間
$\bar{r}(l, m, a, t)$	領域間の平均移動時間
$D'_W(x_1, y_1)$	(x_1, y_1) から出発した場合の徒歩のみで移動する領域
$D'_R(x_1, y_1)$	(x_1, y_1) から出発した場合の鉄道利用で移動する領域
$l_h(x_1, y_1)$	$D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ の境界線

第3章

$F(l, m, a, t)$	領域間の鉄道利用移動量
ϕ	鉄道利用率

第4章

V	速度
L	線分路線の長さ
$h(x_1, y_1, x_2, y_2)$	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 間の rectilinear 距離
$v(x_1, y_1, x_2, y_2)$	$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 間の移動速度
$F(V)$	移動速度 V 以上の移動量
p	原点から直線に降ろした垂線の長さ
θ	原点から直線に降ろした垂線と x 軸との角度
$l(p, \theta)$	垂線の長さ p と角度 θ を持つ直線
t_1, t_2	直線 $l(p, \theta)$ 上の点の位置
$F_1(V)$	長さ 1 の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動量
$F_L(V)$	長さ L の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動量
C	鉄道網
C_L	鉄道網 C を x 軸, y 軸各方向に L 倍拡大した鉄道網
$R_1(V)$	長さ 1 の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動の総移動時間
$R_L(V)$	長さ L の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動の総移動時間
$H_1(V)$	長さ 1 の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動の総移動距離
$H_L(V)$	長さ L の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動の総移動距離
\bar{v}	長さ 1 の線分路線に対する平均移動速度
\bar{v}_L	長さ L の線分路線に対する平均移動速度
α, β	係数
d_1	直線 $l(p, \theta)$ 上の位置 t_1 の点と原点間の直線距離
d_2	直線 $l(p, \theta)$ 上の位置 t_2 の点と原点間の直線距離

第5章

$s(p, \theta)$	直線 $l(p, \theta)$ 上の線分
$z_V(\theta)$	等速度曲線関数
$\tau(t_1)$	位置 t_1 から出発した場合の徒歩のみと鉄道利用の境界点
$R(p, \theta)$	線分 $s(p, \theta)$ 上で発生する移動の総移動時間
$D(p, \theta)$	線分 $s(p, \theta)$ 上で発生する移動の総移動量
$\bar{v}(p, \theta)$	線分 $s(p, \theta)$ 上で発生する移動の平均移動速度

第6章

C	図形
$W(\theta)$	図形 C をよぎる角度 θ の直線の幅
θ_C	図形 C の代表直線に降ろした垂線と x 軸との角度
p_C	図形 C の代表直線に降ろした垂線の長さ
s_C	代表線分
L_C	代表線分の長さ
L_C^*	経路の長さ

第 1 章

研究の目的と概要

1.1 研究の目的

本研究の第 1 の目的は、現実の都市交通システムを移動時間を短縮する手段としてとらえた単純な数理モデルを構築し、これを用いて都市交通機関の時間短縮効果について理論的に議論し、都市活動に大きな役割を果たしている公共交通機関の特性を新しい見方から論じることである。第 2 の目的は、この数理モデルを用いて得られた結果を、都市計画の視点から解釈し、現実の都市計画・交通計画へ応用する道を拓くことである。

病院や店舗といった「点」的施設の配置には、平面上で発生する需要に対する施設へのアクセスのしやすさや施設のサービス水準といった観点から、施設配置に関してさまざまな研究が行われてきた。しかし、道路や鉄道といった「線」的施設(すなわち交通機関)の配置に関しては、点的施設との性質の違いから、それらの研究の成果をそのまま敷衍することはできない。すなわち、交通機関の与えるサービスを「交通機関利用者の目的地までの移動時間を短縮すること」と捉えた場合に、点的施設のように施設までのアクセスを論じるだけでは不十分で、交通機関上における移動を考慮したうえで施設配置に関して議論を行なう必要がある。

この性質を踏まえたうえで、利用者の移動時間短縮を目的とする効果的な交通計画を立案するには、速度の高い公共交通機関の移動に与える効果の「量」について理解しておくことが必要であるが、1.3 節で述べるように、この問題についていままで理論的に明らかにした研究はほとんどないと言ってよいだろう。本研究では、速度が低く、どこでも利用できる端末交通機関と、相対的に速度が高く、限られた経路上の移動のみ許される公共交通機関から構成される、単純な交通システムを有する平面モデルを用いて、

平面上で発生する移動に対する交通機関の時間短縮効果について数理的に論じる。

本研究で用いるモデルにおける端末交通機関と公共交通機関に対応する現実の交通機関には、徒歩、自転車、鉄道、航空、一般道路、高速道路といったさまざまなものが挙げられるが、今後は煩雑さを避けるために、速度の遅いどこでも利用可能な端末交通機関として徒歩、速度の速い経路の限定された公共交通機関として鉄道を取り上げることとし、用語をこの組み合わせに統一する。ただし冒頭で述べたように、目的は交通機関の移動時間の短縮に関する効果を考察することであり、本研究で得られるいくつかの結果は鉄道と徒歩に限らず、例えば飛行機と鉄道といったような同じ構造を持つ交通機関の組み合わせ全てに適用が可能である。

1.2 本研究で用いる移動の表現方法

この節では、本研究を通して考察の中心に据える移動の表現方法について述べておく。鉄道（に代表される相対的に速度の高い公共交通機関）が移動に与える効果について議論を始める前に、「移動」、その量を表わす「移動量」、移動の受ける「効果」をきちんと定義し、それらの意味について整理する。そのために、ここで「移動を表わす4次元空間」[腰塚, 1995]を示し、さらに鉄道が平面上の移動に与える効果の大きさを解析的に議論するには、この概念が有効であることを明らかにする。

何らかの目的のために、人が起点（出発地）から終点（目的地）まで自分の位置を変化させるとき、起点と終点のペアを移動と定義する。このとき、起点が同じでも、終点が変わるならば、それらは別の移動であり、一方で、ある2つの移動のそれぞれの起点と終点が一致すれば、途中の経路や要した時間に関わらず同じ移動を指すものとする。このように言葉で定義したものを数学的に表現してみよう。図 1.1(a) のように直交する xy 座標を用いて、平面上の起点を (x_1, y_1) 、終点を (x_2, y_2) とすれば、それらをペアとする移動を (x_1, y_1, x_2, y_2) と表わし、図 1.1(b) のように4次元空間内の1点 (x_1, y_1, x_2, y_2) として表現できる。この4次元空間を「移動を表わす4次元空間」と呼ぶこととする。移動を表わす4次元空間を用いることによって、次のように、「鉄道を利用する移動」の全体やその量を、領域として簡潔に表わすことができる。いま、平面上に鉄道が敷設されており、徒歩と鉄道以外の交通機関は存在しないとする。起点から終点まで、鉄道を利用する経路と徒歩しか用いない経路の2つのうち、移動にかかる時間が短い方を必ず

利用する，という移動規則を与えたとしよう．このとき図 1.1(b) のような移動を表わす 4 次元空間内の 1 点は「鉄道を利用する点 (移動)」と「徒歩しか用いない点 (移動)」のどちらかになるから，平面上のあらゆる移動について，鉄道を利用する点をすべて集めたものは，4 次元空間内のある領域を形成する (図 1.2)．同様に，例えば「鉄道を利用すると移動時間がある時間以上かかる移動」や「鉄道をある距離以上利用する移動」なども，同じように 1 点 1 点塗り分けることによって，4 次元空間内の領域として表現で

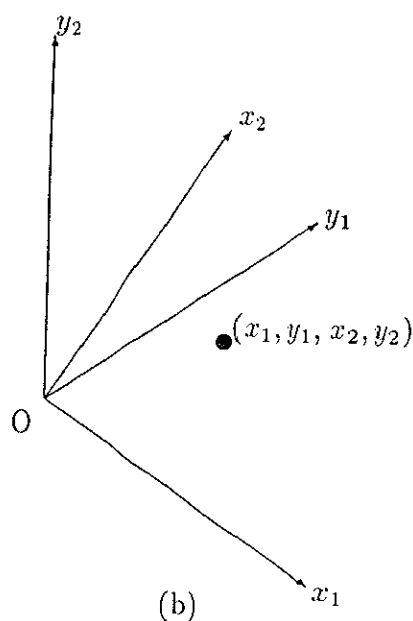
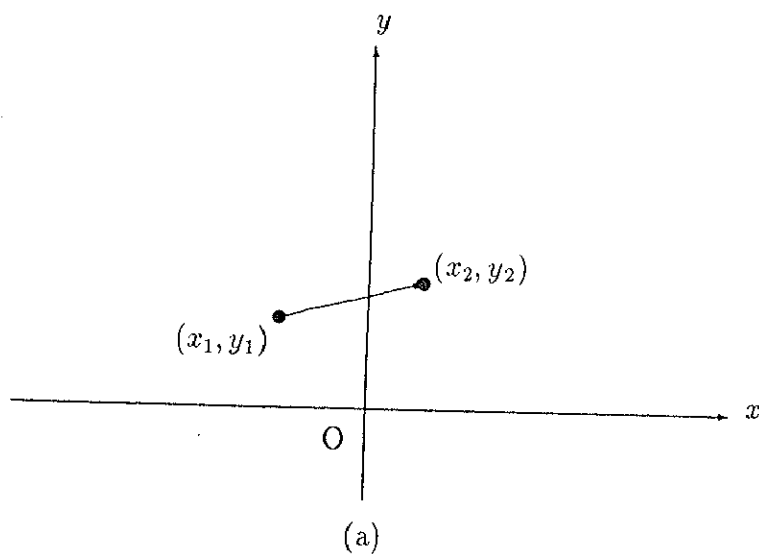


図 1.1: 2 次元平面と移動を表わす 4 次元空間

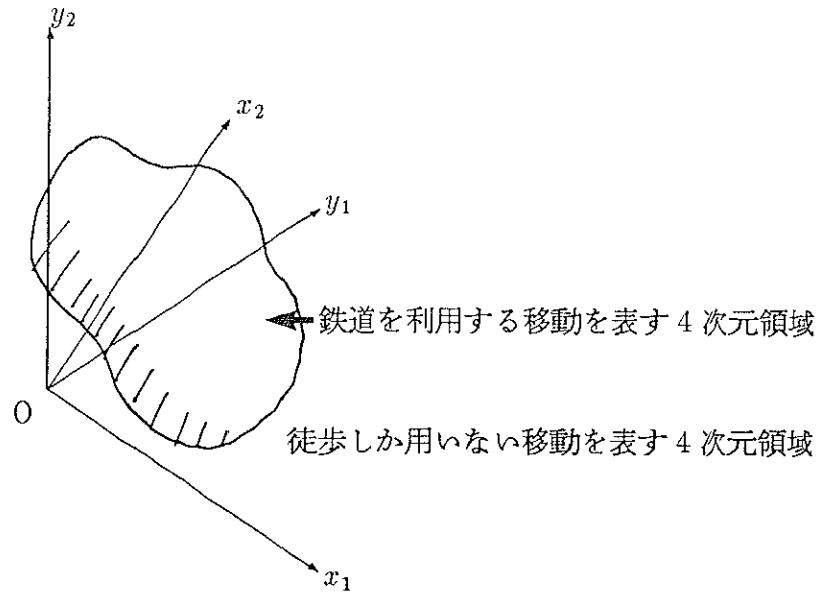


図 1.2: 鉄道を利用する移動の集まりを表す 4 次元領域

きる. 同じことを従来の 2 次元平面を用いて表現することを考えてみよう. 例えば, 図 1.3 に示すように, 起点が鉄道の近くにあっても終点 1 が鉄道から離れていれば終点 2 のときよりも鉄道の恩恵は受けにくい場合があるため, 起点・終点・鉄道の位置関係を表現するのに 2 次元平面 (地図) を使うとかなり面倒である. 無理に行うならば起点か終点のどちらかを固定せざるを得ないことは容易に想像がつくであろう. 4 次元空間そのものを書き表すことも同じくらい困難であるが, ここで強調しておきたいのは, 実際に見ることはできなくても, 鉄道を利用する移動の全体を「かたち」と「量」のあるもので表現できることを利用して, 鉄道の路線延伸や列車のスピードアップの効果を, 次に定義する 2 つの量を用いて数式で表現できる点である.

起点 (x_1, y_1) , 終点 (x_2, y_2) 間に発生する移動の頻度を表わす関数を移動密度関数 $\mu(x_1, y_1, x_2, y_2)$ とし, 起点終点間の移動が頻繁に発生するほど大きな値を示す関数であるとする. これを用いて, 移動を表わす 4 次元空間内の領域の量を表わす移動量を次のように定義する. はじめに, 先ほどと同じように, 徒歩のみで移動する場合と比較して移動時間が短ければ必ず鉄道を利用する, という規則にしたがって全ての移動は利用交通機関を決定することとしよう. この規則のもとで, ある地域内に発生する移動の

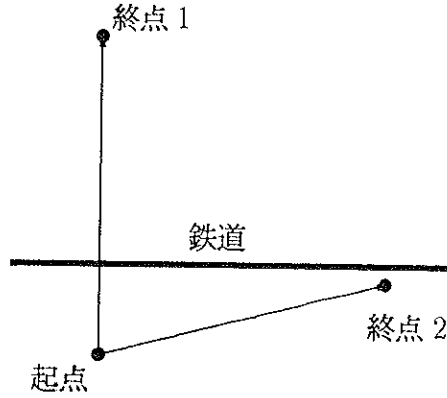


図 1.3: 起点・終点・鉄道の位置関係

うち、鉄道を利用する移動全体を表わす 4 次元領域を C とする。鉄道を利用する移動 (x_1, y_1, x_2, y_2) の全体量を移動量 F として

$$F = \int_{(x_1, y_1, x_2, y_2) \in C} \mu(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2 dx_1 dy_1$$

と定義する。本研究では主として 3 章と 4 章において、移動量 F を用いて鉄道の効果の大きさを議論する。例えば、ある鉄道路線に対して、ある地域内で発生する移動のうち鉄道を利用する移動を集めた 4 次元領域の量を F_1 とする。さらに、列車速度を高めた場合の移動量を F_2 、同じく路線を延伸した場合の移動量を F_3 とすれば、 $F_2 - F_1$ は列車速度を高めたことによる移動量の増加を、 $F_3 - F_1$ は路線延伸による移動量の増加を表わすが、これらの増加分をそれぞれの場合の効果の量を表わすと考える。次に総移動時間 R を定義する。起点 (x_1, y_1) 、終点 (x_2, y_2) 間の移動時間を $r(x_1, y_1, x_2, y_2)$ と置けば、先ほどの $\mu(x_1, y_1, x_2, y_2)$ と同じく 4 次元空間の 1 点にある値を対応づけたことになる。ある条件 (例えば、ある地域内で発生する全ての移動、など) により生成された 4 次元領域 C' 内の総移動時間 R を

$$R = \int_{(x_1, y_1, x_2, y_2) \in C'} r(x_1, y_1, x_2, y_2) \mu(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2 dx_1 dy_1$$

と定義する。これは移動時間に移動密度の重みをつけて領域内で積分したもので、この条件を満たす移動の移動時間の合計に相当する。よって、 R を同じ条件下の F で割れ

ば、条件を満たす移動の平均移動時間が得られる。2章では R を用いて、平面上の地域間の平均移動時間に与える路線長や列車速度の影響について議論する。

ここで定義した2つの量は、必ずしも簡単に計算できる場合ばかりではない。しかし、このような移動を表わす4次元空間を考えれば、平面全体で発生する移動と交通機関との関係を解析的に記述できて、鉄道に関する変化(路線の位置、路線長、列車速度、など)が移動に与える効果の大きさを直接定式化できるのである。

1.3 公共交通機関の分析に関する既存研究

鉄道や道路の分析に関する既存研究にはかなりの蓄積があるが、それらにおける移動と交通機関との関係についての記述に着目しながら、本研究の位置づけをここで整理する。

実用的な交通計画に幅広く用いられている交通システム計画の手法は、都市交通問題にシステム分析のアプローチを導入したもので、問題のフレームの構成、調査、代替案の分析、代替案の評価という4つの段階からなる。システム分析においては、代替案と効果の因果関係は必ずしも明確に記述されているわけではなく、回帰分析を用いるなどして、利用が可能な現実のデータから必要のものだけを利用して両者の関係を推定する場合が多い(例えば[太田, 1988])。つまり、交通システム計画では、対象地域の既与条件を重要視し、対象となっている問題の解決に力点を置いているといえよう。例えばわが国では、大都市交通センサス[運輸省, 1990]やパーソントリップ調査[建設省, 1992]などに見ることができるように、大規模な個人の移動状況の調査をもとに、現状の交通機関網に関して、主として混雑に関して改良すべき点を指摘する方法が実用化されている。

数理計画を用いたアプローチとしては、交通機関のネットワーク構造に着目し、ネットワーク上の問題として定式化された手法の研究が数多く行なわれている。最近の研究では、例えば[Mahmassani et al., 1990], [Barnhart and Sheffi, 1993]などは、ネットワークとしてとらえた道路網や輸送網の交通容量とネットワーク上に発生する交通量を与件として、交通量を配分するアルゴリズムの提案を行っている。他方、[Chen and Alpha, 1991]は確率的な手法を用いたアプローチによって一般的な交通網のネットワークデザインを効率よく行う方法を提案した。また、[Kuby and Gray, 1993]はとくに貨物航空網に着目したネットワークデザインについて考察を行っている。

以上のように、これらの研究は与えられた条件下でネットワーク問題としていかに効率よく最適解を見つけるか、あるいは、解法の本質に関わる一般的な構造を探るということに成果が集中している。移動に関する記述は、線上またはネットワーク上において、という条件に限定されており、平面上で発生する移動と交通網との関係について、基礎的な性質を明確に述べられたものは必ずしも多いとはいえない。

筆者の興味が、鉄道(と同じような特性を持つ交通機関)が平面上で発生する移動にどのような影響を与えているのかを探ることにあるのに対し、ここで取り上げた既存研究は、目的を最適化することを念頭に置いて、個別の問題の構造やネットワーク構造を重要視しているといえよう。これらを踏まえて、本研究の議論から得られるいくつかの成果は、平面上の移動が、線上の移動やネットワーク上の移動と本質的に異なる点をいくつか明らかにしたうえで、既存研究の中の位置づけとして、効率的な交通機関の計画や交通量の予測に応用できるものと考えている。本研究の具体的な都市計画への応用の一例については6章において述べられており、この中で新しい鉄道網の評価方法を提案する。

本研究で導入した4次元空間を「直接」利用した議論(4章)と移動方向ごとの時間短縮効果について論じた研究(5章, 6章)は、積分幾何学におけるいくつかの重要な成果を基礎としている([腰塚, 1976, 77], [Santaló, 1976])。積分幾何学は近年注目されることはあまり多いとはいえないが、[腰塚, 1977], [腰塚, 1978]などで議論されているように、都市計画に応用が可能な興味深い内容を含んでいる。積分幾何学で用いられる概念や成果を都市計画の立場で利用することによって、既存の成果に新しい解釈を与え得るかもしれない、と考えている。

1.4 論文の構成

この論文は全部で7章からなる。

2章では、移動の発生する領域を限定して鉄道の効果を議論することを目的とし、中心に駅を持つ正方形領域間の平均移動時間を与える厳密な式の導出方法について述べる。領域内で発生する全ての移動について、徒歩のみの場合と鉄道利用の場合のいずれかのうち所要時間の短い方を利用すると仮定して起点終点間の移動時間を定義し、鉄道を利用する移動を表わす4次元領域、徒歩のみの移動を表わす4次元領域をそれぞれ

れ求める。続いて、この2つの領域内部で移動時間を積分して総移動時間と総移動量を求め、総移動時間／総移動量を計算して領域間の平均移動時間を算出する。2章で具体的に示されるように、途中の計算過程、得られる式ともかなり複雑な形式をしているが、鉄道を持つ領域間の平均移動時間の厳密な式の導出は、筆者によってはじめて導出された。領域のかたちと相対的位置関係に関するいくつかの制限を設けてはあるが、領域の大きさ、領域間距離、列車速度、徒歩速度、路線のかたちの変化に応じて厳密な値を求めることができる。

次に、得られた厳密な式をもとに、いくつか与件を変化させた場合について平均移動時間に与える影響の大きさを調べる。それによって、列車のスピードアップが平均移動時間に与える効果の大きさには限界があることと、領域内の路線長、駅数の増加にも同じく平均移動時間に関して限界があることを解析的に明らかにする。

3章では、鉄道を利用する移動の量に着目し、2章で用いた計算方法を利用して、どのくらいの量が鉄道を利用するのかを算出する。そこでは、例えば隣接する正方形領域間で徒歩速度の5倍の速度（標準的な都市鉄道の速度）を持つ鉄道が中心間に敷設されているならば、全移動量の約60%が鉄道を利用することを明らかにする。次に、2章で求めた領域間平均移動時間の厳密な式を領域間の全ての移動が鉄道利用であるとした近似式と比較する。その結果、隣接する領域ペア数の比率が全ての領域ペア数の20%以下ならば、近似値と厳密な値の相対誤差は3%以下であることが示される。

2章、3章で展開されるいくつかの議論は移動の発生する領域を正方形に限定して行ったものである。言い換えれば、鉄道の「移動に与える効果」のうち、「定められた対象領域で発生する移動」が受ける効果を測ったことに相当する。4章では、鉄道の与え得る効果の「全体量」を論じることを目的として、移動の発生する領域を平面全体に拡大して、鉄道網の大きさと効果を受ける移動量の関係に関する基礎的な議論を行なう。はじめに、平面上で一様に移動が発生すると仮定したならば、鉄道を利用する移動量は鉄道網の規模の4乗に比例して増加することを示す。このことは、例えば線分状の路線を増設して2倍の長さにしたならば、新しい路線を利用する移動の量はもとの16倍になることを示している。移動の発生源を平面全体に広げると、一見議論が難しくなると考えがちであるが、実はその逆で、4章で述べるような方法を用いれば、2章と3章で必要とされた境界条件に関する議論を行う必要がなく、このような単純な結果を得

ることができる。さらに、一様に発生する移動だけでなく、同様の方法で距離によって発生する移動量が減衰する場合と都心に近づくほど発生する移動が増える場合も調べることが可能であり、このとき鉄道利用移動量はそれぞれ鉄道網の規模の3乗、2乗に比例することを明らかにする。

5章では、鉄道の効果を受ける移動方向について論じる。この章では、鉄道が敷設された平面上で発生する移動のうち、どの向きの移動がどのくらいの鉄道の効果を受けているのか、ということに焦点をあて、平面上のあらゆる直線に沿った移動方向ごとに、移動に与える鉄道の効果の大きさを調べる方法について述べる。ある移動の起点終点間の距離を移動時間で割った値を移動速度と定義し、直線方向ごとに平均移動速度を算出する方法について述べる。平均移動速度が高い直線ほど鉄道の効果を大きく受けていると定義し、平均移動時間の分布を図示することによって、直線方向ごとの鉄道の効果を視覚的にとらえる。その結果、直線方向ごとの鉄道の時間短縮効果は、直線が鉄道と成す角が並行に近く、かつ直線に近い位置にあるほど大きいことを解析的に明らかにできた。

6章では、5章において求めた線分上の平均移動速度の分布図を鉄道網の評価に応用し、都市域内の移動方向に着目した鉄道網の新しい評価方法と、新たに建設すべき路線の位置を発見する方法を提案する。ここでは、都市をよぎる直線の位置と方向を表す平面を用いて、対象領域に対する鉄道網の時間短縮効果の大きさを図示することにより、鉄道網の直線方向ごとの時間短縮効果の大小を見いだす。さらに、この方法を用いて、実際に東京都心部の鉄道網を評価し、新たに建設すべき鉄道の位置を提言する。鉄道網(を含めた、本研究で取り扱う交通機関の経路網)の評価に関する研究は例えば[奥平, 1976]などがあるものの、それほど多いとはいえない。ここで提案する方法は、5章において求めた線分上の平均移動速度の分布図を鉄道網の評価に応用したものであり、筆者によって開発された全く新しい評価方法である。

最後に7章では、得られた結果をまとめ、今後の研究の方向と課題について整理する。

なお2章の内容の一部は[三浦, 腰塚, 1993b]で、4章, 5章, 6章の一部は[三浦, 腰塚, 1995c]で発表した。

第 2 章

鉄道で結ばれた正方形領域間の移動時間の導出

2.1 はじめに

本章では、図 2.1 に示すような正方形領域間の平均移動時間を厳密に導出し、それを用いて鉄道で結ばれた領域間の移動時間に関するいくつかの基礎的な性質を導く。

本章は、中心に駅を持つ正方形領域間の平均移動時間を用いて、経路は徒歩のみと鉄道利用のうち所要時間が短い方を利用するという仮定のもとで、列車速度の上昇や領域内の駅数の増加が平均移動時間にどのような影響を与えているのかを調べることを目的とする。利用者の便益を測定するために、鉄道が敷設された領域間の移動時間を正確に求めることがしばしば必要になる場合があるが、所要時間を最短にするという仮定のもとで、領域間の平均移動時間を厳密に導出した研究は筆者によるものがはじめてである。従来は全ての移動を鉄道利用であるとみなして計算するか、あるいはもっと簡便に駅間の列車移動時間で代用するのがこれまでの方法であった。本研究で取り扱うモデルは、正方形領域で中心に駅を持つものであるが、現実の不規則な領域にもある程度の対応が可能である [三浦, 腰塚, 1993b]。

これから述べる領域間の平均移動時間の算出は、結局のところ 1.2 節で導入した総移動時間 R をいかに厳密に求めるか、ということに帰着する。それには、これからあきらかになるようにかなり煩雑な計算を要する。

はじめに、2.2 節では計算に必要ないくつかの仮定と移動時間を定義する。その仮定に基づき 2.3、2.4 節では、中心に駅を持つ正方形領域間の平均移動時間を厳密に与える式を求める。この時、全ての移動について利用交通機関を判別する作業がかなり複雑である。最後に 2 節では、平均移動時間という尺度を用いて、鉄道が移動に与える効果に

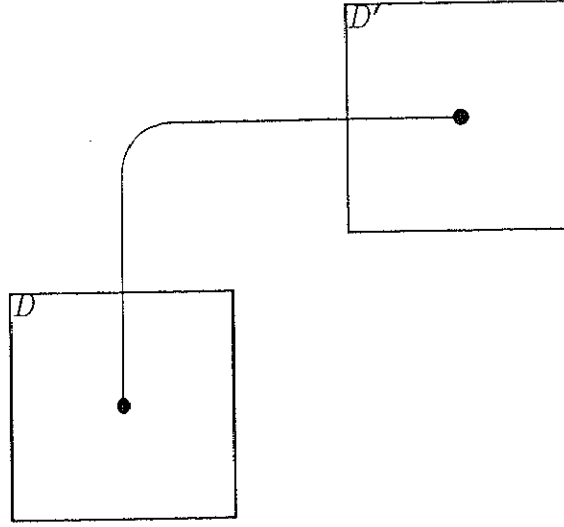


図 2.1: 鉄道で結ばれた 2 つの正方形領域

関する基本的な性質について議論する. 2.5 節では隣接する正方形領域間の鉄道の列車速度を変化させて平均移動時間を計算し, 列車速度上昇の影響を調べる. すると, 列車速度を限りなく速くしても, ほとんど平均移動時間は低下しないことが明らかになる. 2.6 節では, 同様に隣接する領域内の駅数の変化の影響について調べる.

2.2 移動に関する仮定

本研究における移動の仕方についていくつかの定義と仮定について述べる. 2次元平面上の移動手段は徒歩と鉄道を利用した移動の 2 種類のみとする. このとき, 徒歩速度 v_1 , 列車速度 v_2 ($v_1 < v_2$) とし, 列車速度の徒歩速度に対する比 v_2/v_1 を v と置く. 平面上に直交する x 軸 y 軸を定め, 徒歩移動距離はこの 2 つの軸方向に沿った向きでのみ移動を許すような rectilinear 距離で定義する.

すると, 図 2.2 に示す (x_1, y_1) から (x_2, y_2) まで徒歩のみで移動する場合の所要時間 $r_W(x_1, y_1, x_2, y_2)$ は, 起点終点間の移動距離が $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ であるから

$$r_W(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|}{v_1}$$

と表わされる.

鉄道を利用する場合、列車の待ち時間は考慮しないこととすると、図 2.2 の (x_1, y_1) , (x_2, y_2) の最寄駅の座標をそれぞれ (p_1, q_1) , (p_2, q_2) とし、 (p_1, q_1) , (p_2, q_2) 間の列車移動時間を t と置けば、 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 間の鉄道利用所要時間 $r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$ は

$$r_R(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{|x_1 - p_1| + |y_1 - q_1|}{v_1} + t + \frac{|x_2 - p_2| + |y_2 - q_2|}{v_1}$$

と書ける。このとき、 $(p_1, q_1)(p_2, q_2)$ 間の鉄道路線は必ずしも直線とは限らないことに注意してほしい。さらに、平面上のあらゆる 2 地点間の移動は、常に所要時間が短い交通手段を利用すると仮定し、その時の所要時間を

$$r(x_1, y_1, x_2, y_2) = \min\{r_W(x_1, y_1, x_2, y_2), r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)\}$$

と置く。

平面上を自由に移動できるならば、直線距離が自然な仮定であると考えられるかもしれない。しかし直線距離を用いるとすれば、積分計算が楕円積分に帰着し計算が困難になるが、rectilinear 距離を用いれば計算結果がすべて多項式として表現することが可能となる。また、領域を都市内の一部であると想定すれば、都市内の道路は格子状に構成されている場合が多く、この場合は rectilinear 距離で定義したほうがより適当であろう。これら 2 つの理由から、本研究では徒歩移動を rectilinear 距離で定義することとした。

2.3 正方形領域間の平均移動時間の定式化

ここで、一辺の長さ a の正方形領域 D , D' 間の平均移動時間を定式化する。図 2.3 のように、領域 D の左下頂点が原点 O になるようにとり、 l, m を $l \geq a, m \geq a$ を満たす実数として、領域 D' の左下頂点の座標を (l, m) とする。また、各々の領域の最寄駅をちょうど中心にくるように $P(a/2, a/2)$, $P'(l + a/2, m + a/2)$ に配置する。また、 D 内の起点を (x_1, y_1) , D' 内の終点を (x_2, y_2) とし、常に (x_1, y_1) から (x_2, y_2) へ移動が一樣に発生することとしよう。すなわち移動 (x_1, y_1, x_2, y_2) の発生密度 $\mu(x_1, y_1, x_2, y_2) = 1$ とすると、 D から D' へのあらゆる移動時間を積分したもの $R(l, m, a, t)$ は

$$R(l, m, a, t) = \int_{(x_1, y_1) \in D, (x_2, y_2) \in D'} r(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2 dx_1 dy_1 \quad (2.1)$$

と表わされる。これを領域間で発生する総移動量 $F(l, m, a, t)$ で割れば平均移動時間 $\bar{r}(l, m, a, t)$ が得られる。正方形領域間に一様に移動が発生する場合、総移動量 $F(l, m, a, t)$

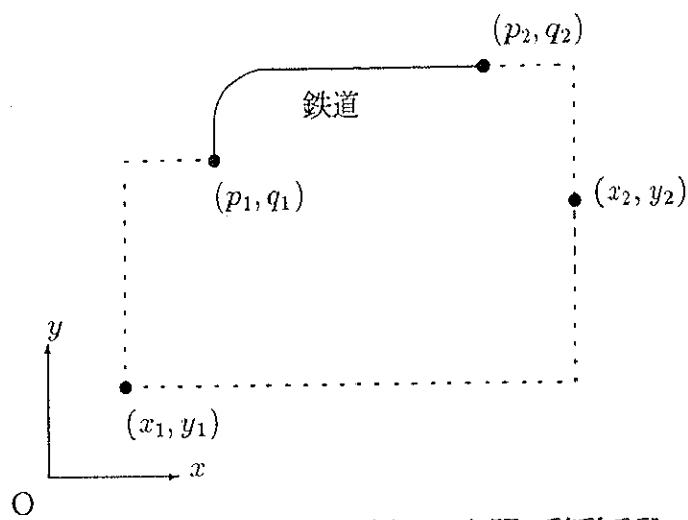


図 2.2: 2 地点 $(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ 間の移動手段

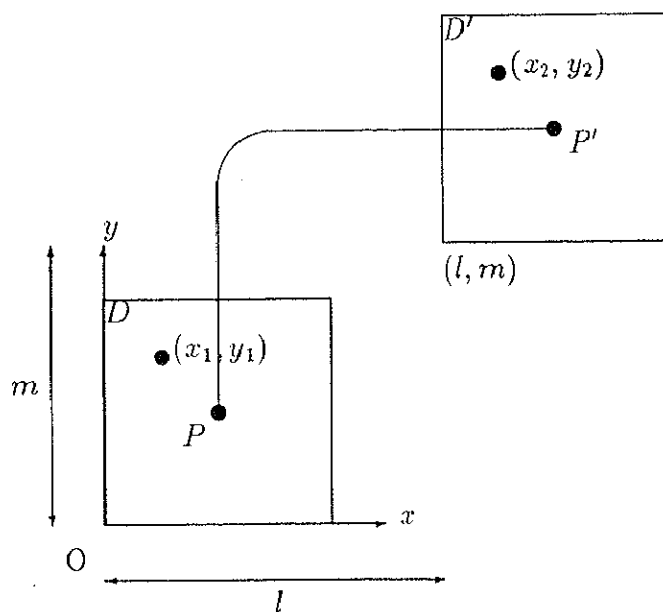


図 2.3: 2つの領域 D と D'

は

$$\begin{aligned} F(l, m, a, t) &= \int_{(x_1, y_1) \in D, (x_2, y_2) \in D'} dx_2 dy_2 dx_1 dy_1 \\ &= a^4 \end{aligned}$$

で与えられるので,

$$\begin{aligned} \bar{r}(l, m, a, t) &= \frac{R(l, m, a, t)}{F(l, m, a, t)} \\ &= \frac{R(l, m, a, t)}{a^4} \end{aligned}$$

と表わされる. つまり, $\bar{r}(l, m, a, t)$ の導出は, 総移動時間 $R(l, m, a, t)$ (すなわち式 (2.1)) をいかにうまく求めるか, という問題に帰着する.

式 (2.1) を具体的に計算するには, 起点と終点の位置関係, 起点終点とそれぞれの最寄駅との位置関係, D と D' の位置関係, 列車速度の変化に応じた移動手手段とそれの場合の移動時間を求めなければならない.

固定された起点 (x_1, y_1) からの終点領域 D' 内の全ての終点への移動時間の積分を $R_1(x_1, y_1)$ と置く. それは

$$R_1(x_1, y_1) = \int_{(x_2, y_2) \in D'} r(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2$$

と表わすことができるので, 式 (2.1) は

$$R(l, m, a, t) = \int_{(x_1, y_1) \in D} [R_1(x_1, y_1)] dx_1 dy_1$$

と書ける. さらに, ある起点 (x_1, y_1) から移動する場合に, 終点領域 D' を徒歩のみで移動する領域 $D'_W(x_1, y_1)$ と鉄道を利用して移動する領域 $D'_R(x_1, y_1)$, すなわち

$$D' = \begin{cases} D'_W(x_1, y_1) = \{(x_2, y_2) | r_W(x_1, y_1, x_2, y_2) \leq r_R(x_1, y_1, x_2, y_2), (x_2, y_2) \in D'\} \\ D'_R(x_1, y_1) = \{(x_2, y_2) | r_R(x_1, y_1, x_2, y_2) < r_W(x_1, y_1, x_2, y_2), (x_2, y_2) \in D'\} \end{cases}$$

と分割すれば, $R_1(x_1, y_1)$ は

$$\begin{aligned} R_1(x_1, y_1) &= \int_{(x_2, y_2) \in D'_W(x_1, y_1)} r_W(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2 \\ &\quad + \int_{(x_2, y_2) \in D'_R(x_1, y_1)} r_R(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2 \end{aligned}$$

と書ける．ここで、 D' 領域を分割する $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ の境界線を $l_h(x_1, y_1)$ と置く．出発地 (x_1, y_1) によって、 $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ は異なるから、その境界線 $l_h(x_1, y_1)$ も変化する．ただし、全ての (x_1, y_1) に対して必ず $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ が存在するとは限らず、起点の位置によっては $D'_W(x_1, y_1) = \phi$ 、または $D'_R(x_1, y_1) = \phi$ となる場合もある．以上のように、あらゆる起点からの終点領域への利用交通機関を判別して $R_1(x_1, y_1)$ を計算し、さらに (2.1) に代入する、という手順にしたがって領域間の平均移動時間を計算する．

2.4 起点領域と終点領域の分割

この節では、起点と終点のペアごとに徒歩のみと鉄道利用のどちらの所要時間が短いのかを調べたうえで、終点領域 D' を徒歩利用範囲 $D'_W(x_1, y_1)$ と鉄道利用範囲 $D'_R(x_1, y_1)$ に分割する境界線 $l_h(x_1, y_1)$ を求める．

起点 (x_1, y_1) から出発して、ある時間内に到達可能な範囲は、rectilinear 距離で徒歩移動が行なわれることから、徒歩のみ、鉄道利用とも図 2.4(a) のように、それぞれ起点と駅を中心とする正方形で与えられる．その後、時間を進めると正方形は拡大し、図 2.4(b) のように接する．このとき接する 2 つの正方形によるボロノイ分割から、 D' を $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ に分割できる．なお、2 つの正方形の接し方は図 2.4(c), (d) のような場合もある．(c) では $l_h(x_1, y_1)$ が (a) と異なり、(d) では右下の点線内のハッチングされた範囲は徒歩のみ、鉄道利用とも同時間で到達できる場合である．境界線 $l_h(x_1, y_1)$ はどの (x_1, y_1) についても D' 中に現われるとは限らない．終点領域 D' 全体が $D'_W(x_1, y_1)$ 、あるいは $D'_R(x_1, y_1)$ になることもある．ある起点 (x_1, y_1) にとって D' 全体が $D'_W(x_1, y_1)$ になることは、その地点から鉄道利用にとって、最も早く到達できる地点（すなわち図 2.5 駅 P' ）さえも、徒歩移動の方が先に到達できることと等価である．一方 (x_1, y_1) から徒歩移動で最も早く到達できる地点は、図 2.5 の点 Q であり、その地点さえも鉄道利用の方が短い時間で行けるならば D' 全体は $D'_R(x_1, y_1)$ になる．

以上のことを利用して、 D と D' を $l_h(x_1, y_1)$ を表わす式によって次のように分割する．まず、図 2.6 のように D と D' が平行に並んだ場合を (a) ($a \leq l, m = 0$)、 D と D' が対角的に並んだ場合を (b) ($l \geq a, m \geq a$) とする．ただし、本研究では (c) のように領域が重なる場合や (d) のように x 軸または y 軸方向からみて重なっている場合は除外し

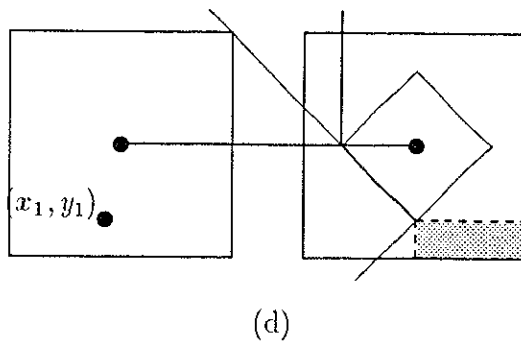
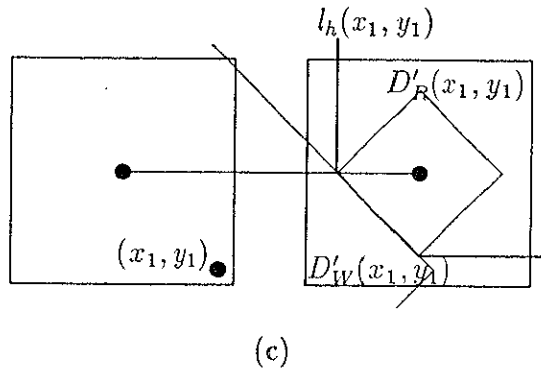
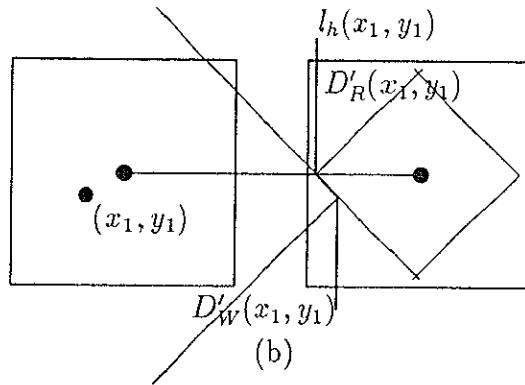
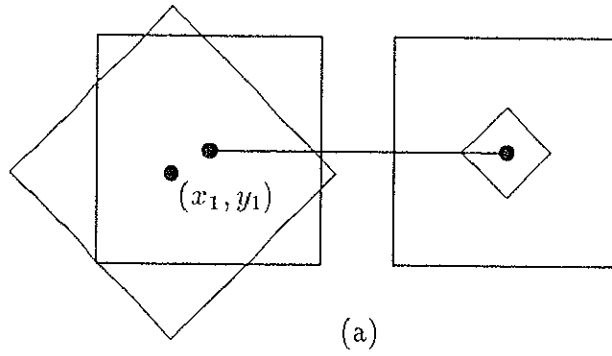


図 2.4: $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$

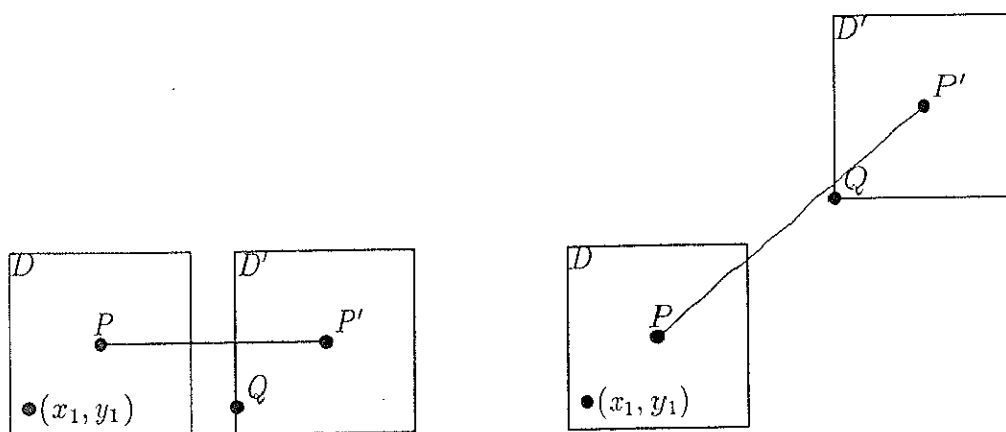


図 2.5: 徒歩のみ，鉄道利用のとき最も早く到達できる点

た. 起点領域 D は

- D' が全て $D'_W(x_1, y_1)$ になる場合
- D' に $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ がともにある場合
- D' が全て $D'_R(x_1, y_1)$ になる場合

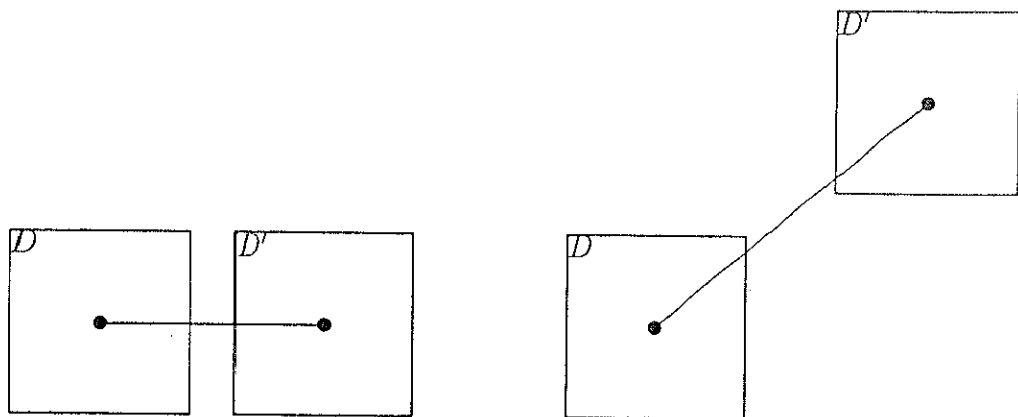
の3つに分けることができるのは，前の議論から明らかである．そこで，2番目の場合を $l_h(x_1, y_1)$ を表わす式に応じてさらに場合分けをする．この手順によって， D を次のように小領域 D_0^a, \dots, D_8^a と D_0^b, \dots, D_7^b に分割し，各々の範囲を図 2.7 と図 2.8 に示す．また，各小領域間の境界線は表 2.1 の通りである．

(a) 平行 ($l \geq a, m = 0$)

- D' が全て $D'_W(x_1, y_1)$ になる場合 : D_0^a
- D' に $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ がともにある場合 : $D_1^a, D_2^a, D_3^a, D_4^a, D_6^a, D_7^a$
- D' が全て $D'_R(x_1, y_1)$ になる場合 : D_5^a, D_8^a

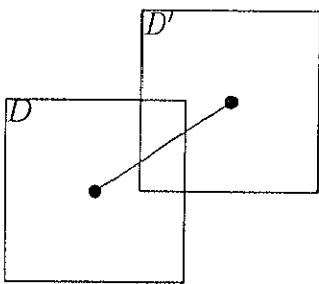
(b) 対角的 ($l \geq a, m \geq a$)

- D' が全て $D'_W(x_1, y_1)$ になる場合 : D_0^b
- $D'_W(x_1, y_1)$ と $D'_R(x_1, y_1)$ がともにある場合 : $D_1^b, D_2^b, D_3^b, D_4^b, D_5^b, D_6^b$

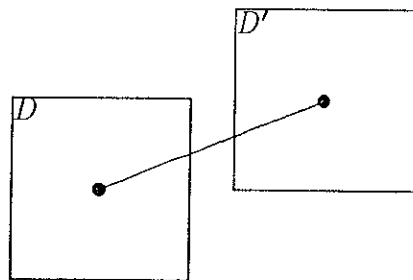


(a) 平行 ($l \geq a, m = 0$)

(b) 対角的 ($l \geq a, m \geq a$)



(c) 領域が重なっている場合



(d) x 軸または y 軸方向からみて重なっている場合

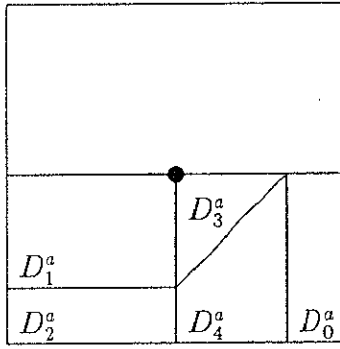
図 2.6: 領域 D と D' の相対的位置

- D' が全て $D'_R(x_1, y_1)$ になる場合: D_7^b

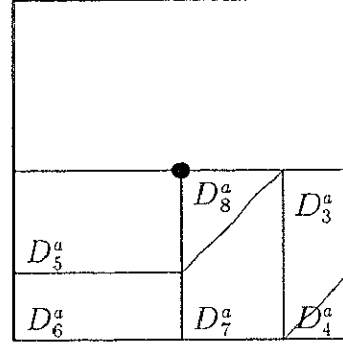
ただし、図 2.7 と図 2.8 は図 2.6(a), (b) の到着領域 D' ((a) の場合 D の右側, (b) の場合 D の右上に位置する) を省略して出発領域 D のみを示したものであり、分割された D を表現するために、中心間距離によって (a) の場合 4 つ, (b) の場合 5 つの場合分けが必要となることを示している。なお、これ以降の表記は簡単のため $v_1 = 1$ として記述を行った。実際に変数に値を入れて計算するとき、例えば $v_1 = 4\text{km/h}$, $v_2 = 20\text{km/h}$ とすると $v = 5$ であるから、ここで 1 時間を単位とした値が必要ならば $v = 5$ を代入して得られた数値を $v_1(\text{km/h})$ で割ればよい。ここで (a)1, ..., (a)4 において上半分 $a/2 \leq y \leq a$ の部分は分割しなかった。なぜなら、2 つの領域 D と D' が平行に並んでいる場合、対称性から上半分から出発した場合の D' 内の鉄道利用範囲のかたちと面積は

直線 $y = a/2$ に対称な下半分の出発地点の鉄道利用範囲に等しく、下半分の全ての起点から D' への総移動時間を 2 倍すれば、そのときの D 全体の鉄道利用移動時間が得られるからである。同様に (b)1, ..., (b)5 の場合、直線 $y = x$ より上半分は線対称な下半分の出発地点の鉄道利用範囲に等しい。

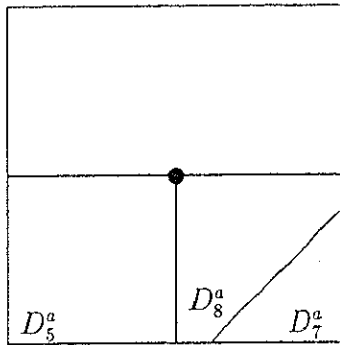
つぎに、起点 (x_1, y_1) の属する範囲 $D_0^a, \dots, D_8^a, D_0^b, \dots, D_7^b$ ごとに D' の分割を図 2.9, 図 2.10, 図 2.11 にしめす。このとき図中に現われる境界線 $l_h(x_1, y_1)$ は表 2.2 の通りである。以上のように、 D と D' の分割は領域間の位置関係と距離、さらには列車速度の対徒歩速度の比 v に依存し、複雑な場合分けを必要とすることがわかった。



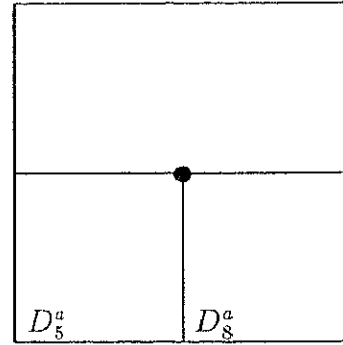
(a)1 : $v_1 a \leq l < v_1 t + a, m = 0$



(a)2 : $v_1 t + a \leq l < v_1 t + 2a, m = 0$

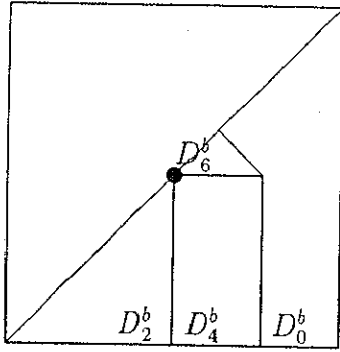


(a)3 : $v_1 t + 2a \leq l < v_1 t + 3a, m = 0$

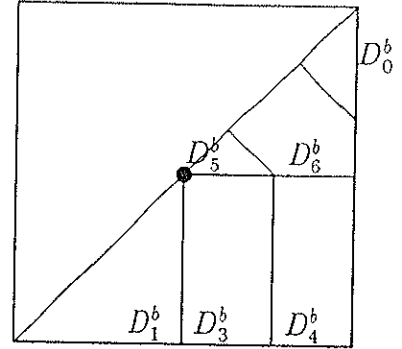


(a)4 : $v_1 t + 3a \leq l, m = 0$

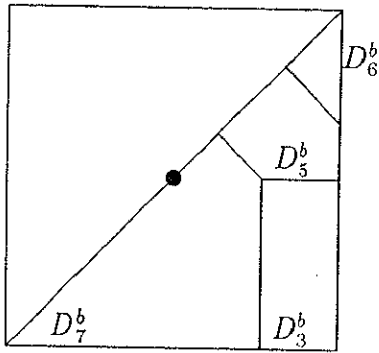
図 2.7: 起点領域 D の分割 (その 1)



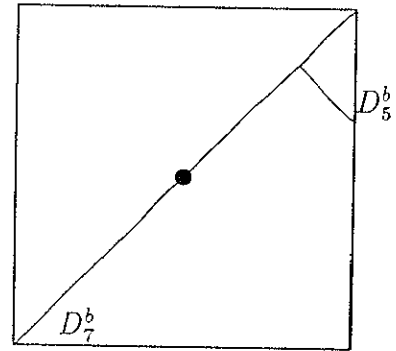
(b)1 : $v_1 a \leq l + m < v_1 t + a$



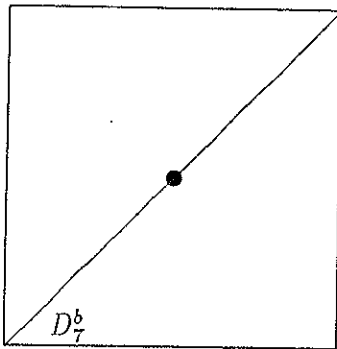
(b)2 : $v_1 t + a \leq l + m < v_1 t + 2a$



(b)3 : $v_1 t + 2a \leq l + m < v_1 t + 3a$

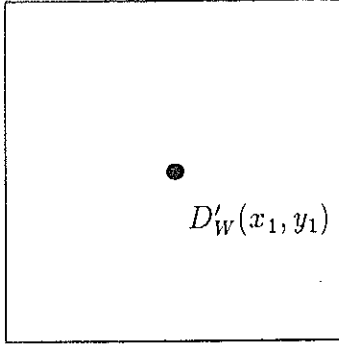


(b)4 : $v_1 t + 3a \leq l + m < v_1 t + 4a$

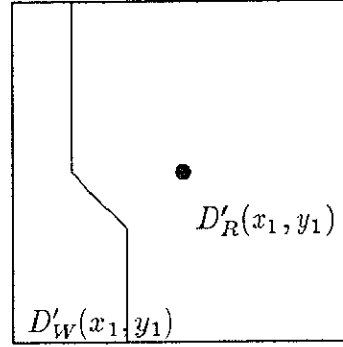


(b)5 : $v_1 t + 4a \leq l + m$

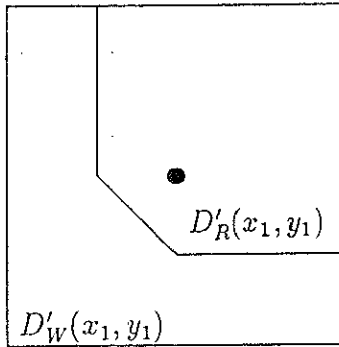
図 2.8: 起点領域 D の分割 (その 2)



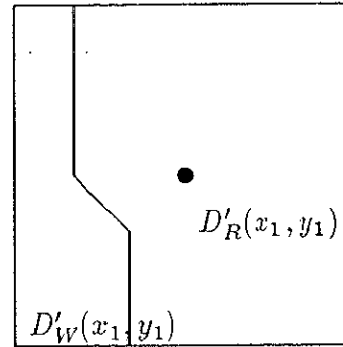
$$(x_1, y_1) \in D_0^a$$



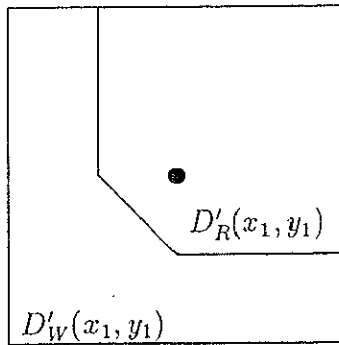
$$(x_1, y_1) \in D_1^a$$



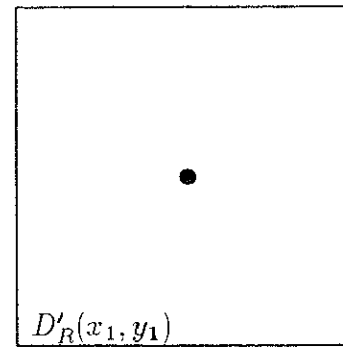
$$(x_1, y_1) \in D_2^a$$



$$(x_1, y_1) \in D_3^a$$

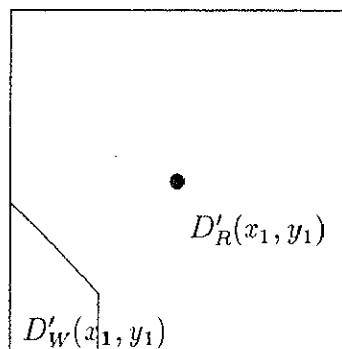


$$(x_1, y_1) \in D_4^a$$

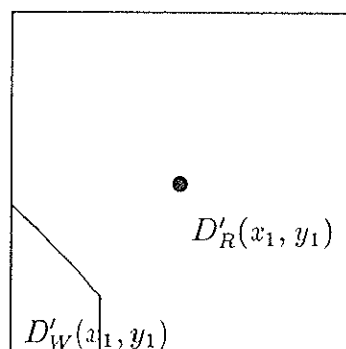


$$(x_1, y_1) \in D_5^a$$

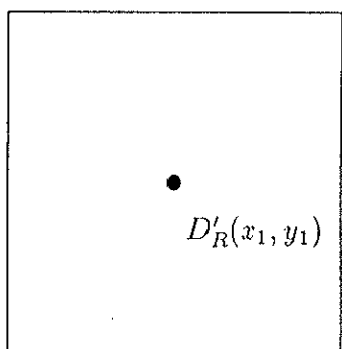
図 2.9: 起点領域 D' の分割 (その 1)



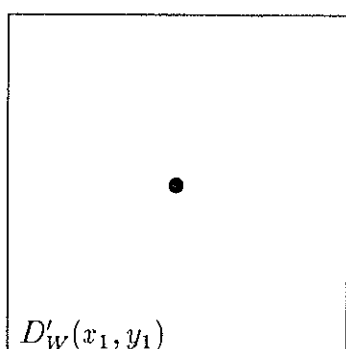
$$(x_1, y_1) \in D_6^a$$



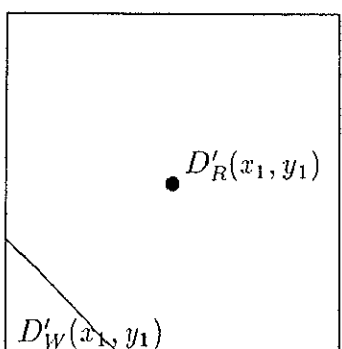
$$(x_1, y_1) \in D_7^a$$



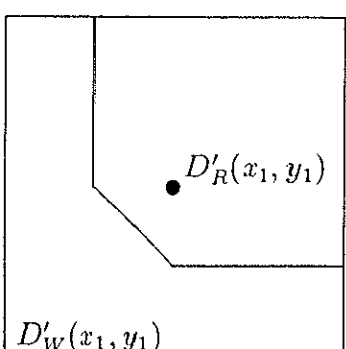
$$(x_1, y_1) \in D_8^a$$



$$(x_1, y_1) \in D_0^b$$

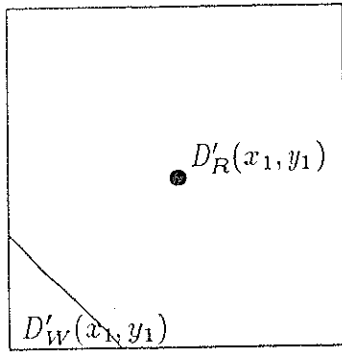


$$(x_1, y_1) \in D_1^b$$

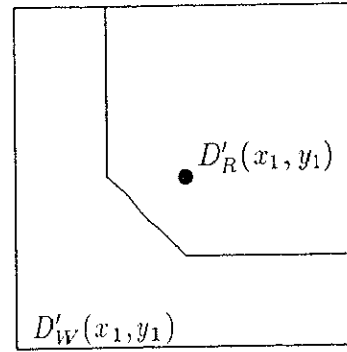


$$(x_1, y_1) \in D_2^b$$

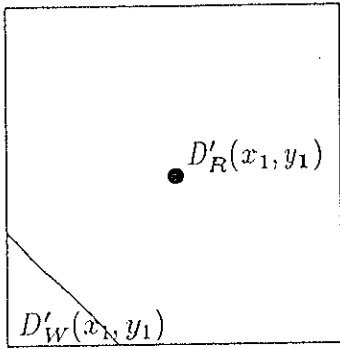
図 2.10: 起点領域 D' の分割 (その 2)



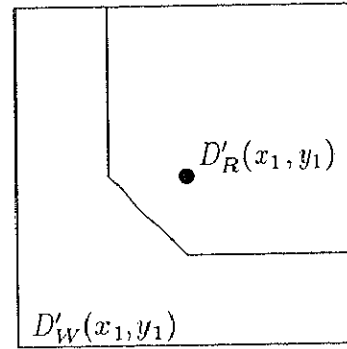
$$(x_1, y_1) \in D_3^b$$



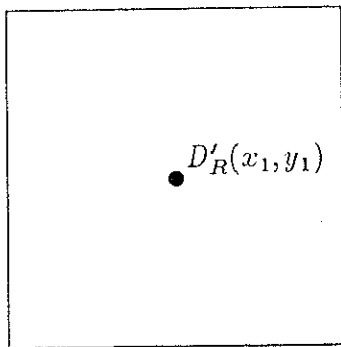
$$(x_1, y_1) \in D_4^b$$



$$(x_1, y_1) \in D_5^b$$



$$(x_1, y_1) \in D_6^b$$



$$(x_1, y_1) \in D_7^b$$

図 2.11: 起点領域 D' の分割 (その 3)

表 2.1: 各小領域の境界線

$D_0^a \text{ と } D_4^a$	$x = \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l-t)$	$D_1^a \text{ と } D_2^a$	$y = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}(l-t)$
$D_1^a \text{ と } D_3^a$	$x = \frac{a}{2}$	$D_2^a \text{ と } D_4^a$	$x = \frac{a}{2}$
$D_3^a \text{ と } D_4^a$	$y = x - \frac{1}{2}(l-t)$	$D_3^a \text{ と } D_7^a$	$x = -\frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l-t)$
$D_5^a \text{ と } D_6^a$	$y = \frac{3a}{2} - \frac{1}{2}(l-t)$	$D_5^a \text{ と } D_8^a$	$x = \frac{a}{2}$
$D_6^a \text{ と } D_7^a$	$x = \frac{a}{2}$	$D_7^a \text{ と } D_8^a$	$y = x + a - \frac{1}{2}(l-t)$
$D_0^b \text{ と } D_4^b$	$x = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}(t - (l+m))$	$D_0^b \text{ と } D_6^b$	$y = -x + a - \frac{1}{2}(t - (l+m))$
$D_1^b \text{ と } D_3^b$	$x = \frac{a}{2}$	$D_2^b \text{ と } D_4^b$	$x = \frac{a}{2}$
$D_3^b \text{ と } D_4^b$	$x = -\frac{1}{2}(t - (l+m))$	$D_3^b \text{ と } D_7^b$	$x = -\frac{a}{2} - \frac{1}{2}(t - (l+m))$
$D_4^b \text{ と } D_6^b$	$y = \frac{a}{2}$	$D_5^b \text{ と } D_6^b$	$y = -x + \frac{a}{2} - \frac{1}{2}(t - (l+m))$
$D_5^b \text{ と } D_7^b$	$y = -x - \frac{1}{2}(t - (l+m))$		

表 2.2: 鉄道利用範囲と徒歩利用範囲の境界線 $l_h(x_1, y_1)$

起点の位置	$l_h(x_1, y_1)$
$(x_1, y_1) \in D_1^a$	$x = \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (a/2 \leq y \leq a)$ $x = -y + a + \frac{1}{2}(l+t) \quad (y_1 \leq y < a/2)$ $x = -y_1 + a + \frac{1}{2}(l+t) \quad (0 \leq y < y_1)$
$(x_1, y_1) \in D_2^a$	$x = \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (a/2 \leq y \leq a)$ $x = -y + a + \frac{1}{2}(l+t) \quad (\frac{a}{2} - \frac{1}{2}(l+t) \leq y < a/2)$ $y = \frac{a}{2} - \frac{1}{2}(l+t) \quad (l + a/2 \leq x < l + a)$
$(x_1, y_1) \in D_3^a$	$x = x_1 + \frac{1}{2}(l+t) \quad (a/2 \leq y \leq a)$ $x = -y + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (y_1 \leq y < a/2)$ $x = -y_1 + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (0 \leq y < y_1)$
$(x_1, y_1) \in D_4^a$	$x = x_1 + \frac{1}{2}(l+t) \quad (a/2 \leq y \leq a)$ $x = -y + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (x_1 - \frac{1}{2}(l+t) \leq y < a/2)$ $y = x_1 - \frac{1}{2}(l+t) \quad (l + a/2 \leq x < l + a)$
$(x_1, y_1) \in D_6^a$	$x = -y + a + \frac{1}{2}(l+t) \quad (y_1 \leq y < -a - \frac{1}{2}(l-t))$ $x = -y_1 + a + \frac{1}{2}(l+t) \quad (0 \leq y < y_1)$
$(x_1, y_1) \in D_7^a$	$x = -y + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (y_1 \leq y < x_1 + \frac{a}{2} - \frac{1}{2}(l-t))$ $x = -y_1 + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(l+t) \quad (0 \leq y < y_1)$
$(x_1, y_1) \in D_1^b$	$x = -y + a + \frac{1}{2}(t+l+m) \quad (m \leq y \leq a + \frac{1}{2}(t-l+m))$
$(x_1, y_1) \in D_2^b$	$x = \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t+l-m) \quad (m + a/2 \leq y \leq m + a)$ $x = -y + a + \frac{1}{2}(t+l+m) \quad (\frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t-l+m) \leq y < m + a/2)$ $y = \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t-l+m) \quad (l + a/2 \leq x < l + a)$
$(x_1, y_1) \in D_3^b$	$x = -y + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t+l+m) \quad (m \leq y \leq x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t-l+m))$
$(x_1, y_1) \in D_4^b$	$x = x_1 + \frac{1}{2}(t+l-m) \quad (m + a/2 \leq y \leq m + a)$ $x = -y + x_1 + \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t+l+m) \quad (x_1 + \frac{1}{2}(t-l+m) \leq y < m + a/2)$ $y = x_1 + \frac{1}{2}(t-l+m) \quad (l + a/2 \leq x < l + a)$
$(x_1, y_1) \in D_5^b$	$x = -y + x_1 + y_1 + \frac{1}{2}(t+l+m) \quad (m \leq y \leq x_1 + y_1 + \frac{1}{2}(t-l+m))$
$(x_1, y_1) \in D_6^b$	$x = x_1 + y_1 - \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t+l-m) \quad (m + a/2 \leq y \leq m + a)$ $x = -y + x_1 + y_1 + \frac{1}{2}(t+l+m) \quad (x_1 + y_1 - \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t-l+m) \leq y < m + a/2)$ $y = x_1 + y_1 - \frac{a}{2} + \frac{1}{2}(t-l+m) \quad (l + a/2 \leq x < l + a)$

以上のような分割によって、全ての移動の利用交通機関が判別できたので、(2.1)式の計算ができる。途中の計算はかなり煩雑なものの、移動距離を rectilinear 距離で定義していることと、領域 D, D' が矩形であることから両者とも l, m, a, t の多項式で表わされる。以下に示す計算結果のように、中心間距離 $(l+m)$ によって、全部で9つの式で表わされる。

(a)1: $t \leq l < t+a, m=0$

$$\begin{aligned}
 R(l, m, a, t) = & \left(\frac{1}{3}a^5 + \frac{7}{8}a^4l - \frac{1}{4}a^3l^2 - \frac{1}{16}a^2l^3 + \frac{1}{96}al^4 + \frac{1}{480}l^5 \right) \\
 & + \left(\frac{1}{8}a^4 + \frac{1}{2}a^3l + \frac{3}{16}a^2l^2 - \frac{1}{24}al^3 - \frac{1}{96}l^4 \right)t \\
 & + \left(-\frac{1}{4}a^3 - \frac{3}{16}a^2l + \frac{1}{16}al^2 + \frac{1}{48}l^3 \right)t^2 \\
 & + \left(\frac{1}{16}a^2 - \frac{1}{24}al - \frac{1}{48}l^2 \right)t^3 \\
 & + \left(\frac{1}{96}a + \frac{1}{96}l \right)t^4 \\
 & + \left(-\frac{1}{480} \right)t^5
 \end{aligned}$$

(a)2: $t+a \leq l < t+2a, m=0$

$$\begin{aligned}
 R(l, m, a, t) = & \left(\frac{173}{480}a^5 + \frac{89}{96}a^4l - \frac{7}{16}a^3l^2 + \frac{1}{24}a^2l^3 + \frac{1}{48}al^4 - \frac{1}{240}l^5 \right) \\
 & + \left(\frac{7}{96}a^4 + \frac{7}{8}a^3l - \frac{1}{8}a^2l^2 - \frac{1}{12}al^3 + \frac{1}{48}l^4 \right)t \\
 & + \left(-\frac{7}{16}a^3 + \frac{1}{8}a^2l + \frac{1}{8}al^2 - \frac{1}{24}l^3 \right)t^2 \\
 & + \left(-\frac{1}{24}a^2 - \frac{1}{12}al + \frac{1}{24}l^2 \right)t^3 \\
 & + \left(\frac{1}{48}a - \frac{1}{48}l \right)t^4 \\
 & + \left(\frac{1}{240} \right)t^5
 \end{aligned}$$

(a)3: $t+2a \leq l < t+3a, m=0$

$$\begin{aligned}
 R(l, m, a, t) = & \left(\frac{79}{160}a^5 + \frac{27}{32}a^4l - \frac{9}{16}a^3l^2 + \frac{3}{16}a^2l^3 - \frac{1}{32}al^4 + \frac{1}{480}l^5 \right) \\
 & + \left(\frac{5}{32}a^4 + \frac{9}{8}a^3l - \frac{9}{16}a^2l^2 + \frac{1}{8}al^3 - \frac{1}{96}l^4 \right)t \\
 & + \left(-\frac{9}{16}a^3 + \frac{9}{16}a^2l - \frac{3}{16}al^2 + \frac{1}{48}l^3 \right)t^2 \\
 & + \left(-\frac{3}{16}a^2 + \frac{1}{8}al - \frac{1}{48}l^2 \right)t^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(-\frac{1}{32}a + \frac{1}{96}l)t^4 \\
& +(-\frac{1}{480})t^5
\end{aligned}$$

(a)4: $t + 3a \leq l, m = 0$

$$R(l, m, a, t) = a^5 + a^4t$$

(b)1: $l \geq a, m \geq a, t \leq l + m < t + a$

$$\begin{aligned}
R(l, m, a, t) = & (\frac{15}{16}a^4(l+m) - \frac{1}{8}a^3(l+m)^2 - \frac{1}{16}a^2(l+m)^3 - \frac{1}{96}a(l+m)^4 - \frac{1}{1920}(l+m)^5) \\
& + (\frac{1}{16}a^4 + \frac{1}{4}a^3(l+m) + \frac{3}{16}a^2(l+m)^2 + \frac{1}{24}a(l+m)^3 + \frac{1}{384}(l+m)^4)t \\
& + (-\frac{1}{8}a^3 - \frac{3}{16}a^2(l+m) - \frac{1}{16}a(l+m)^2 - \frac{1}{192}(l+m)^3)t^2 \\
& + (\frac{1}{16}a^2 + \frac{1}{24}a(l+m) + \frac{1}{192}(l+m)^2)t^3 \\
& + (-\frac{1}{96}a - \frac{1}{384}(l+m))t^4 \\
& + (\frac{1}{1920})t^5
\end{aligned}$$

(b)2: $l \geq a, m \geq a, t + a \leq l + m < t + 2a$

$$\begin{aligned}
R(l, m, a, t) = & (\frac{7}{240}a^5 + \frac{91}{16}a^4(l+m) - \frac{5}{24}a^3(l+m)^2 - \frac{1}{24}a^2(l+m)^3 + \frac{1}{96}a(l+m)^4 + \frac{1}{640}(l+m)^5) \\
& + (\frac{5}{16}a^4 + \frac{5}{12}a^3(l+m) + \frac{1}{8}a^2(l+m)^2 - \frac{1}{24}a(l+m)^3 - \frac{1}{128}(l+m)^4)t \\
& + (-\frac{5}{24}a^3 - \frac{1}{8}a^2(l+m) + \frac{1}{16}a(l+m)^2 + \frac{1}{64}(l+m)^3)t^2 \\
& + (\frac{1}{24}a^2 - \frac{1}{24}a(l+m) - \frac{1}{64}(l+m)^2)t^3 \\
& + (\frac{1}{96}a + \frac{1}{128}(l+m))t^4 \\
& + (-\frac{1}{640})t^5
\end{aligned}$$

(b)3: $l \geq a, m \geq a, t + 2a \leq l + m < t + 3a$

$$\begin{aligned}
R(l, m, a, t) = & (\frac{31}{240}a^5 + \frac{91}{96}a^4(l+m) - \frac{1}{3}a^3(l+m)^2 + \frac{1}{48}a^2(l+m)^3 + \frac{1}{96}a(l+m)^4 - \frac{1}{640}(l+m)^5) \\
& + (\frac{5}{96}a^4 + \frac{2}{3}a^3(l+m) - \frac{1}{16}a^2(l+m)^2 - \frac{1}{24}a(l+m)^3 + \frac{1}{128}(l+m)^4)t \\
& + (-\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{16}a^2(l+m) + \frac{1}{16}a(l+m)^2 - \frac{1}{64}(l+m)^3)t^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(-\frac{1}{48}a^2 - \frac{1}{24}a(l+m) + \frac{1}{64}(l+m)^2 \right) t^3 \\
& + \left(\frac{1}{96}a - \frac{1}{128}(l+m) \right) t^4 \\
& + \left(\frac{1}{640} \right) t^5
\end{aligned}$$

(b)4: $l \geq a, m \geq a, t + 3a \leq l + m < t + 4a$

$$\begin{aligned}
R(l, m, a, t) = & \left(\frac{7}{15}a^5 + \frac{2}{3}a^4(l+m) - \frac{1}{3}a^3(l+m)^2 + \frac{1}{12}a^2(l+m)^3 - \frac{1}{96}a(l+m)^4 + \frac{1}{1920}(l+m)^5 \right) \\
& + \left(\frac{1}{3}a^4 + \frac{2}{3}a^3(l+m) - \frac{1}{4}a^2(l+m)^2 + \frac{1}{24}a(l+m)^3 - \frac{1}{384}(l+m)^4 \right) t \\
& + \left(\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{4}a^2(l+m) - \frac{1}{16}a(l+m)^2 + \frac{1}{192}(l+m)^3 \right) t^2 \\
& + \left(-\frac{1}{12}a^2 + \frac{1}{24}a(l+m) - \frac{1}{192}(l+m)^2 \right) t^3 \\
& + \left(-\frac{1}{96}a + \frac{1}{384}(l+m) \right) t^4 \\
& + \left(-\frac{1}{1920} \right) t^5
\end{aligned}$$

(b)5: $l \geq a, m \geq a, t + 4a \leq l + m$

$$R(l, m, a, t) = a^5 + a^4 t$$

(a), (b) の場合とも、中心間距離が十分離れたならば全ての移動が鉄道利用となり、(a)4, (b)5に見るように、非常に簡単なかたちになる。先にも述べたように、 $R(l, m, a, t)$ を総移動量 a^4 で割れば平均移動時間 $\bar{r}(l, m, a, t)$ が算出できて、中心間距離、領域の大きさ、列車移動時間によって平均移動時間の厳密な値を得ることができる。

2.5 列車速度による平均移動時間の変化

前節で得た式を用いて、領域間の平均移動時間に関するいくつかの性質について述べる。はじめに、列車速度 v_2 を変化させたとき、領域間平均移動時間 \bar{r} がどのように変わるのかを調べ、列車のスピードアップによる効果について考察する。図 2.12 のように、隣接する一辺の長さ a の正方形領域 D と D' があり、それぞれの中心を鉄道が結んでいるものとする。ここで、列車速度の対徒歩速度比 v を変化させたときの \bar{r} は総移動時間

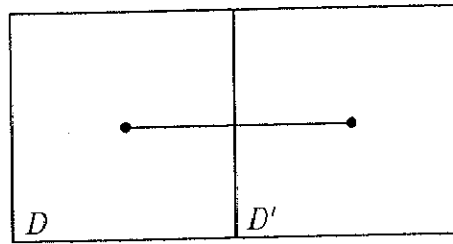


図 2.12: 隣接する正方形領域

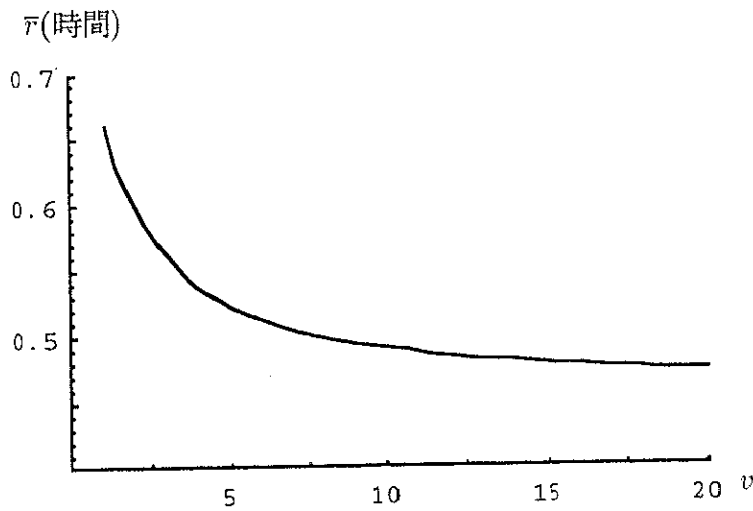


図 2.13: 列車速度による平均移動時間の変化

が $R(a, 0, a, a/v_2)$ で与えられることから

$$\bar{r} = \left(\frac{109}{120} - \frac{1}{480v^5} + \frac{1}{48v^4} - \frac{17}{48v^2} + \frac{73}{96v} \right) a \quad (2.2)$$

と表わされる。このグラフを図 2.13 に示す。これをみると、 v が小さいうちは、急激に \bar{r} は低下するが、しだいに下がりにくくなっているのが読み取れる。例えば、図 2.12 を標準的な都市鉄道の隣接する 2 駅とその駅勢圏と考えて、 $a = 1\text{km}$ 、徒歩速度 $v_1 = 4\text{km/h}$ 、列車速度 $v_2 = 20\text{km/h}$ ¹(すなわち $v = 5$) と置くと、この領域間の平均移動時間

¹一般に、駅での停車時間を含めた列車の表定速度(距離 / 所要時間)は都市部において 25 - 30km/h である。本研究では列車待ち時間も考慮し、列車速度を 20km/h とした。

は $\bar{T} \approx 1.046$ (約 15.7 分) である。しかし、さらに列車速度を上昇させて新幹線なみの速度 $v_2 = 200 \text{ km/h}$ ($v = 50$) としても、(2.2) 式から \bar{T} は 0.923 (約 13.8 分) までしか短縮されずこの差は約 1.8 分であることがわかる。これは次のような理由による。列車速度が遅いうちは、鉄道利用移動時間における駅間の列車移動時間の比率が高いことから、列車速度上昇により列車移動時間は大きく低下するので、 v_2 の変化が \bar{T} に大きく影響し、急激に低下する。ところがある程度 v_2 が大きくなると、移動時間に占める鉄道利用時間の比率が減少し、徒歩から鉄道利用に転換する移動は減り、もともと鉄道利用だった移動にとっても v_2 の影響を受けにくくなる。以上のことから、 v_2 が大きくなるにつれ、 \bar{T} の減少率は小さくなる。

このことから、比較的近い距離の領域間の移動に関しては、列車速度は現在の一般的な都市高速鉄道の速度 20 km/h から、それ以上スピードアップをしても効果はあまり得られないことがあきらかとなった。ただし、この数値例は、隣接する領域の場合は列車速度上昇の時間短縮効果は小さいことを示したものであり、2つの領域が大きく離れている場合ほど、効果は顕著になることは言うまでもない。

なお、この章で求めた領域間の平均移動時間の厳密な式はどのような領域間距離でも求めることが可能であるから、領域間距離が長くなるほど列車速度を高めることによる効果は大きくなることも明らかにできた。

2.6 駅密度による平均移動時間の変化

ある地域にとって、他の地域を結ぶ鉄道が新たに増設され、その結果、地域内の駅数が増加すると、駅までのアクセス時間が短縮されることによって、他の地域への移動時間短縮効果が生じる。この節では、領域内の駅数の増加が領域間の平均移動時間にどのくらいの影響を与えているのかを考察し、鉄道路線と駅の増設による領域間の移動時間短縮効果について議論する。すなわち、図 2.14 のように、一辺の長さ a の隣接する領域 DD' 間に格子状の鉄道網を張り巡らし、次のような方法で路線総延長を増やしたときの \bar{T} を求める。各領域内にそれぞれ N 個の駅があるとし、領域を各駅を含む小さな正方形に N 等分し、各駅に番号 $1, 2, \dots, N$ を振る。ここで D 内の i 番目の小正方形と D' 内の j 番目の小正方形間の中心間距離を x 軸方向 l_{ij} 、 y 軸方向 m_{ij} 、駅間の列車移動時間を t_{ij} とする。小正方形の一辺の長さは a/\sqrt{N} であることに注意すると、小正方形 $D_i D_j$ 間

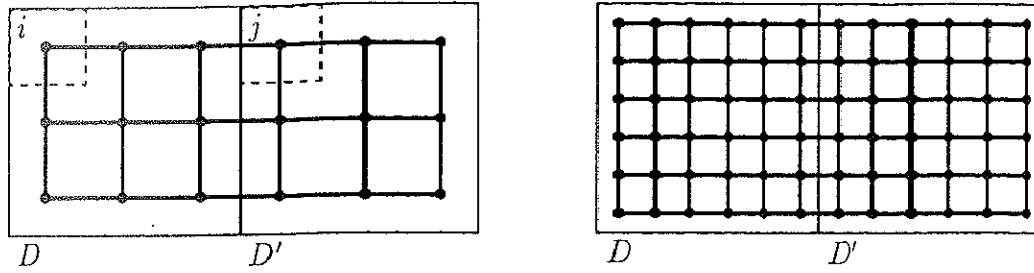


図 2.14: 格子状鉄道網を持ち駅数が 9, 36 の場合の隣接する正方形領域

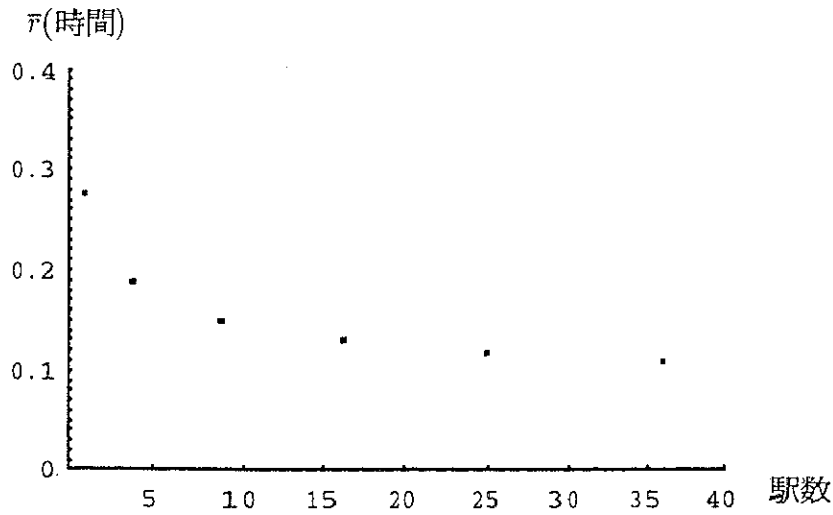


図 2.15: 駅数と平均移動時間

の総移動時間は $R(l_{ij}, m_{ij}, a/\sqrt{N}, t_{ij})$ と表わされる. よって, 全ての小正方形領域間の移動が一様に発生するならば, DD' 間の総移動時間 R は

$$R = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R(l_{ij}, m_{ij}, a/\sqrt{N}, t_{ij})$$

と書けるから, これを総移動量 a^4 で割れば領域間平均移動時間 \bar{r} が得られる. 図 2.15 に, 横軸に一方の領域内の駅数をとったときの \bar{r} のプロット図を示す. ただし, $a = 10\text{km}$, $v_1 = 4\text{km/h}$, $v_2 = 20\text{km/h}$ とする. 図をみると, 駅数 (すなわち駅密度) が低いうちは \bar{r} は急激に低下するが, 16 を超える当りから下がり難くなることがわかる. これは, 列車速度を上昇させたときと似たことが, 駅数を増加させたときにも起きているからである. つまり, 駅数が少ないときには徒歩から鉄道利用へ転換する移

動量が大きく、また、徒歩距離が大幅に短縮されるので、 \bar{r} は大きく低下する。ところが駅数が増加するにつれ転換する移動量、徒歩距離の短縮がともに小さくなるので、 \bar{r} はあまり下がらない。ここでは領域が隣接する場合について計算を行ったが、領域間が離れている場合には移動時間に占める列車利用時間はさらに大きくなるから、上に挙げた理由から駅数増加の効果はもっと少ないうちに短縮効果の伸びは小さくなる。

以上のことから、列車速度だけでなく、限られた領域内に敷設された鉄道の駅密度についても増加するにしたがって効果の伸びは小さくなる、という性質があることが明らかになった。現実においては、すでに高密度の鉄道網が張り巡らされている大都市中心部などは、それ以上の路線の敷設による移動時間短縮効果は小さいので、それよりも周辺地域との結びつきを強めるべきである、ということができる。

なお、ここでは全ての小正方形間の移動が一様に発生する場合のみ取り扱ったが、任意の小正方形間の発生移動密度を与えたうえで、領域間の平均移動時間を求めることも可能である。

2.7 まとめ

本章では、中心に駅を持つ正方形領域間の平均移動時間を与える厳密な式を導出し、平均移動時間に与えるいくつかの要因の影響の大きさについて考察した。導出した式を用いることによって、例えば図 2.16 のような、中心に駅を持つ正方形領域を複数組み合わせた領域についても、厳密な平均移動時間の値を得ることができる。さらに、これまでみてきた煩雑な計算から、この種の問題に関する基本的ないくつかの性質が明らかになった。第 1 に、計算途中、結果ともにあまり簡単とは言えないかたちをしているのは、領域の相対的位置、距離、列車速度によって、 D と D' 内の利用交通機関による分割が複雑で、それぞれの分割ごとの積分も簡単でないことに起因している。ここでは述べなかったが、過去の研究で移動時間の密度分布を求めるには、平均値を求める以上に複雑な手間を必要とすることが分かっている [三浦, 1993]。このような問題を議論する際に経路や利用交通機関に関する場合分けが複雑になるのは、現在のところ避けて通ることができない。これからは、複雑な場合分けと数多くの積分を効率よく行う手法と理論の開発が必要となるだろう。第 2 に、これらの複雑な積分の和は、これまで見てきたように最終的に l , m , a , t の多項式に帰着する。これは、徒歩移動距離に rectilinear

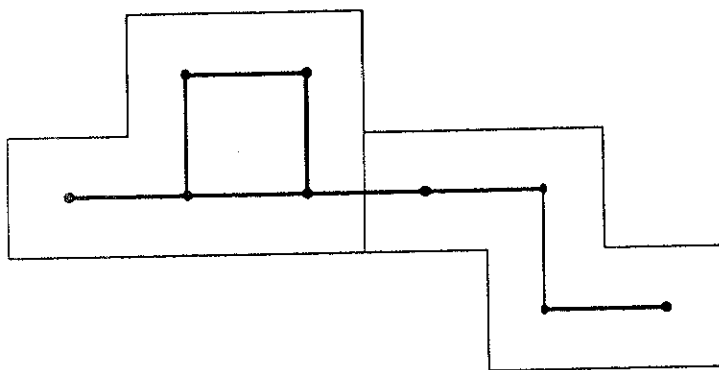


図 2.16: 平均移動時間の計算が可能な領域の例

距離を仮定したことによる。一般により馴染みの深い直線距離であれば、計算式は楕円積分に帰着し、特殊な場合を除いてきれいに解くことは困難であることが知られている [三浦, 腰塚, 1992], [栗田, 腰塚, 1988].

ところで、現実では駅に対する利用範囲すなわち駅勢圏のかたちはここで扱ったような正方形とは限らず、さらに複数の鉄道が存在するような地区では、移動する方面によって駅勢圏のかたちが異なることもある。また、路線や駅の密度にも偏りがある。本章で得られた結果に現実のデータを適用するには、これらの事柄についての検討が必要である。

第 3 章

鉄道で結ばれた正方形領域間の鉄道利用移動量

3.1 はじめに

前章では、領域間の「移動時間」に着目して、鉄道の敷設された正方形領域間の厳密な平均移動時間を求めた。本章では、「鉄道を利用する移動量」に焦点をあて、2つの正方形領域のあいだで、どのくらいの移動が鉄道を利用するのかを議論する。このことは、1.2 節で導入した移動量 F を鉄道の効果を表わす指標として用いて、正方形領域という限られた領域間で発生する移動を対象として、鉄道の効果の大きさを求めることにほかならない。本研究においてはじめて鉄道を利用する移動量を厳密に求めることが可能となり、導出した式から、領域間距離や路線長が鉄道利用移動量にどのような影響を与えるのか議論できるようになった。

3.2 節で詳しく述べるように、それには前章で行った平均移動時間の導出式のフレームをそのまま利用することにより比較的容易に求めることができる。

続く後半の2つの節では、2章で求めた領域間平均移動時間の近似式と厳密式を比較する指標として鉄道を利用する移動が全移動に占める比率を用いる。3.3 節では、鉄道利用移動量が領域間の全移動量中に占める割合を鉄道利用率とし、いくつかの場合について値を計算する。それによって、現在の標準的な列車速度ならば、例えば隣接する領域間の移動に関する鉄道利用率はおおよそ 60% であることが示される。3.4 節では、格子状鉄道網を持つ領域間の平均移動時間について、全ての移動が鉄道利用であるとした時の近似式と2章で求めた厳密式を比較する。ここで各領域中の駅を中心とした小正方形領域に着目し、領域間で隣接する小正方形の数が、領域間の全ての小正方形ペア数に占める割合が 20% 以下ならば、両者の相対誤差は 3% 以下であることを明らかにする。

3.2 鉄道利用移動量の導出

平面上で一様に移動が発生する (すなわち $\mu(x_1, y_1, x_2, y_2) = 1$) とした場合に, 図 2.3 のように中心に駅を持つ一辺の長さが a の正方形領域 D から D' への移動のうち, 鉄道利用移動量 $F(l, m, a, t)$ は,

$$\begin{aligned} F(l, m, a, t) &= \int_{(x_1, y_1) \in D} \int_{r_R(x_1, y_1, x_2, y_2) < r_W(x_1, y_1, x_2, y_2)} dx_2 dy_2 dx_1 dy_1 \\ &= \int_{(x_1, y_1) \in D} \int_{(x_2, y_2) \in D'_R(x_1, y_1)} dx_2 dy_2 dx_1 dy_1 \end{aligned}$$

を積分計算することによって得られる. この計算の積分範囲は, 2 章で出発地 (x_1, y_1) ごとに目的地領域 D' を徒歩で移動する範囲と鉄道を利用して移動する範囲に分割した結果 (pp.20 - pp.26) をそのまま利用できることから, $R(l, m, a, t)$ と同じ手順で計算することができる. もとめた $F(l, m, a, t)$ は以下の通りである.

(a)1: $t \leq l < t + a, m = 0$

$$\begin{aligned} F(l, m, a, t) &= \left(\frac{1}{8}a^4 + \frac{1}{2}a^3l + \frac{3}{16}a^2l^2 - \frac{1}{24}al^3 - \frac{1}{96}l^4 \right) \\ &\quad + \left(-\frac{1}{2}a^3 - \frac{3}{8}a^2l + \frac{1}{8}al^2 + \frac{1}{24}l^3 \right)t \\ &\quad + \left(\frac{3}{16}a^2 - \frac{1}{8}al - \frac{1}{16}l^2 \right)t^2 \\ &\quad + \left(\frac{1}{24}a + \frac{1}{24}l \right)t^3 \\ &\quad + \left(-\frac{1}{96} \right)t^4 \end{aligned}$$

(a)2: $t + a \leq l < t + 2a, m = 0$

$$\begin{aligned} F(l, m, a, t) &= \left(\frac{7}{96}a^4 + \frac{7}{8}a^3l - \frac{1}{8}a^2l^2 - \frac{1}{12}al^3 + \frac{1}{48}l^4 \right) \\ &\quad + \left(-\frac{7}{8}a^3 + \frac{1}{4}a^2l + \frac{1}{4}al^2 - \frac{1}{12}l^3 \right)t \\ &\quad + \left(-\frac{1}{8}a^2 - \frac{1}{4}al + \frac{1}{8}l^2 \right)t^2 \\ &\quad + \left(\frac{1}{12}a - \frac{1}{12}l \right)t^3 \\ &\quad + \left(\frac{1}{48} \right)t^4 \end{aligned}$$

(a)3: $t + 2a \leq l < t + 3a, m = 0$

$$F(l, m, a, t) = \left(\frac{5}{32}a^4 + \frac{9}{8}a^3l - \frac{9}{16}a^2l^2 + \frac{1}{8}al^3 - \frac{1}{96}l^4 \right)$$

$$\begin{aligned}
& +(-\frac{9}{8}a^3 + \frac{9}{8}a^2l - \frac{3}{8}al^2 + \frac{1}{24}l^3)t \\
& +(-\frac{9}{16}a^2 + \frac{3}{8}al - \frac{1}{16}l^2)t^2 \\
& +(-\frac{1}{8}a + \frac{1}{24}l)t^3 \\
& +(-\frac{1}{96})t^4
\end{aligned}$$

(a)4: $t + 3a \leq l, m = 0$

$$F(l, m, a, t) = a^4$$

(b)1: $l \geq a, m \geq a, t \leq l + m < t + a$

$$\begin{aligned}
F(l, m, a, t) = & (\frac{1}{16}a^4 + \frac{1}{4}a^3(l+m) + \frac{3}{16}a^2(l+m)^2 + \frac{1}{24}a(l+m)^3 + \frac{1}{384}(l+m)^4) \\
& +(-\frac{1}{4}a^3 - \frac{3}{8}a^2(l+m) - \frac{1}{8}a(l+m)^2 - \frac{1}{96}(l+m)^3)t \\
& +(\frac{3}{16}a^2 + \frac{1}{8}a(l+m) + \frac{1}{64}(l+m)^2)t^2 \\
& +(-\frac{1}{24}a - \frac{1}{96}(l+m))t^3 \\
& +(\frac{1}{384})t^4
\end{aligned}$$

(b)2: $l \geq a, m \geq a, t + a \leq l + m < t + 2a$

$$\begin{aligned}
F(l, m, a, t) = & (\frac{5}{96}a^4 + \frac{5}{12}a^3(l+m) + \frac{1}{8}a^2(l+m)^2 - \frac{1}{24}a(l+m)^3 - \frac{1}{128}(l+m)^4) \\
& +(-\frac{5}{12}a^3 - \frac{1}{4}a^2(l+m) + \frac{1}{8}a(l+m)^2 + \frac{1}{32}(l+m)^3)t \\
& +(\frac{1}{8}a^2 - \frac{1}{8}a(l+m) + \frac{3}{64}(l+m)^2)t^2 \\
& +(\frac{1}{24}a + \frac{1}{32}(l+m))t^3 \\
& +(-\frac{1}{128})t^4
\end{aligned}$$

(b)3: $l \geq a, m \geq a, t + 2a \leq l + m < t + 3a$

$$\begin{aligned}
F(l, m, a, t) = & (\frac{5}{96}a^4 + \frac{2}{3}a^3(l+m) - \frac{1}{16}a^2(l+m)^2 - \frac{1}{24}a(l+m)^3 + \frac{1}{128}(l+m)^4) \\
& +(-\frac{2}{3}a^3 + \frac{1}{8}a^2(l+m) + \frac{1}{8}a(l+m)^2 - \frac{1}{32}(l+m)^3)t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(-\frac{1}{16}a^2 - \frac{1}{8}a(l+m) + \frac{3}{64}(l+m)^2)t^2 \\
& +(\frac{1}{24}a - \frac{1}{32}(l+m))t^3 \\
& +(\frac{1}{128})t^4
\end{aligned}$$

(b)4: $l \geq a, m \geq a, t + 3a \leq l + m < t + 4a$

$$\begin{aligned}
F(l, m, a, t) = & (\frac{1}{3}a^4 + \frac{2}{3}a^3(l+m) - \frac{1}{4}a^2(l+m)^2 + \frac{1}{24}a(l+m)^3 - \frac{1}{384}(l+m)^4) \\
& +(-\frac{2}{3}a^3 + \frac{1}{2}a^2(l+m) - \frac{1}{8}a(l+m)^2 + \frac{1}{96}(l+m)^3)t \\
& +(-\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{8}a(l+m) - \frac{1}{64}(l+m)^2)t^2 \\
& +(-\frac{1}{24}a + \frac{1}{96}(l+m))t^3 \\
& +(-\frac{1}{384})t^4
\end{aligned}$$

(b)5: $l \geq a, m \geq a, t + 4a \leq l + m$

$$F(l, m, a, t) = a^4.$$

3.3 格子状鉄道網を持つ領域間の鉄道利用率

一辺の長さ a の正方形領域 D , D' 間の鉄道利用量 $F(l, m, a, t)$ を両領域間の総移動量 a^4 で割った値を鉄道利用率 ϕ と定義する. はじめに, 図 3.1 のように, 中心間距離 l の変化によって鉄道利用率にどのような影響があるのかを調べよう. 徒歩速度 $v_1 = 4\text{km/h}$, 列車速度 $v_2 = 20\text{km/h}$ とする. このとき, $t = l/v_2$ なので, 場合分けの境界に注意すると,

$$\phi = \begin{cases} -\frac{8}{1875}l^4 - \frac{8}{375}l^3 + \frac{3}{25}l^2 + \frac{2}{5}l + \frac{1}{8} & (a \leq l < \frac{5}{4}a) \\ -\frac{16}{1875}l^4 - \frac{16}{375}l^3 - \frac{2}{25}l^2 + \frac{7}{10}l + \frac{7}{96} & (\frac{5}{4}a \leq l < \frac{10}{4}a) \\ -\frac{8}{1875}l^4 + \frac{8}{125}l^3 - \frac{9}{25}l^2 + \frac{9}{10}l + \frac{5}{32} & (\frac{10}{4}a \leq l < \frac{15}{4}a) \\ 1 & (\frac{15}{4}a \leq l) \end{cases}$$

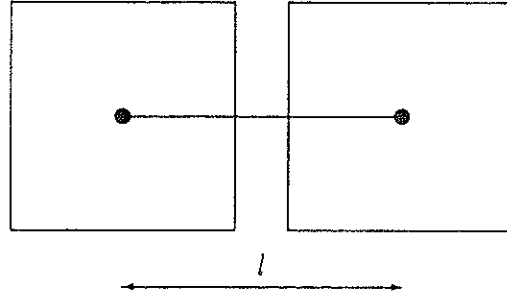


図 3.1: 中心間距離 l の 2 つの正方形領域

となり, 図 3.2 の実線のようになる. また, 列車速度を無限大 ($v_2 = \infty$) にすると l に関わらず $t = 0$ なので,

$$\phi = \begin{cases} \frac{1}{48}l^4 - \frac{1}{12}l^3 - \frac{1}{8}l^2 + \frac{7}{8}l + \frac{7}{96} & (1a \leq l < 2a) \\ -\frac{1}{96}l^4 + \frac{1}{8}l^3 - \frac{9}{16}l^2 + \frac{9}{8}l + \frac{5}{32} & (2a \leq l < 3a) \\ 1 & (3a \leq l) \end{cases}$$

となり, 図 3.2 の点線で表わされる. 図を見ると領域が隣接しているとき $\phi \simeq 0.61$ であり, l を大きくして行くと $l = 2a$ で $\phi \simeq 0.95$, $l \geq 15/4a$ ならば $\phi = 1$ となる. よって, この列車速度ならば, 中心間距離が $2a$ 以上ならばほぼ 9 割以上の移動が鉄道利用であることが明らかになった. また v_2 が無限大の時は $l \geq 3a$ で鉄道利用率は 1 となる. 列車速度を最も速くしたとしても点線までしか鉄道利用率は上昇せず, 領域間距離が大きくなるにしたがって l に関わらず全ての移動が鉄道を利用するようになることを示している.

つぎに, 図 3.3 のように正方形領域を長くつなげて線分鉄道路線を構成した場合について考えてみよう. 路線長が ka のとき, 領域数は $(k+1)a$ ある. このとき, 全く鉄道を利用する可能性の無い同一領域内の移動を除いて, 全ての他領域への移動を考えると, 移動総量は $a^4(k+1)k/2$ あり, このときの鉄道利用率 ϕ を求めたところ図 3.4 のようになった. 路線長に比例して隣接する領域のペア数も増加し, 路線長が $8a$ のときはじめて ϕ は 0.9 を超える. よって, 実際の鉄道路線において駅勢圏間の移動に着目した場合,

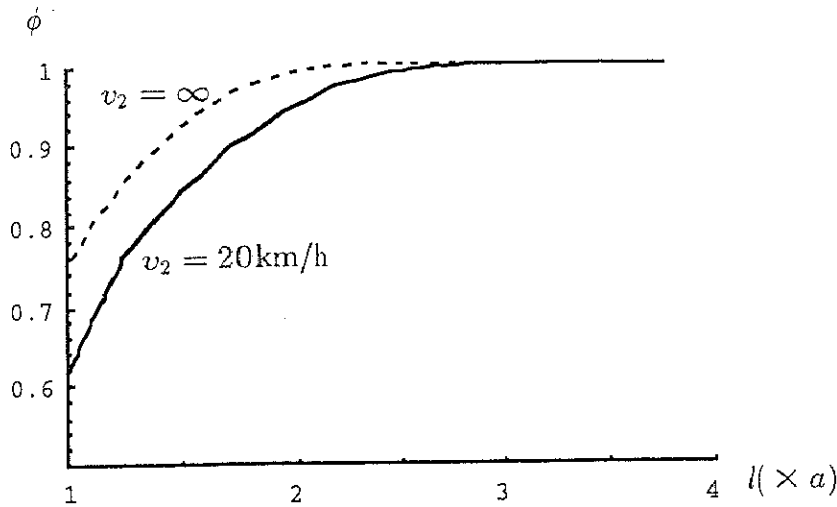


図 3.2: 中心間距離 l と鉄道利用率

10 個以上の駅を持つ路線については、9 割以上の移動は鉄道を利用している、ということが出来る。

続いて、隣接する領域間において駅数を増やしたときの鉄道利用率を調べた。図 3.5 のように格子状鉄道網を保ったままで駅数を 1, 4, 9, 16, ... と増やしたときの鉄道利用率を図 3.6 に示す。この図をみると、格子状鉄道網の場合、4 駅以上ならば鉄道利用率は 0.9 以上となることが分かった。

3.4 厳密値と近似値の比較

この節では、前節で鉄道利用率 ϕ を求める際に利用したいくつかの例を再び用いて、領域間平均移動時間の厳密値を、全ての移動が鉄道利用であるとみなした近似式と比較する。全ての移動が鉄道利用であるとするならば、一辺の長さ a の正方形領域 DD' 間の移動は、経路が一意に「出発地 - 駅 - 駅 - 目的地」と定まるので、総移動時間 $\tilde{R}(l, m, a, t)$ は簡単なかたちで表わすことができる。領域 D, D' 内の任意の地点から中心駅までの平均距離はともに $1/2a$ であるから、 $v_1 = 1$ とすると総徒歩時間は $a^4(1/2a + 1/2a) = a^5$ である。よって、駅間の列車移動時間を t とし、総移動量が a^4 であることに注意すると、総移動時間の近似値 $\tilde{R}(l, m, a, t)$ 、平均移動時間の近似値 $\tilde{r}(l, m, a, t)$ は

$$\tilde{R}(l, m, a, t) = a^5 + a^4 t,$$

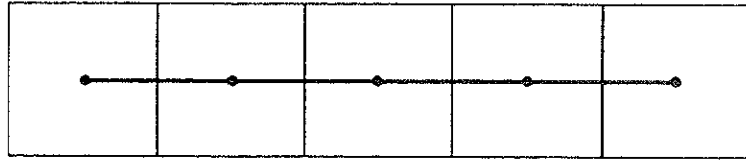


図 3.3: 線分鉄道路線

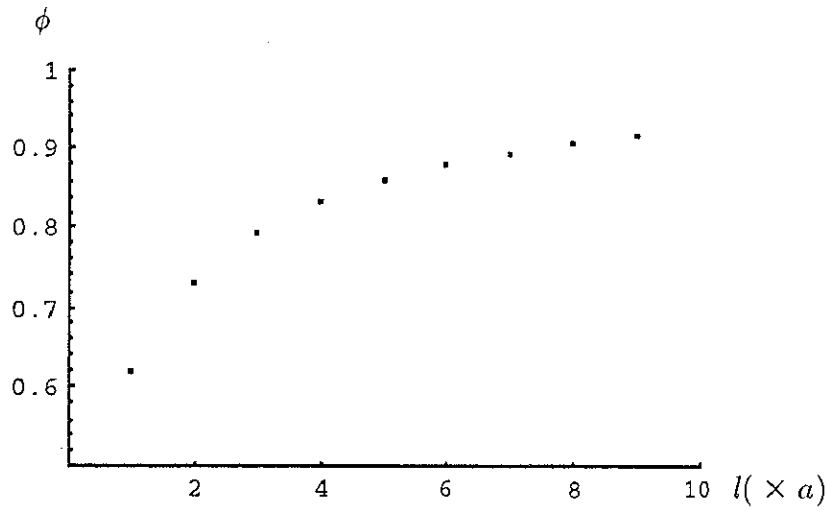


図 3.4: 線分鉄道路線の鉄道利用率

$$\tilde{r}(l, m, a, t) = a + t$$

と表わすことができる。厳密式と異なる重要な点が2つある。第1に、2つの項のうち第1項は徒歩移動時間の総和、第2項は列車利用時間の総和であり両者は完全に分離できる。第2に、 t や中心間距離 $l+m$ によらず常にこのかたちで表わされる。

前節の結果から、 $v=5$ であれば、2つの正方形領域間の鉄道利用率 ϕ は、 $l=a$ (隣接している)のとき約0.61、 $l=2a$ (ちょうど領域1個分を間に挟んでいる場合)のとき0.95であることが明らかになっている。すなわち、複数の駅を持つ領域間の平均移動時間を求める場合に、領域を各駅を中心とした小正方形に分割して考えると、隣接する小正方形ペア間の移動は徒歩のみで移動する量は約4割もあるが、それ以外の場合ではほ

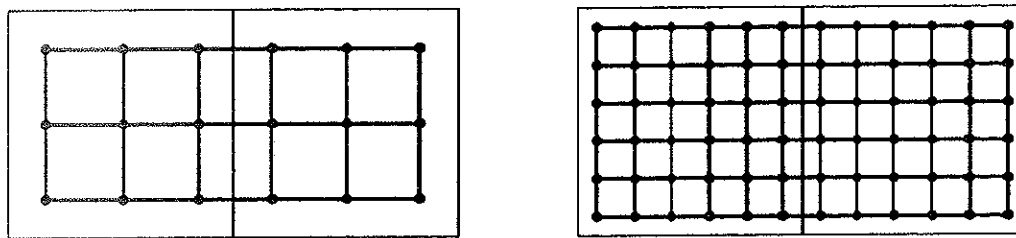


図 3.5: 格子状鉄道網を持つ駅数が9,36 の場合の正方形領域

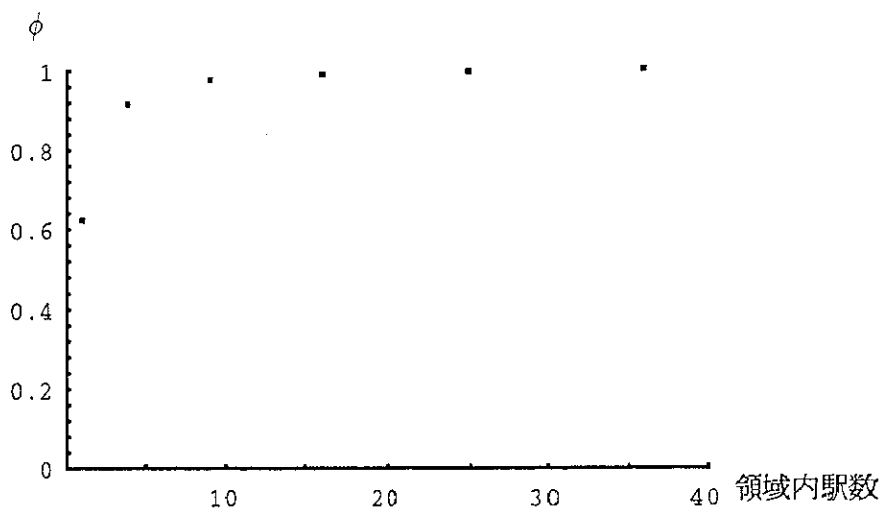


表 3.1: 平均移動時間の厳密値と近似値の比較 (線分鉄道路線の場合)

路線長 ($\times a$)	\bar{r} (時間)	\tilde{r} (時間)	$ \tilde{r} - \bar{r} /\bar{r}$	隣接する領域ペアの比率
1.0	$0.2616a$	$0.3000a$	0.147	1.000
2.0	$0.2900a$	$0.3167a$	0.092	0.666
3.0	$0.3131a$	$0.3333a$	0.065	0.500
4.0	$0.3337a$	$0.3500a$	0.049	0.400
5.0	$0.3530a$	$0.3667a$	0.039	0.333
6.0	$0.3716a$	$0.3833a$	0.032	0.286
7.0	$0.3897a$	$0.4000a$	0.026	0.250
8.0	$0.4075a$	$0.4167a$	0.023	0.222
9.0	$0.4251a$	$0.4333a$	0.019	0.200

表 3.2: 平均移動時間の厳密値と近似値の比較 (格子状鉄道網の場合)

駅数	\bar{r} (時間)	\tilde{r} (時間)	$ \tilde{r} - \bar{r} /\bar{r}$	隣接する小正方形ペアの比率
1	$0.2616a$	$0.3000a$	0.147	1.000
4	$0.1833a$	$0.1875a$	0.023	0.125
9	$0.1472a$	$0.1481a$	0.006	0.037
16	$0.1278a$	$0.1281a$	0.000	0.016
25	$0.1159a$	$0.1160a$	0.000	0.008
36	$0.1078a$	$0.1078a$	0.000	0.005

線長 $7a$ (8 駅) 以上であれば、厳密値と近似値の相対誤差が 3% 以下になることが分かった。一方、格子状鉄道網では、表 3.2 より、領域内の駅数が 4 以上であれば、そのときの隣接する小正方形ペアの比率が 12.5% 以下、相対誤差は 3% 以下になる。

この 2 つの場合の結果から、隣接する領域 (または小正方形) ペアの比率が 20% 以下の場合には、全ての移動が鉄道利用であるとみなして求めた領域間平均移動時間の近似値は厳密な値との相対誤差が 3% 以下に抑えられることが明らかになった。

3.5 まとめ

本章では中心に駅を持つ正方形領域をいくつか組み合わせたときの鉄道を利用する移動が全移動に占める割合 (すなわち鉄道利用率) を求め、つぎに全ての移動が鉄道利用で

あるときの領域間平均移動時間を厳密値と比較した。その結果、徒歩速度、列車速度をそれぞれ4km/h、20km/hとしたとき、中心にただ1つの駅しかない場合は中心間距離が領域の一边の長さの2倍以上であれば、鉄道利用率は0.9以上であることがあきらかになった。また、領域内に複数駅を有する場合は、4駅以上あれば鉄道利用率は同じく0.9を超えた。

つぎに、隣接する小正方形ペアの数に着目して、線分鉄道路線と格子状鉄道網の2つの場合を用いて、領域間の移動が全て鉄道利用である場合の平均移動時間を厳密値と比較した。このとき、全小正方形ペア数に占める隣接ペア数の比率が20%以下であれば、全ての移動が鉄道利用であるとみなしても厳密値との相対誤差は3%以下であることが分かった。この結果、中心に駅を持つ小正方形領域を複数組み合わせた領域内（領域間）の平均移動時間は、隣接する領域ペア数の比率が全体の20%以下であれば、厳密値との相対誤差は3%以下であるから、後ろめたさを感じることなく、近似式を利用することができることが分かった。例えば2章の図2.16の場合、小正方形のペア数は20であり、このうち隣接するペアはただ1つであるから、その比率は5%であり、十分近似式が適用できる。

ここで議論した鉄道利用率、平均移動時間の近似値は、正方形領域、かつ線分状路線のモデルを用いて行ったものであった。さらに、不定形の領域や路線とここで用いたモデルとの差をいくつか議論をすることにより、本章の結果を現実の地域や路線に応用することが可能となるであろう。

第 4 章

鉄道の移動時間短縮効果と鉄道網の大きさの関係

4.1 はじめに

2 章と 3 章では移動の発生する領域を正方形領域内に限定した場合の議論を行った。本章では、2 次元平面で発生するあらゆる移動に与える鉄道の効果を議論することを目的として、鉄道を利用することによって効果を受ける移動量と鉄道網の大きさとの関係について述べる。移動発生を平面全体に広げることにより、鉄道の効果の「全体量」について論じることが可能となり、同時に 2 章と 3 章で必要とされた境界条件に関する議論を行わずにすむので、より簡潔な結果を得ることができる。

ここで展開される議論は、例えば「長さ 10km の鉄道と 20km の鉄道では、後者の方が移動に与える効果が大きいのはあきらかだが、いったいどのくらい大きいのだろうか?」、あるいは「ある鉄道網を、かたちはそのまま 2 倍拡大したならば、移動に与える効果は何倍になるのだろうか?」という問題に置き換えて考えてもよい。

本章では、起点終点間の距離を移動時間で割った値を「移動速度」と定義し、移動速度を用いて鉄道の時間短縮効果を表すものとする。つまり、起点終点間の移動に全く鉄道を利用しなければ、移動速度は徒歩速度に等しく、鉄道を利用することによって移動速度は上昇し、値が大きいほど鉄道の効果を大きく受けた移動であることを示す。さらに、平面上で発生する移動に対する鉄道網全体の時間短縮効果の大きさを、移動速度がある速度以上の移動量によって定義することとする。

4.2 節では本章を通じて約束される移動ルールを定義する。ここでは、議論を単純にするために鉄道路線上のどこでも乗り降りが可能であると仮定する。この仮定は一見現実的でないととらえられるかもしれない。しかし、鉄道を「移動速度を高める、限られ

た経路をもつ交通機関」と捉え、駅に関する条件を緩和して鉄道網の規模と効果を受ける移動量を議論するならば、4.3節以降であきらかになるように、両者にはたいへん簡明な関係があることが示されるのである。続く2つの節では、鉄道の効果を受ける移動量が鉄道網の大きさとの関係について考察するが、はじめに4.3節では、平面上のあらゆる移動が一樣に発生する場合について議論する。ここで、平面上の移動を起点と終点の座標を用いて表わしてきたが、あらたに起点と終点をともによぎる直線と直線上の座標を用いて表わす。この方法を用いることによって、鉄道網のかたちを変化させずに平面上で x 軸、 y 軸方向にそれぞれ L 倍拡大すれば、移動速度 V 以上の移動量は L^4 に比例して増加することをあきらかにする。続いて4.4節では移動発生が一樣でない場合にも議論の拡張が可能であることを示す。ここでは距離により移動量が減衰する場合、都心に近い移動ほど発生量が増加する場合の2つを取り上げる。

4.2 鉄道から受ける効果の大きさ

ここで、本章における議論に必要な移動の仕方に関する仮定と用語をきめておく。徒歩移動距離は x 軸 y 軸に沿った rectilinear 距離を用いる。鉄道は路線上のどこでも乗り降りが可能で列車待ち時間は考慮せず、さらに必ず鉄道までの徒歩距離が最も短くなるように乗降すると仮定する。

図4.1太線のように、 xy 平面上に x 軸に沿って $(-L/2 \leq x \leq L/2)$ の範囲に長さ L の線分鉄道路線を置く。移動の起点を $X_1(x_1, y_1)$ 、終点を $X_2(x_2, y_2)$ と置くと、起点終点間の移動経路は図4.1のように、 X_1 から X_2 まで徒歩のみで移動するときの経路は X_1AX_2 であり、鉄道を用いて移動するならば経路 X_1BCX_2 をたどる。このように、起点あるいは終点が $(-L/2 \leq x \leq L/2)$ の範囲内にあるならば鉄道を利用するとき路線の途中で乗降するが、 $(x < -L/2, L/2 < x)$ ならば端点で乗降する。よって鉄道利用の場合の移動時間を表わすと終点、端点の位置によって4通りの場合分けを必要とする。このとき、徒歩速度 v_1 、列車速度 $v_2 (v_1 < v_2)$ とすると、 X_1X_2 間の徒歩移動時間 $r_W(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 、鉄道利用移動時間 $r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$ はそれぞれ

$$r_W(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{1}{v_1}(|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|),$$

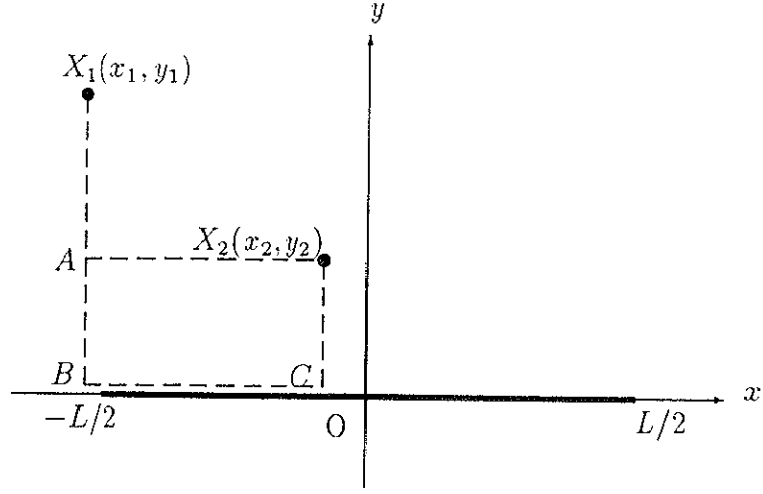


図 4.1: x 軸上の鉄道と移動経路

$$r_R(x_1, y_1, x_2, y_2) = \begin{cases} \frac{1}{v_1}(|y_1| + |y_2| - x_1 - \frac{L}{2}) + \frac{1}{v_2}(x_2 + \frac{L}{2}) & (x_1 < -\frac{L}{2}, -\frac{L}{2} \leq x_2 < \frac{L}{2}) \\ \frac{1}{v_1}(|y_1| + |y_2| - x_1 + x_2 - L) + \frac{1}{v_2}L & (x_1 < -\frac{L}{2}, \frac{L}{2} \leq x_2) \\ \frac{1}{v_1}(|y_1| + |y_2|) + \frac{1}{v_2}(x_2 - x_1) & (-\frac{L}{2} \leq x_1 < x_2 < \frac{L}{2}) \\ \frac{1}{v_1}(|y_1| + |y_2| + x_2 - \frac{L}{2}) + \frac{1}{v_2}(-x_1 + \frac{L}{2}) & (-\frac{L}{2} \leq x_1 < \frac{L}{2}, \frac{L}{2} \leq x_2) \end{cases}$$

と表わすことができる。ここで、 $r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$ を表わす4つの場合分けは図4.2のはじめの4つに対応する。残りの2つ($x_1 < -L/2, x_2 < -L/2$), ($L/2 \leq x_1, L/2 \leq x_2$)のときは、図からあきらかなように、常に徒歩のみのほうが移動時間が短いので $r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$ は記述していない。さらに、移動経路は移動時間の短い方を利用することとし、その時の所要時間を

$$r(x_1, y_1, x_2, y_2) = \min\{r_W(x_1, y_1, x_2, y_2), r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)\}$$

と置く。起点終点間の距離 $h(x_1, y_1, x_2, y_2)$ は rectilinear 距離で定義し、以下のように表わす。

$$h(x_1, y_1, x_2, y_2) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|.$$

このような移動ルールのもとで、鉄道の時間短縮効果を移動速度で表わすこととし、次のように定義する。起点 $X_1(x_1, y_1)$ 、終点 $X_2(x_2, y_2)$ 間の所要時間 $r(x_1, y_1, x_2, y_2)$ 、rectilinear 距離 $h(x_1, y_1, x_2, y_2)$ に対して、移動速度 $v(x_1, y_1, x_2, y_2)$ を

$$v(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{h(x_1, y_1, x_2, y_2)}{r(x_1, y_1, x_2, y_2)}$$

と定義する。移動速度が高いほど鉄道の時間短縮効果を受けていることを示し、上限は列車速度、下限は徒歩速度である。移動の発生する密度を $\mu(x_1, y_1, x_2, y_2)$ とすると、ある鉄道路線をに対する平面上の全移動のうち、 $v_1 \leq V < v_2$ のある速度 V に対して

$$v(x_1, y_1, x_2, y_2) \geq V$$

を満たす、 V 以上の移動速度を持つ移動の全体量は

$$F(V) = \int_{v(x_1, y_1, x_2, y_2) \geq V} \mu(x_1, y_1, x_2, y_2) dx_2 dy_2 dx_1 dy_1$$

と書ける。この $F(V)$ を、鉄道路線によって時間短縮効果を受ける移動量と呼び、鉄道の移動に与える効果を表わす量と定義する。

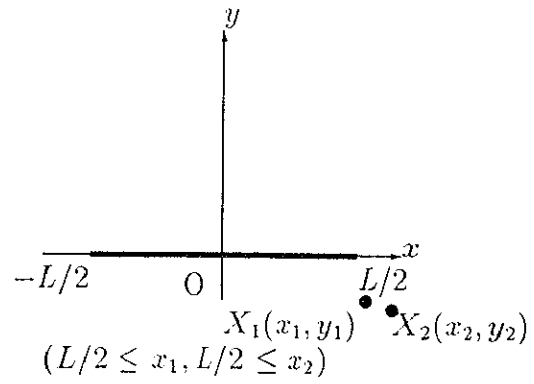
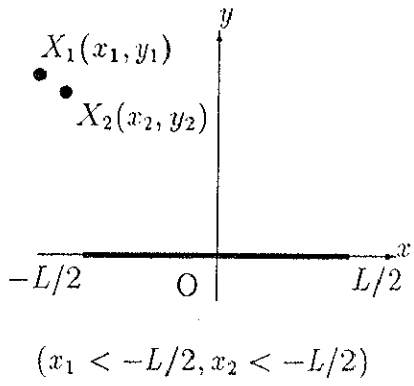
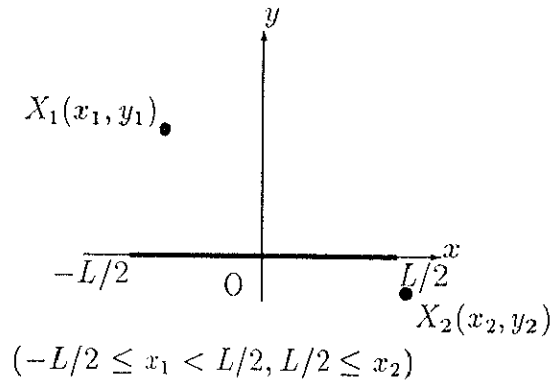
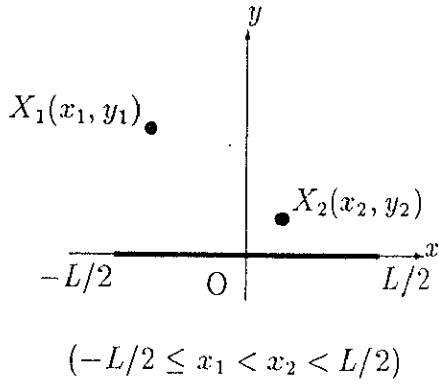
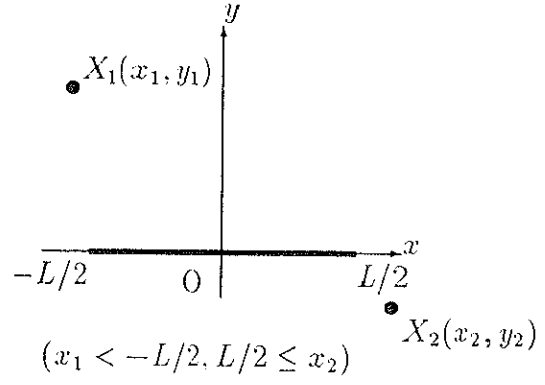
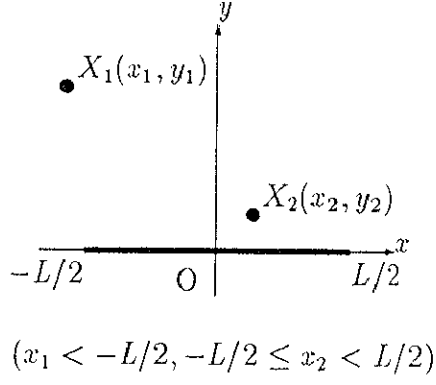


図 4.2: $r_R(x_1, y_1, x_2, y_2)$ を記述する 6 つの場合分け

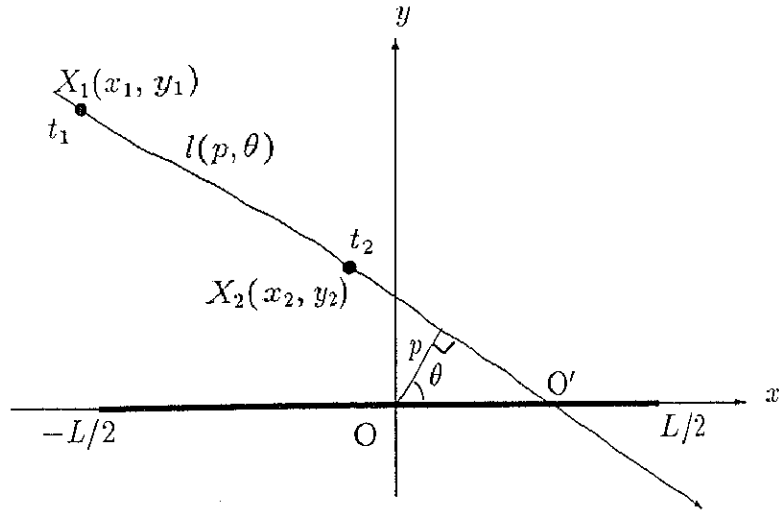


図 4.3: 平面上の鉄道と直線 $l(p, \theta)$

つぎに、今後の議論の準備のために、次のような変数変換を行う。起点 $X_1(x_1, y_1)$ 、終点 $X_2(x_2, y_2)$ をよぎる直線を考え、原点から直線に下ろした垂線と x 軸の成す角を $\theta (0 \leq \theta \leq \pi)$ とし、垂線の長さを p と置き、この直線を $l(p, \theta)$ と呼ぶこととする。ただし、直線と直線におろした垂線が第 3, 第 4 象限で交わる時、 p に負の符号をあたえて負の長さを取るものとする (図 4.4)。この直線上の点の座標を次のように与えて、平面上の起点と終点を表現する。すなわち、図 4.3 のように直線と x 軸との交点を原点 O' と置き、図中の矢印の向き (x 軸正方向) を正として X_1, X_2 の座標を t_1, t_2 と置く。また、直線上において常に $t_1 < t_2$ とする。

以上のように、起点と終点を通る直線の位置と角度を表わす変数 p と θ 、直線上の座標を表わす変数 t_1, t_2 を定義し、 $X_1 X_2$ 間で発生する移動を (x_1, y_1, x_2, y_2) の代わりに改めて (p, θ, t_1, t_2) と置き換える。すると、 X_1, X_2 の座標は、 p, θ, t_1, t_2 を用いてそれぞれ

$$X_1(t_1 \sin \theta + p / \cos \theta, -t_1 \cos \theta),$$

$$X_2(t_2 \sin \theta + p / \cos \theta, -t_2 \cos \theta),$$

と一意に書ける。これを用いて、徒歩のみの移動時間と鉄道利用移動時間を書き直し

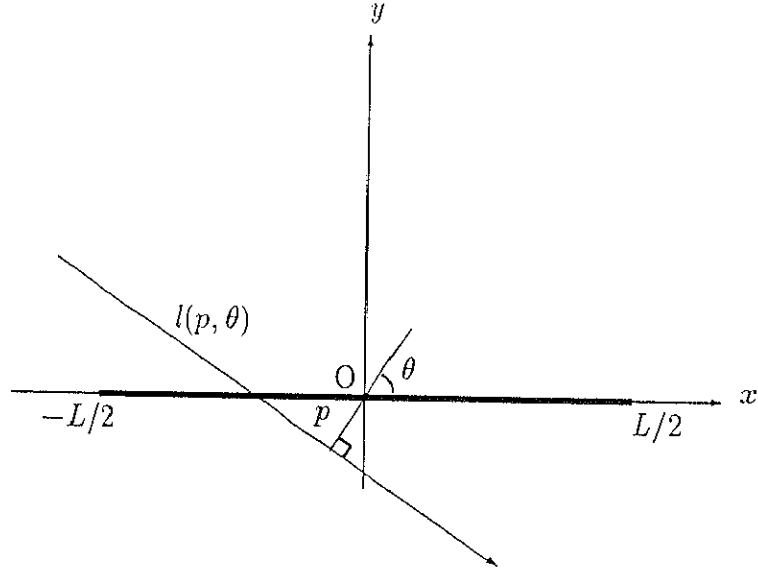


図 4.4: 垂線の長さ p が負になる例

て, それぞれ以下のように $r_W^*(p, \theta, t_1, t_2)$, $r_R^*(p, \theta, t_1, t_2)$ と置く.

$$r_W^*(p, \theta, t_1, t_2) = \frac{1}{v_1}(t_2 - t_1)(\cos \theta + \sin \theta) \quad (4.1)$$

$$r_R^*(p, \theta, t_1, t_2) = \begin{cases} \frac{1}{v_1}((|t_1| + |t_2|) \cos \theta - t_1 \sin \theta - p / \cos \theta - L/2) \\ + \frac{1}{v_2}(t_2 \sin \theta + p / \cos \theta + L/2) \\ (x_1 < -\frac{L}{2}, -\frac{L}{2} \leq x_2 < \frac{L}{2}) \\ \\ \frac{1}{v_1}((|t_1| + |t_2|) \cos \theta - t_1 \sin \theta + t_2 \sin \theta - L) + \frac{1}{v_2}L \\ (x_1 < -\frac{L}{2}, \frac{L}{2} \leq x_2) \\ \\ \frac{1}{v_1}(|t_1| + |t_2|) \cos \theta + \frac{1}{v_2}(t_2 \sin \theta - t_1 \sin \theta) \\ (-\frac{L}{2} \leq x_1 < x_2 < \frac{L}{2}) \\ \\ \frac{1}{v_1}((|t_1| + |t_2|) \cos \theta + t_2 \sin \theta + p / \cos \theta - L/2) \\ + \frac{1}{v_2}(-t_1 \sin \theta - p / \cos \theta + L/2) \\ (-\frac{L}{2} \leq x_1 < \frac{L}{2}, \frac{L}{2} \leq x_2). \end{cases} \quad (4.2)$$

両者のうち時間の短い方を移動時間 $r^*(p, \theta, t_1, t_2)$ とする. また, 起点終点間の移動距離

$h^*(p, \theta, t_1, t_2)$ を

$$h^*(p, \theta, t_1, t_2) = (t_2 - t_1)(\cos \theta + \sin \theta) \quad (4.4)$$

と置き直す. 書き直された移動時間と移動距離を用いて, 起点 X_1 から終点 X_2 までの移動速度を改めて $v^*(p, \theta, t_1, t_2)$, 発生する移動密度を $\mu^*(p, \theta, t_1, t_2)$ と置く. すると, 移動速度 V 以上の移動量 $F(V)$ は文献 [Santaló, 1976] より

$$dx_2 dy_2 dx_1 dy_1 = (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta$$

なので,

$$F(V) = \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} \mu^*(p, \theta, t_1, t_2) (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta$$

と書き直すことができる.

以上の仮定と定義をこの章の議論の枠組みとする.

4.3 鉄道網の大きさと移動短縮効果を受ける移動量

この節では, 平面上で発生するあらゆる移動のうち, 移動速度がある速度 V 以上の移動量 $F(V)$ と鉄道網の大きさの関係について導く. はじめに, 平面上で一様に移動が発生する場合を考え, つぎに起点終点間の直線距離により発生する移動が減衰する場合と, 都心から離れるほど発生する移動が減衰する場合を議論する.

ここで, 図 4.5(a) のように x 軸上に敷設された, 長さ 1 の線分路線を考える. 平面上で一様に移動が発生するとし, この路線に対する移動速度 V 以上の移動量を $F_1(V)$ と置く. 同様に, 図 4.5(b) のような長さ L の線分路線に対する移動速度 V 以上の移動量を $F_L(V)$ とする. このとき, $F_1(V)$ と $F_L(V)$ の比較から路線の長さ L と $F_L(V)$ には次のような関係があることが導かれる.

定理 4.1 平面上の移動が一様に発生するならば, 移動速度 V 以上の移動量は路線長 L の 4 乗に比例して増加する. ただし $v_1 \leq V < v_2$ とする.

[証明] 路線長 1 のときの移動速度 V 以上の移動量 $F_1(V)$ は, 一様に移動が発生すると仮定すると, $\mu(p, \theta, t_1, t_2) = 1$ として,

$$F_1(V) = \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta$$

と書ける。つぎに路線長 L に延長した時の移動量 $F_L(V)$ は改めて変数を p', θ', t'_1, t'_2 とし
て形式的に

$$F_L(V) = \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} (t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta'$$

と置く。ここで、

$$p' = Lp, \theta' = \theta, t'_1 = Lt_1, t'_2 = Lt_2, \quad (4.5)$$

と置いて移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ を比較すると、(4.2) 式、(4.3) 式、(4.4) 式か
ら、

$$r_W^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = Lr_W^*(p, \theta, t_1, t_2),$$

$$r_R^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = Lr_R^*(p, \theta, t_1, t_2),$$

$$h^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = Lh^*(p, \theta, t_1, t_2),$$

となり、 $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ の移動時間と移動距離は (p, θ, t_1, t_2) のそれと比較してちょうど
 L 倍大きいことが分かる。図 4.5 に移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ の例を示す。結局、
(4.5) 式のように対応付けば常に

$$v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = v^*(p, \theta, t_1, t_2)$$

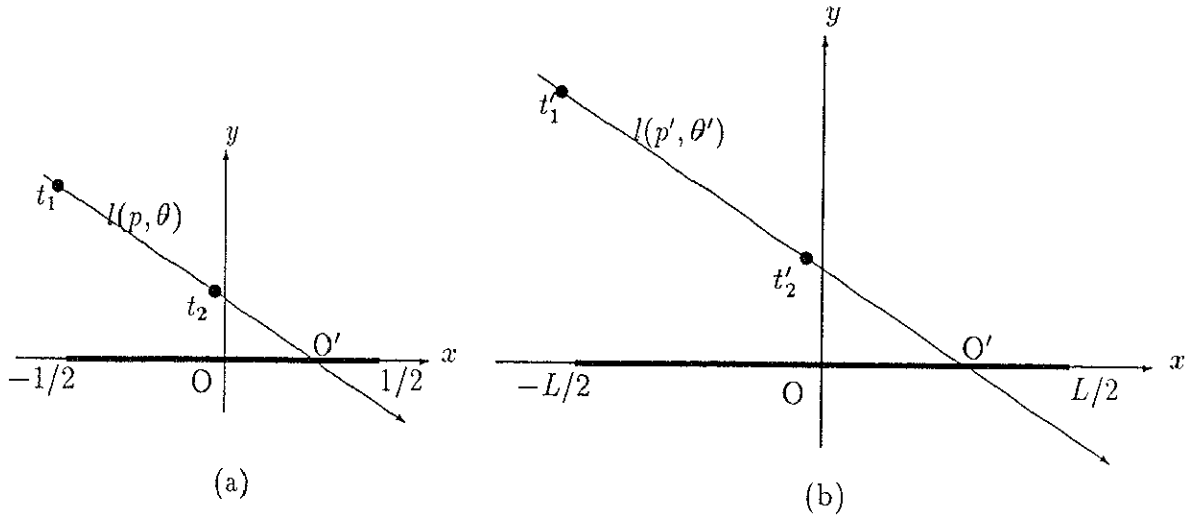


図 4.5: 線分路線に対する移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$

が成り立ち、 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ はおなじ移動速度を持つ。よって、(4.5) の変換による $F_1(V)$ と $F_L(V)$ の積分範囲は不変なので

$$\begin{aligned}
 F_L(V) &= \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} (t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta' \\
 &= \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} L(t_2 - t_1) L dt_2 L dt_1 L dp d\theta \\
 &= L^4 \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta \\
 &= L^4 F_1(V)
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

が得られ、

$$F_L(V) \propto L^4 \tag{4.7}$$

であることが証明された。■

定理から、平面上のどの2地点間の移動も一様に発生するならば、鉄道路線を2倍に延ばすともとの路線長と同程度以上のサービスを受ける移動量は $2^4 = 16$ 倍に増加することが分かる。これをもとの4次元 $x_1 x_2 y_1 y_2$ 空間で考えると、積分領域が全体のかたちを変えずに各軸方向で2倍ずつ広がったから、結果として量が16倍になる、と解釈することもできる。一見路線を2倍に伸ばすと2次元平面上で影響が及ぶ領域は2倍になって効果は4倍になると考えがちであるが、効果を受ける移動量は4倍どころか16倍となることがあきらかとなった。また $V = v_1$ としても (4.7) 式は成り立ちそのときの $F_L(v_1)$ は鉄道利用移動量に当たるから、鉄道を利用する移動量全体は路線長の4乗に比例して増加することが分かる。店舗や遊園地等の点施設、面施設では規模や施設数が倍増してもサービス供給量が16倍になることはない。ところが線の施設の長さがサービス供給量に与える影響は4乗と想像した以上に大きく、この性質は線の施設の「4次元性」を表わしているといえるかもしれない。ところで、定理のような簡潔な結果を得ることができたのは、鉄道路線上での乗り降りがどこでも可能にしたことと、対象領域を限定せず平面全体にしたことの2つの理由による。よって、例えば行政界で囲まれた領域や、あるいは海上のような直接関係のある移動が発生しない領域を考えれば、効果を受ける移動量の増加の仕方は路線長の4乗よりも小さくなるであろう。その意味において、この定理は移動の効果の大きさの上限を表わしていると考えられる。

複数の路線から構成される鉄道網についても、同じような定理が成立する。ここで図

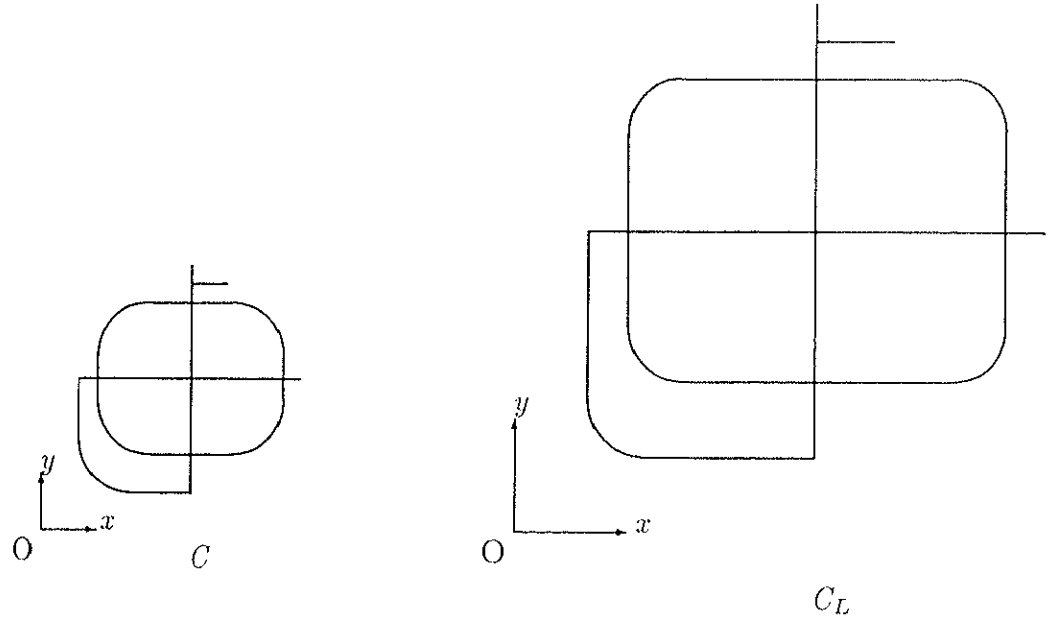


図 4.6: 鉄道網 C と拡大された鉄道網 C_L

4.6のように, ある鉄道網 C を考え, 同じかたちを保ったままで x 軸方向, y 軸方向にそれぞれ L 倍拡大した鉄道網を C_L とする.

定理 4.2 2次元平面上の一様に発生する移動に対して, 鉄道網 C_L に対する速度 V 以上の移動量 $F_L(V)$ は L の4乗に比例して増加する.

[証明] 定理 4.1と同じ手順を用いて証明する. それぞれの鉄道網に対する移動量 $F_1(V)$, $F_L(V)$ を, 定理 4.1の時と同様に

$$F_1(V) = \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta,$$

$$F_L(V) = \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} (t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta',$$

と置く. ここで(4.5)のようにそれぞれの変数を対応付けて, 移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ を比較すると, 図4.7のように (p, θ, t_1, t_2) の起点, 終点, 最寄駅を原点からみて距離を L 倍延長したものが $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ にあたり, 常に起点, 終点, 鉄道網の3者の相対的位置関係は変化しない. よって, 移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ の移動経路も変わらない. このことが全ての移動について成立し, かつ鉄道網のかたちによらないので,

$$v^*(p, \theta, t_1, t_2) = v^*(p', \theta', t'_1, t'_2)$$

が得られることにより

$$F_L(V) = L^4 F_1(V)$$

が導かれる. ■

定理 4.2 は定理 4.1 を鉄道網のかたちについて一般化したもので, 同じかたちで面積が倍の鉄道網 (すなわち, x, y 軸各方向に $\sqrt{2}$ 倍拡大) は, もとの鉄道網よりも利用者が $\sqrt{2}^4 = 4$ 倍増加することが明らかになった. また, 鉄道網がある意味で「規模の効果」を持つことを定理 4.2 から導くことができる. ある鉄道網と十分離れた位置に同じ鉄道網をもう一つ用意するとすれば, 平面全体で移動速度 V 以上の移動はもとの 2 倍に増加する. ところが, もとの鉄道網の代わりに倍の大きさの鉄道網を敷けば, 移動速度 V 以上の移動量は 16 倍になる. 2 つの場合とも路線総延長は等しいから, 後者の場合に規模の効果 (すなわち鉄道網どうしが連結していることによる効果) がはたらいて, 前者よりも速度 V 以上の移動量が多くなったと解釈できる. なお, 証明であきらかなように, この結果は鉄道網のかたちに依存しない.

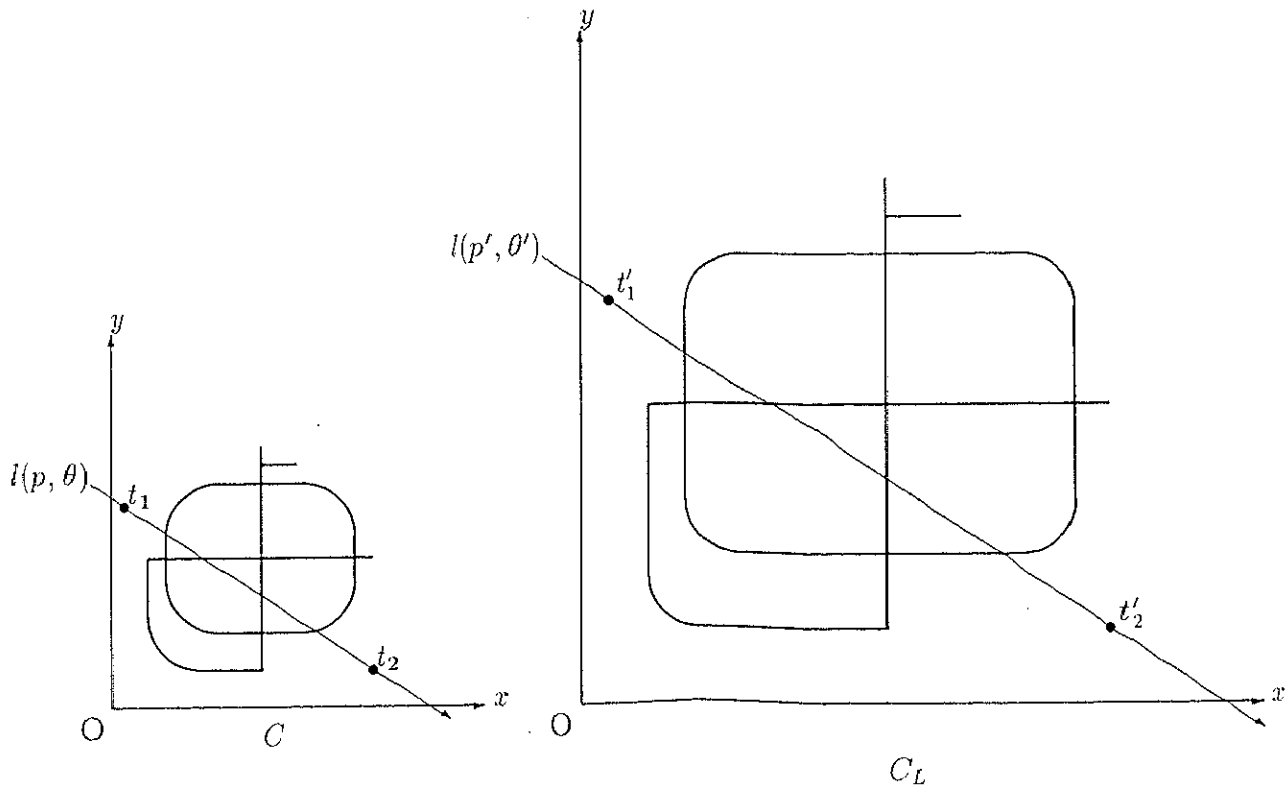


図 4.7: 移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$

つぎに、鉄道を利用する移動の平均移動速度が鉄道網の大きさによって変化しないことを明らかにしよう。2次元平面上の一様に発生する移動に対して、 $R_1(V)$, $R_L(V)$ をそれぞれ鉄道網 C , C_L に対する速度 V 以上の移動の移動時間を積分したものとする。

$$\begin{aligned} R_1(V) &= \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} r^*(p, \theta, t_1, t_2)(t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta, \\ R_L(V) &= \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} r^*(p', \theta', t'_1, t'_2)(t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta'. \end{aligned}$$

すると定理 4.2 の証明の手順と同じく、(4.5) のように置けば $v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = v^*(p, \theta, t_1, t_2)$ であり、起点終点間の距離は (4.4) 式より

$$h^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = L h^*(p, \theta, t_1, t_2).$$

よって、移動時間は

$$r^*(p', \theta', t'_1, t'_2) = L r^*(p, \theta, t_1, t_2).$$

このことから $R_1(V)$ と $R_L(V)$ の関係は次のように導かれる。

$$\begin{aligned} R_L(V) &= \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} r^*(p', \theta', t'_1, t'_2)(t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta' \\ &= \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} L r^*(p, \theta, t_1, t_2) L(t_2 - t_1) L dt_2 L dt_1 L dp d\theta \\ &= L^5 R_1(V). \end{aligned} \tag{4.8}$$

また、2つの鉄道網を利用する移動速度 V 以上の移動の距離総和をそれぞれ $H_1(V)$, $H_L(V)$ と置くと、

$$\begin{aligned} H_1(V) &= \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} h^*(p, \theta, t_1, t_2)(t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta, \\ H_L(V) &= \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} h^*(p', \theta', t'_1, t'_2)(t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta', \end{aligned}$$

なので、同じような議論から

$$H_L(V) = L^5 H_1(V) \tag{4.9}$$

を導くことができる。すると、鉄道網 C を利用する移動の平均移動速度を \bar{v} , 鉄道網 C_L を利用する移動の平均移動速度を \bar{v}_L とすると、式 (4.8) と (4.9) から、

$$\bar{v} = \frac{H_1(v_1)}{R_1(v_1)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{L^5 H_1(v_1)}{L^5 R_1(v_1)} \\
&= \frac{H_L(v_1)}{R_L(v_1)} \\
&= \overline{v_L}
\end{aligned}$$

という関係を得る。このことから、2次元平面上で一様に発生する移動に対して、鉄道網のかたちを変化させずに大きさのみを変化させた場合、鉄道網 C_L を利用する移動の平均移動速度 $\overline{v_L}$ は大きさによらず一定である、という性質があることが明らかになった。

4.4 移動発生が一様でない場合

定理 4.1 は、移動が距離にかかわらず、平面上で一様に発生する場合を想定して導いたものであった。ところで、現実の都市内の活動においては、発生する移動は一様ではない場合が一般的である。例えば、近くのコンビニエンス・ストアには頻繁に買物に行くが、それより遠い同種の店に行く回数はそれよりも少ない、というように距離により移動量は減少するだろう。あるいは通勤通学行動においても、都心に大量の移動の起点と終点の集中する状況が生じていることも知られている。

この節では、移動 (p, θ, t_1, t_2) 間の移動密度 $\mu(p, \theta, t_1, t_2)$ が一様でない場合における、鉄道の効果を受ける移動量と鉄道網の大きさとの関係について明らかにする。それによって、通勤通学行動のような、都心に集中し、かつ起点終点間の距離が大きいほど減衰するような移動発生に対して鉄道網の大きさが与える影響について考察する。はじめに起点終点間の直線距離によって移動量が減衰する場合を示し、つぎに都心に近いほど起点終点の発生量が増加する場合について考察した。

移動 (p, θ, t_1, t_2) の起点終点間の直線距離は $(t_2 - t_1)$ で表わされる。発生する移動量が直線距離に反比例するとしよう。すなわち、ある正の係数 α に対して、この場合の発生移動密度 $\mu^*(p, \theta, t_1, t_2)$ を

$$\mu^*(p, \theta, t_1, t_2) = \frac{\alpha}{(t_2 - t_1)}$$

とする。このとき鉄道網の大きさと移動量には次のような性質がある。

性質 4.1 2 地点間の移動量が直線距離に反比例して減衰するならば, 移動速度 V 以上の移動量は路線長 L の 3 乗に比例する. ただし $v_1 \leq V < v_2$ とする.

[証明] このとき, 鉄道網 C に対する移動速度 V 以上の移動量 $F_1(V)$, 鉄道網 C_L に対する移動速度 V 以上の移動量 $F_L(V)$ はそれぞれ

$$F_1(V) = \int_{v^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} \frac{\alpha}{(t_2 - t_1)} (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta$$

$$F_L(V) = \int_{v^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} \frac{\alpha}{(t'_2 - t'_1)} (t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta'$$

と書ける. 移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ を

$$p' = Lp, \theta' = \theta, t'_1 = Lt_1, t'_2 = Lt_2,$$

と対応付ければ,

$$t'_2 - t'_1 = L(t_2 - t_1)$$

より,

$$F_L(V) \propto L^3$$

を得る. ■

距離によって発生する移動量が減衰する場合, 一樣に移動が発生する場合よりも増加率が低くなることが分かった. これは, 鉄道網が大きくなるにしたがって, 速度 V 以上の移動に着目したとき距離が遠い起点終点のペアがそれだけ増加することによる. これは, 鉄道網が大きくなるにしたがって, 鉄道を利用して移動速度が V 以上になる移動のうち起点終点間の直線距離が遠いペアが増加し, よって移動発生が一樣な場合と比較して L 倍だけ増加率が小さい L^3 に比例して $F_L(V)$ が増加することを示している.

次に, 都心から起点終点が離れるに従って発生する移動が減衰する場合について考える. 原点 O を都心として, 図 4.8 のように移動 (p, θ, t_1, t_2) の起点と都心との距離を d_1 , 終点と都心との距離を d_2 とすると, それらは

$$d_1 = \sqrt{t_1^2 + 2pt_1 \tan \theta + \frac{p^2}{\cos^2 \theta}} \quad (4.10)$$

$$d_2 = \sqrt{t_2^2 + 2pt_2 \tan \theta + \frac{p^2}{\cos^2 \theta}} \quad (4.11)$$

と表わされる. 発生する移動が起点と終点の都心からのそれぞれの距離の積に反比例す

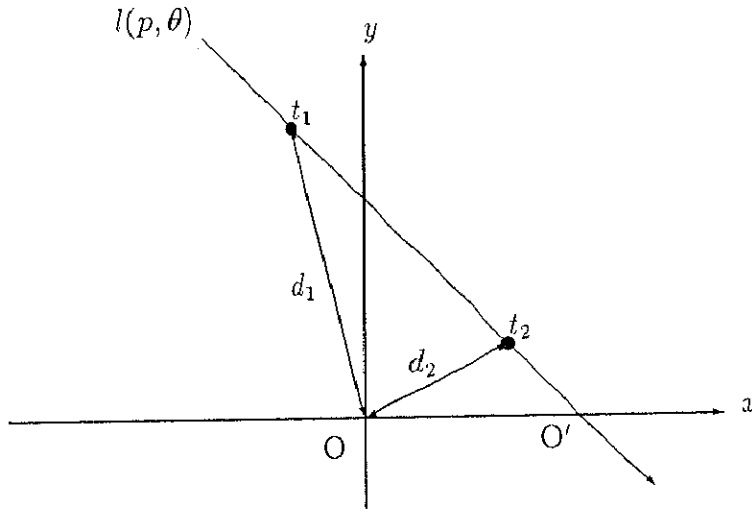


図 4.8: 都心 O と起点、終点間の距離 d_1, d_2

るとき、発生移動密度 $\mu^*(p, \theta, t_1, t_2)$ をある定数 β に対して

$$\mu^*(p, \theta, t_1, t_2) = \frac{\beta}{d_1 d_2}$$

としよう。このとき次の性質が成り立つ。

性質 4.2 2 地点間の移動量が平面上のある点からの直線距離に反比例して減衰するならば、移動速度 V 以上の移動量は路線長 L の 2 乗に比例して増加する。ただし $v_1 \leq V < v_2$ とする。

[証明] 鉄道網 C , C_L に対する移動速度 V 以上のそれぞれの移動量 $F_1(V)$, $F_L(V)$ は、移動 $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ の起点と都心の直線距離を d'_1 、終点と都心の直線距離を d'_2 と置くと、

$$\begin{aligned} F_1(V) &= \int_{\mu^*(p, \theta, t_1, t_2) \geq V} \frac{\beta}{d_1 d_2} (t_2 - t_1) dt_2 dt_1 dp d\theta \\ F_L(V) &= \int_{\mu^*(p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} \frac{\beta}{d'_1 d'_2} (t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta' \end{aligned}$$

と書ける。移動 (p, θ, t_1, t_2) と $(p', \theta', t'_1, t'_2)$ を

$$p' = Lp, \theta' = \theta, t'_1 = Lt_1, t'_2 = Lt_2,$$

と対応付ければ、(4.10), (4.11) から、

$$d'_1 d'_2 = L^2 d_1 d_2$$

であるから、

$$F_L(V) \propto L^2$$

を得る。■

現実の通勤通学行動に関する移動が、起点と終点の都心からの距離の積に反比例して減衰し、起点終点間の距離に反比例して減衰すると仮定しよう。このことは性質 4.1 と性質 4.2 を組み合わせることによって表現することが可能になり、その時の移動速度 V 以上の移動量 $F_L(V)$ は

$$F_L(V) = \int_{v^*(p', \theta', t_1', t_2') \geq V} \frac{\alpha}{(t_2' - t_1')} \frac{\beta}{d_1' d_2'} dt_2' dt_1' dp' d\theta'$$

と表わすことができる。これを同じように展開して行けば、

$$F_L(V) = LF_1(V)$$

という関係式が導かれる。このような場合には、鉄道網規模を周囲に拡大することにより、鉄道網の大きさに比例して鉄道の利用者は増加する。

実際には、新しい鉄道が敷設されれば、路線付近で発生する移動の頻度も上昇し、鉄道網全体の利用者も、ここで求めた以上に増加する場合が多い。発生移動密度に鉄道網と起点または終点との距離もパラメータとして加えることにより、より一層現実に近いモデルを構成することができるであろう。

4.5 まとめ

本章では、平面上で発生する移動を、起点終点をともによぎる直線とその直線上の座標を 4 つの変数 p, θ, t_1, t_2 で表わし、これを用いて移動速度がある速度 V 以上の移動量 $F(V)$ を記述した。この $F(V)$ と鉄道網の規模との関係について議論し、平面上で一様に移動が発生するならば、 $F(V)$ は規模の 4 乗に比例して増加するという結果を得た。さらに、一様に発生する移動だけでなく、起点終点間の距離により発生する移動が減衰する場合、都心から距離が離れるほど発生する移動が減衰する場合は、それぞれ規模の 3 乗、2 乗に比例して増加することが明らかとなった。

ここでの議論では、平面全体で発生する移動を対象とし、路線上のどこでも乗降を可能であると仮定した。それによって、2 章と 3 章で必要とした境界条件に関する議論を

することなく、

$$F_L(V) = \int_{v \cdot (p', \theta', t'_1, t'_2) \geq V} (t'_2 - t'_1) dt'_2 dt'_1 dp' d\theta'$$

と鉄道網の規模との関係を論じることが可能となったために、鉄道の効果の全体量に関する簡潔な結果を得ることができたのである。また、4次元空間が都市内の移動を比較的簡潔に表現するのに有効であり、その一例として、 p, θ, t_1, t_2 という4つの変数を用いることによって、一様に発生する移動だけでなく、起点終点間の距離によって発生する移動が減衰する場合なども容易に表現することが可能であることが分かった。

移動を表わす4次元空間は、視覚的に把握することが難しいので一見取り扱いが容易ではないと考えられるかもしれないが、この4次元空間が交通機関と移動との関係を数理的に簡潔に表現できる点は、本章の議論の枠組みは交通機関や都市施設の議論に関する新しい道を拓く可能性を持っていると考えている。

第 5 章

鉄道が敷設された平面における線分上で発生する移動の平均移動速度

5.1 はじめに

本章では、鉄道が敷設された平面上で発生する移動のうち、どの向きの移動がどのくらいの鉄道の効果を受けているのか、ということに焦点をあて、直線 $l(p, \theta)$ に沿った移動方向ごとに移動に与える鉄道の効果の大きさを調べる方法について述べる。詳しくは 5.2 節で述べるが、ある移動の起点終点間の距離を移動時間で割った値を移動速度と定義し、直線方向ごとに平均移動速度を算出する。このとき、平均移動速度が高い直線ほど鉄道の効果を大きく受けていると定義する。4 章で議論する際に用いた 4 つの変数 p, θ, t_1, t_2 の中から 2 つの変数 p, θ に着目するが、2 つに絞ることによって情報量が減少する印象を与えるかもしれない。しかし、このことによって鉄道の効果を実際に「見る」ことが可能になる。5 章を通じて、鉄道は路線上のどこでも乗降が可能であると仮定するが、このモデルが実際の鉄道路線と比較して十分妥当であることは 6 章の数値計算によってあきらかになる。

図 5.1 を用いて、本章で行なう考察を、より具体的に説明しよう。図 5.1 において、 x 軸上 $-L/2 \leq x \leq L/2$ の範囲に長さ L の鉄道路線を敷設したとする。この時、 $l(p_1, \theta_1)$ のように、路線に近く、かつ路線と並行に近い角度を持つ直線上で発生する移動は、鉄道によって大きな時間短縮効果を受けることができるであろう。一方、 $l(p_2, \theta_2)$ のように路線と並行に近い角度を持つが、路線から離れた位置にある直線や、 $l(p_3, \theta_3)$ のように路線とほとんど直交するような直線は、それらの上で発生する移動は鉄道路線の時間短縮効果をほとんど受けないことが予想される。本章で行なう考察は、平面上で発生す

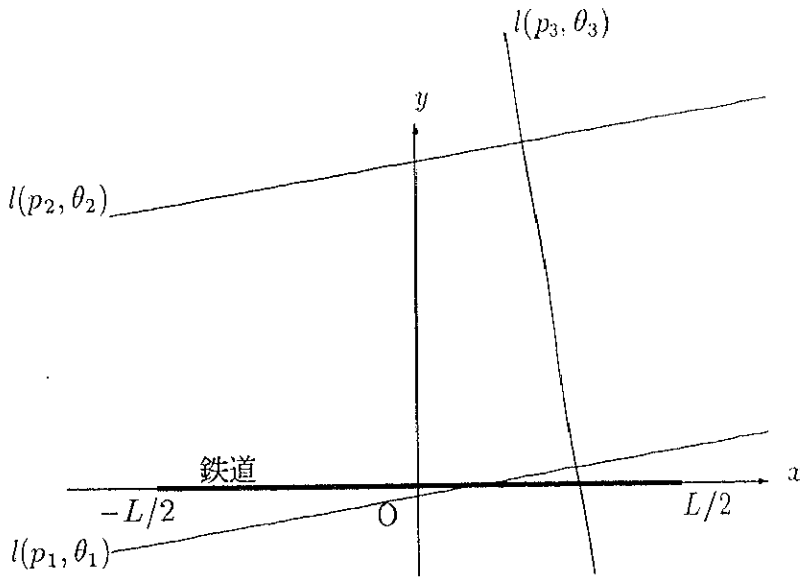


図5.1: 長さ L の線分鉄道路線と3つの直線方向

る移動を直線方向ごとに分解し、それらの上で発生する移動が受ける時間短縮効果の全体を平均移動速度で表し、その効果が路線からの距離 (p) と、路線と成す角度 (θ) によってどのように変化するのかを分析することにほかならない。

本章の議論において、鉄道が移動に与える効果の大きさを直線方向ごとに求めるにあたり、平面上のあらゆる移動のうち、鉄道の効果を受けにくい地域をあらかじめ排除して、鉄道の近くで発生する移動を対象としたい。これは、この章の結果を6章における鉄道網の評価を行う準備と位置づけるためと、計算をできるだけ容易に進めるという2つの理由による。このため、図5.2のように長さ L の線分鉄道路線に対し、 $-L/2 \leq x \leq L/2$ の範囲内で発生する移動のみを取り上げることとする。詳しくは続く5.2節で述べるが、このときの徒歩速度を v_1 、列車速度を v_2 ($v_1 < v_2$) とし、直線 $l(p, \theta)$ 上で発生する移動のうち、この範囲で切りとられる部分を線分 $s(p, \theta)$ とし、この線分上で発生するあらゆる移動の平均移動速度 $\bar{v}(p, \theta)$ を求めて鉄道の効果の大きさを表わすものとする。このとき、鉄道敷設以前は全ての $\bar{v}(p, \theta)$ が徒歩速度 v_1 に等しい。敷設後の $\bar{v}(p, \theta)$ が高くなれば、線分 $s(p, \theta)$ 上で発生する移動は全体として効果を大きく受けたことを示し、逆に徒歩速度とほとんど変わらなければ、鉄道の効果を受けにくいことを

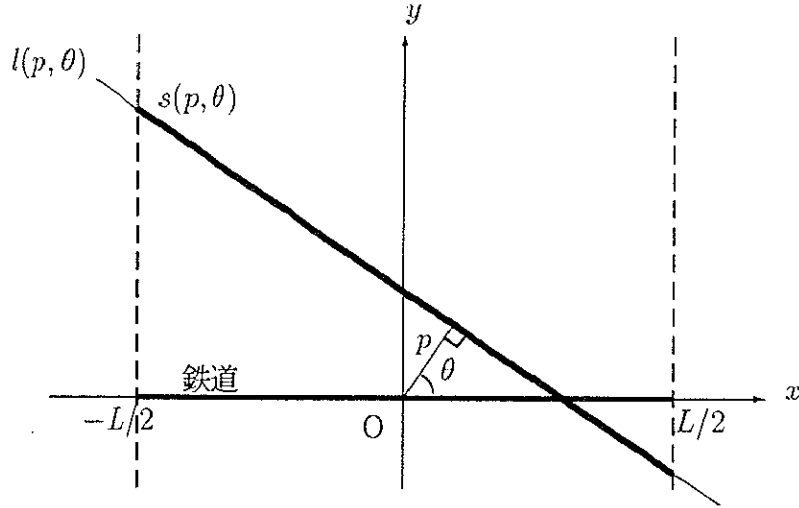


図 5.2: 対象とする移動の発生範囲

表わす. このように, 直線方向ごとに平均移動速度を求め, 変数 p と θ をそれぞれ軸にとった $p\theta$ 平面上に図示することによって, 鉄道の線分 $s(p, \theta)$ に沿った移動ごとに受ける効果の地理的分布を見ることができる.

5.2 節では $\bar{v}(p, \theta)$ の導出について述べ, 5.3 節では $\bar{v}(p, \theta)$ をもとに, ある平均移動速度 V を達成する点 (p, θ) の集合, すなわち $p\theta$ 平面上の等速度線 $p = z_V(\theta)$ を作図する. もちろん 5.2 節の結果から, あらゆる $\bar{v}(p, \theta)$ が得られるのでそれらのデータからグラフィックソフト等を利用して等速度線図を描くことは可能であるが, 等速度線関数を求めることにより, 鉄道路線が移動に与える効果の性質を直接議論できるようになる. なお, これ以降「線分 $s(p, \theta)$ 上で発生する移動」を略して「 (p, θ) 方向の移動」と呼ぶことにする.

5.2 線分 $s(p, \theta)$ 上の平均移動速度 $\bar{v}(p, \theta)$ の導出

さて, x 軸上に路線上のどこでも乗降が可能な長さ L の線分路線があるとき, どの (p, θ) 方向の移動に与える効果が大きいのかを調べよう. 直線上の移動のうち, 鉄道に近い部分で発生する移動のみを考察の対象とする. 例えば, 図 5.3 の $l(p_1, \theta_1)$ 上の移動に限

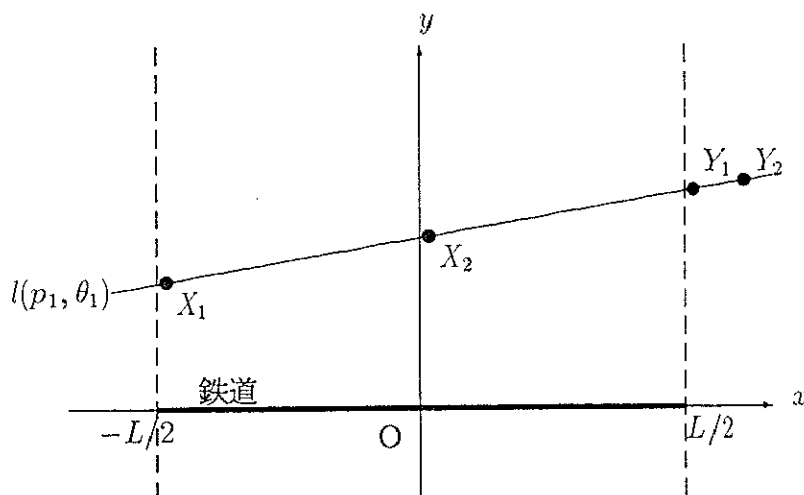


図 5.3: 時間短縮効果を受ける移動 X_1X_2 と受けない移動 Y_1Y_2

定して考えれば、鉄道に近い部分の移動 X_1X_2 は、鉄道が利用しやすく移動速度も高いが、鉄道から離れた移動 Y_1Y_2 の移動速度はまったく上昇せず、鉄道敷設の影響を受けることのない移動である。このような鉄道の影響をほとんど受けない移動を除外したうえで、どの (p, θ) 方向の移動速度が平均的に上昇しているのかを調べたい。図の鉄道に対して $(-L/2 \leq x \leq L/2, -\infty < y < \infty)$ の範囲内で発生する移動に与える影響を調べる。直線 $l(p, \theta)$ のうち、この範囲によって切りとられる線分を「鉄道に近い部分」として $s(p, \theta)$ と置き、長さ $l/\sin \theta$ の線分 $s(p, \theta)$ 上で発生する移動の平均移動速度を求める (図 5.4)。

4 章で定義したのと同様に、 $l(p, \theta)$ と x 軸の交点を O' として、 x 軸正方向を直線の正の向きとして、直線上における点の座標を定義する。すると、直線 $l(p, \theta)$ 上の座標 t の点の (x, y) 座標は L, p, θ を用いて、

$$\left(t \sin \theta + \frac{p}{\cos \theta}, -t \cos \theta \right)$$

と表わせるので、線分 $s(p, \theta)$ の端点を図 5.4 のように A, B とすると、それらの (x, y) 座

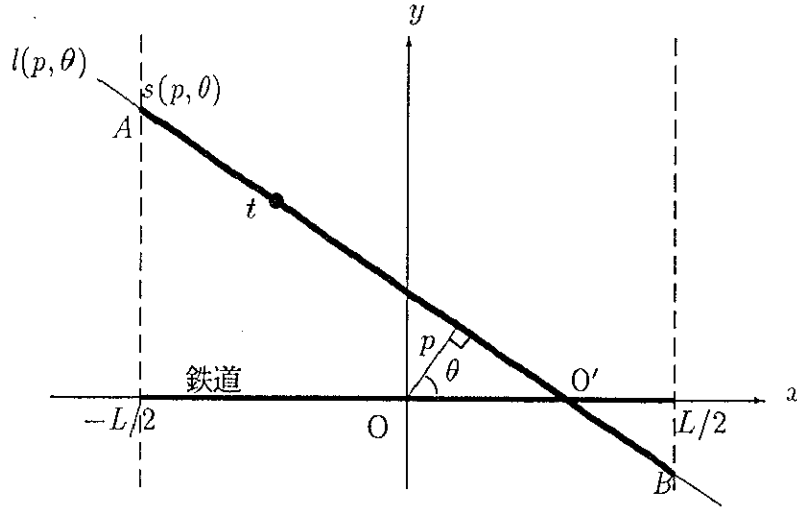


図 5.4: 線分 $s(p, \theta)$ の例

標は

$$A \left(-\frac{L}{2}, \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \left(\frac{L}{2} + \frac{p}{\cos \theta} \right) \right),$$

$$B \left(\frac{L}{2}, \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \left(-\frac{L}{2} + \frac{p}{\cos \theta} \right) \right)$$

と書けることから、これらの直線上の座標 t_A, t_B は L, p, θ を用いて

$$t_A = -\frac{1}{\sin \theta} \left(\frac{L}{2} + \frac{p}{\cos \theta} \right),$$

$$t_B = -\frac{1}{\sin \theta} \left(-\frac{L}{2} + \frac{p}{\cos \theta} \right)$$

と表わされる。さて、徒歩は rectilinear 距離で定義し、路線上のどこでも乗降できる、と仮定する。また、起点と終点の直線上の座標をそれぞれ t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) とする。このとき、線分 $s(p, \theta)$ 上の t_1, t_2 間の徒歩移動時間 $r_W(p, \theta, t_1, t_2)$ 、鉄道利用移動時間 $r_R(p, \theta, t_1, t_2)$ はそれぞれ、

$$r_W(p, \theta, t_1, t_2) = \frac{(t_2 - t_1)(\cos \theta + \sin \theta)}{v_1},$$

$$r_R(p, \theta, t_1, t_2) = \frac{(|t_2| + |t_1|) \cos \theta}{v_1} + \frac{(t_2 - t_1) \sin \theta}{v_2}$$

と表わすことができる。移動手段は所要時間が短い方を利用することとし、移動時間 $r(p, \theta, t_1, t_2)$ を

$$r(p, \theta, t_1, t_2) = \min\{r_W(p, \theta, t_1, t_2), r_R(p, \theta, t_1, t_2)\}$$

と置く。このとき、 $s(p, \theta)$ 上の移動が一様に発生するとしてこの線分上の平均移動速度 $\bar{v}(p, \theta)$ を線分上の全ての2地点間の rectilinear 距離総和 $D(p, \theta)$ を移動時間総和 $R(p, \theta)$ で割ったもの

$$\bar{v}(p, \theta) = \frac{D(p, \theta)}{R(p, \theta)} \quad (5.1)$$

と置く。ただし $s(p, \theta)$ 上の2点 t_1, t_2 間の rectilinear 距離は $(t_2 - t_1)(\cos \theta + \sin \theta)$ であることに注意して、

$$\begin{aligned} D(p, \theta) &= \int_{t_A}^{t_B} \int_{t_1}^{t_B} (t_2 - t_1)(\cos \theta + \sin \theta) dt_2 dt_1, \\ R(p, \theta) &= \int_{t_A}^{t_B} \int_{t_1}^{t_B} r(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 dt_1 \end{aligned}$$

と定義する。距離総和 $D(p, \theta)$ は簡単な計算から

$$D(p, \theta) = \frac{(\cos \theta + \sin \theta)}{6} \left(\frac{L}{\sin \theta} \right)^3 \quad (5.2)$$

と求められ、線分 $s(p, \theta)$ の長さ $L/\sin \theta$ の3乗に比例する。つぎに分母の $R(p, \theta)$ を計算する。最初に全ての移動ペア間で利用される交通機関を明らかにする必要がある。ここで、あらゆる終点のうちの徒歩のみの方が先に到着できる範囲(徒歩範囲)とそうでない範囲(鉄道利用範囲)の境界点の位置 $\tau(t_1)$ は

$$\tau(t_1) = \begin{cases} \frac{k_2}{k_1} t_1 & (t_1 < 0) \\ \frac{k_1}{k_2} t_1 & (0 < t_1) \end{cases}$$

と求められた(図 5.5)。ただし表記の簡略化のため、

$$\begin{aligned} k_1 &= v_2(2 \cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta, \\ k_2 &= v_2 \sin \theta - v_1 \sin \theta \end{aligned}$$

と置く。なお、起点が O' 上にあるとき $t_1 = 0$ であり、このとき線分上全ての終点が鉄道利用範囲となる。起点 t_1 は $0 < t_1$ のとき、座標の値を大きくすると、境界点 $\tau(t_1)$ の

座標も右に移動して、 $s(p, \theta)$ の外部に位置する場合がある。境界点 $\tau(t_1)$ が $s(p, \theta)$ 上に存在しないならば、起点 t_1 から終点 t_2 ($t_1 < t_2 \leq t_B$) までは全て徒歩による移動となる。そのような徒歩利用のみの終点しか持たない t_1 の範囲は

$$\begin{cases} \frac{k_2}{k_1} t_B \leq t_1 \leq t_B & (0 \leq p \leq \frac{L}{2} \cos \theta) \\ \frac{k_1}{k_2} t_B \leq t_1 \leq t_B & (\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)) \end{cases}$$

であることが分かった。この2つの場合分けは図 5.6 に表わすように直線上の原点 O' が $s(p, \theta)$ 上にある場合 ($0 \leq p \leq \frac{L}{2} \cos \theta$) とない場合 ($\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)$) に対応する。さらに ($\frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta) \leq p$) のときは、線分が十分鉄道路線から離れているため、その時の線分上の移動が全て徒歩のみの場合であり、平均移動速度は v_1 のまま鉄道敷設後も変化しない。以上の考察から、全ての $s(p, \theta)$ 上の移動の利用交通機関を知ることができた。よって、線分上の総移動時間 $R(p, \theta)$ は

$$R(p, \theta) = \begin{cases} \int_{t_A}^0 \left[\int_{t_1}^{\tau(t_1)} r_W(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 + \int_{\tau(t_1)}^{t_B} r_R(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 \right] dt_1 \\ + \int_0^{\frac{k_2}{k_1} t_B} \left[\int_{t_1}^{\tau(t_1)} r_W(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 + \int_{\tau(t_1)}^{t_B} r_R(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 \right] dt_1 \\ + \int_{\frac{k_2}{k_1} t_B}^{t_B} \int_{t_1}^{t_B} r_W(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 dt_1 \\ (0 \leq p \leq \frac{L}{2} \cos \theta) \\ \int_{t_A}^{\frac{k_1}{k_2} t_B} \left[\int_{t_1}^{\tau(t_1)} r_W(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 + \int_{\tau(t_1)}^{t_B} r_R(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 \right] dt_1 \\ + \int_{\frac{k_1}{k_2} t_B}^{t_B} \int_{t_1}^{t_B} r_W(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 dt_1 \\ (\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)) \\ \int_{t_A}^{t_B} \int_{t_1}^{t_B} r_W(p, \theta, t_1, t_2) dt_2 dt_1 \\ (\frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta) < p) \end{cases}$$

と分解できるので、煩雑な途中は省略して結果のみ示すと、

$$R(p, \theta) = \begin{cases} \frac{\alpha_1 t_A^3 + \alpha_2 t_A^2 t_B + \alpha_3 t_A t_B^2 + \alpha_4 t_B^3}{\alpha_5} \\ (0 \leq p \leq \frac{L}{2} \cos \theta) \\ \frac{\alpha_6 t_A^3 + \alpha_7 t_A^2 t_B + \alpha_8 t_A t_B^2 + \alpha_9 t_B^3}{\alpha_{10}} \\ (\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)) \\ \frac{(\cos \theta + \sin \theta)}{6v_1} \left(\frac{L}{\sin \theta}\right)^3 \\ (\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2}(v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)), \end{cases} \quad (5.3)$$

ただし

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= k_1^2(-v_1 + v_2) + k_1 k_2(v_1 + v_2) + k_2^2(2v_1 - 2v_2), \\ \alpha_2 &= k_1^2(3v_1 - 3v_2) + k_1 k_2(-9v_1 + 3v_2), \\ \alpha_3 &= k_1^2(-3v_1 + 3v_2) + k_1 k_2(9v_1 - 3v_2), \\ \alpha_4 &= k_1^2(v_1 - v_2) + k_1 k_2(-v_1 - v_2) + k_2^2(-2v_1 + 2v_2), \\ \alpha_5 &= 12k_1 v_1 v_2(v_1 - v_2), \\ \alpha_6 &= k_1^2 k_2(-v_1 + v_2) + k_1 k_2^2(v_1 + v_2) + k_2^2(2v_1 - 2v_2), \\ \alpha_7 &= k_1^2 k_2(3v_1 - 3v_2) + k_1 k_2^2(-9v_1 + 3v_2), \\ \alpha_8 &= k_1^2 k_2(3v_1 - 3v_2) + k_1 k_2^2(3v_1 + 3v_2), \\ \alpha_9 &= k_1^3(-2v_1 + 2v_2) + k_1^2 k_2(v_1 - v_2) + k_1 k_2^2(-v_1 - v_2), \\ \alpha_{10} &= 12k_1 k_2 v_1 v_2(v_1 - v_2) \end{aligned}$$

と表わされる。

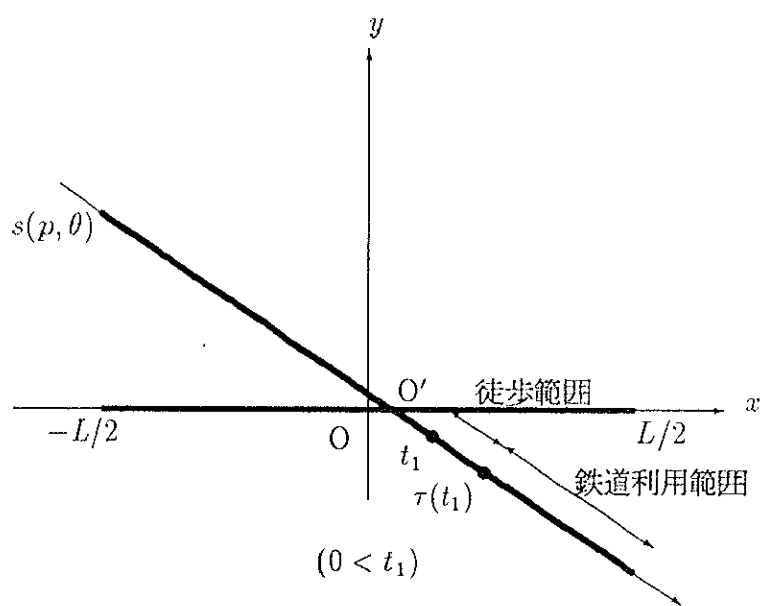
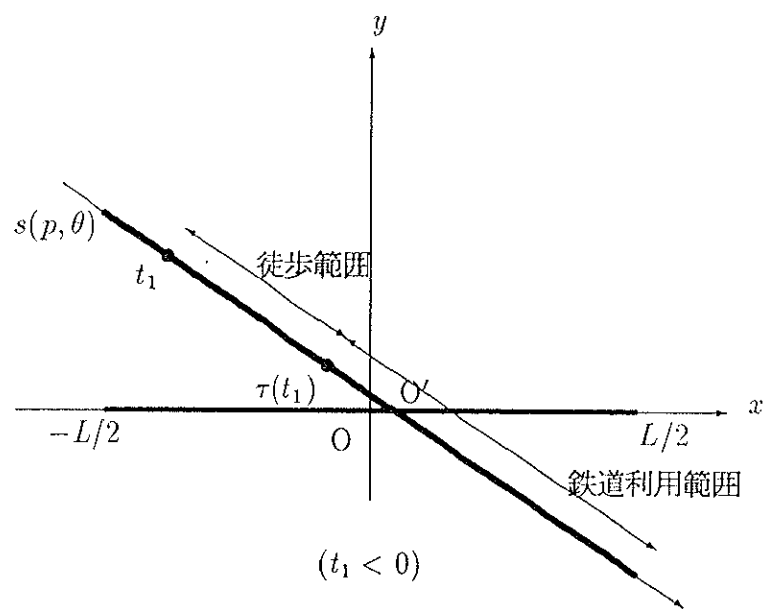


図 5.5: 徒歩利用範囲と鉄道利用範囲の境界点 $\tau(t_1)$

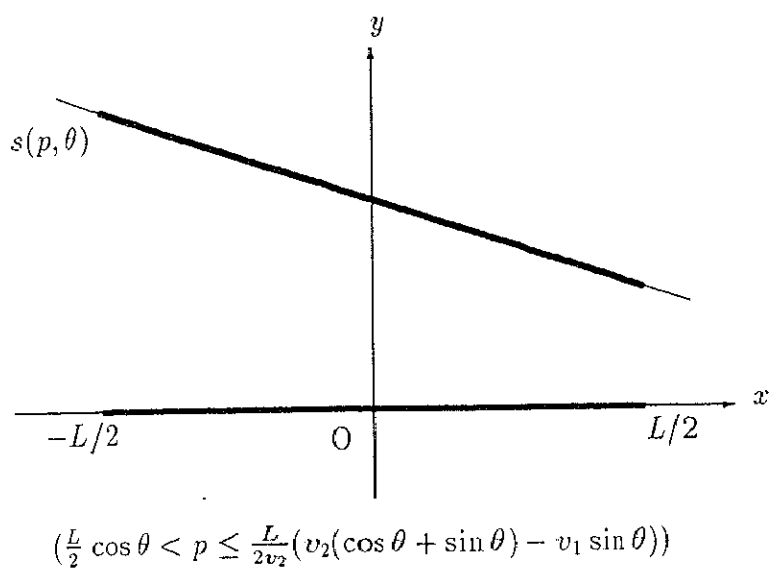
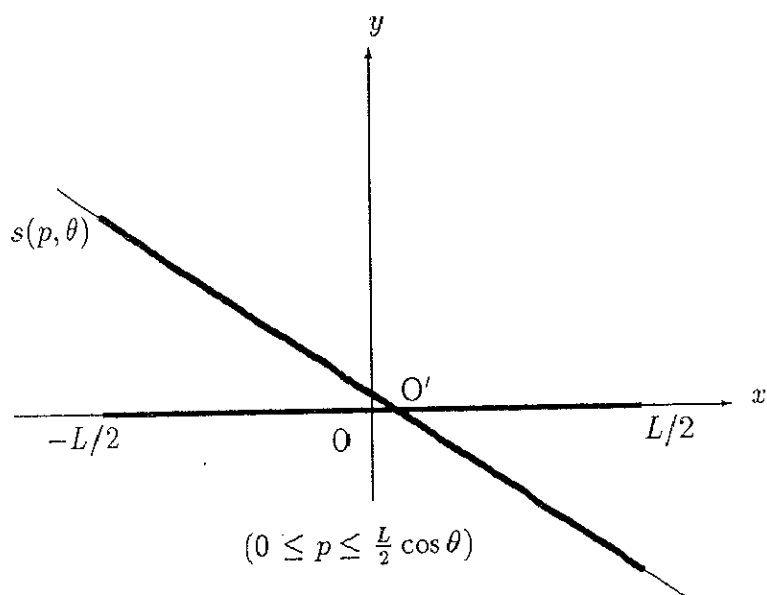


図 5.6: 直線上の原点 O' の位置の場合分け

計算過程、得られた $R(p, \theta)$ とあまりすつきりしたかたちではないが、式 (5.2), (5.3) の値を (5.1) に代入すれば、あらゆる全ての線分上の平均移動速度が求められる。ただし $0 \leq p, 0 \leq \theta < \pi$ 以外の場合は、

$$\bar{v}(p, \theta) = \begin{cases} \bar{v}(p, \theta) & (0 \leq p, 0 \leq \theta < \pi) \\ \bar{v}(p, \pi - \theta) & (0 \leq p, \pi \leq \theta < 2\pi) \\ \bar{v}(-p, \theta) & (p < 0, 0 \leq \theta < \pi) \\ \bar{v}(-p, \pi - \theta) & (p < 0, \pi \leq \theta < 2\pi) \end{cases}$$

のようにして求められる。

例として $v_1 = 4\text{km/h}$, $v_2 = 20\text{km/h}$, $L = 10\text{km}$ として、図 5.1 の $\bar{v}(p_1, \theta_1)$, $\bar{v}(p_2, \theta_2)$, $\bar{v}(p_3, \theta_3)$ を求めてみると、

$$\begin{aligned} (p_1, \theta_1) &\simeq (-0.191, 1.736), \\ (p_2, \theta_2) &\simeq (5.891, 1.736), \\ (p_3, \theta_3) &\simeq (3.011, 0.165) \end{aligned}$$

より、

$$\begin{aligned} \bar{v}(p_1, \theta_1) &\simeq 10.7\text{km/h}, \\ \bar{v}(p_2, \theta_2) &\simeq 4.0\text{km/h}, \\ \bar{v}(p_3, \theta_3) &\simeq 4.2\text{km/h} \end{aligned}$$

となった。線分 $s(p_2, \theta_2)$ 上の移動は全く鉄道を利用していないので、平均移動速度は鉄道の敷設によって全く変化しなかったことを示している。これらの数値から、各線分の鉄道の時間短縮効果は

$$s(p_2, \theta_2) < s(p_3, \theta_3) < s(p_1, \theta_1)$$

の順に大きくなることが明らかとなった。

5.3 平均速度 $\bar{v}(p, \theta)$ の等速度線平面

この節では、得られた線分上の平均移動速度を $p\theta$ 平面に図示する方法を与え、 $\bar{v}(p, \theta)$ の分布について議論する。ただし、はじめは $0 \leq p, 0 \leq \theta < \pi/2$ の範囲内に限定して議論を進める。

平均移動速度 V を達成する (p, θ) の集合は $v_1 < V < v_2$ である任意の V に対して (5.3) 式, (5.2) 式から

$$\bar{v}(p, \theta) = V$$

をみたす (p, θ) として与えられる. これを p について解いて $z_V(\theta)$ と置くと

$$z_V(\theta) = \begin{cases} L \sqrt{\frac{(v_2(2 \cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta) v_1 \cos \theta}{(v_2 - v_1) \sin \theta}} * \\ \sqrt{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{6V} - \frac{v_2^2(4 \cos^2 \theta + 3 \cos \theta \sin \theta) + v_1 v_2(\cos \theta \sin \theta + 2 \sin^2 \theta) - v_1^2(2 \sin^2 \theta)}{12 v_1 v_2 (v_2(2 \cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)}} \\ (0 \leq p \leq \frac{L}{2} \cos \theta) \\ \frac{L}{2v_2} \left[v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta \right. \\ \left. + \left\{ v_2 \left(\frac{v_1}{V} - 1 \right) (v_2 - v_1) (\cos \theta + \sin \theta) \sin \theta \right\}^{\frac{1}{3}} \left\{ v_2(2 \cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta \right\}^{\frac{1}{3}} \right] \\ (\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2} (v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)) \end{cases} \quad (5.4)$$

と求められる. 曲線 $p = z_V(\theta)$ を $p\theta$ 平面に図示すれば, 平均移動速度 V を満たす線分 $s(p, \theta)$ の集合が得られる. ここで, (5.4) 式中の 2 つの式は,

$$\begin{cases} (0 \leq p \leq \frac{L}{2} \cos \theta) & : s(p, \theta) \text{ が } x \text{ 軸と交差する} \\ (\frac{L}{2} \cos \theta < p \leq \frac{L}{2v_2} (v_2(\cos \theta + \sin \theta) - v_1 \sin \theta)) & : s(p, \theta) \text{ が } x \text{ 軸と交差しない} \end{cases}$$

のそれぞれの場合に対応する.

以上のことから, $0 \leq p, 0 \leq \theta < \pi/2$ の範囲における等速度曲線が得られたので, それ以外の範囲では,

$$p = \begin{cases} z_V(\theta) & (0 \leq p, 0 \leq \theta < \pi/2) \\ z_V(\pi - \theta) & (0 \leq p, \pi/2 \leq \theta < \pi) \\ z_V(\theta) & (p \leq 0, 0 \leq \theta < \pi/2) \\ z_V(\pi - \theta) & (p \leq 0, \pi/2 \leq \theta < \pi) \end{cases}$$

を用いて等速度線を表わすことができる. 徒歩速度 $v_1 = 4\text{km/h}$, 列車速度 $v_2 = 20\text{km/h}$ の場合の等速度線を図 5.7 に示す. この等高線図は, $p\theta$ 平面において平均速度

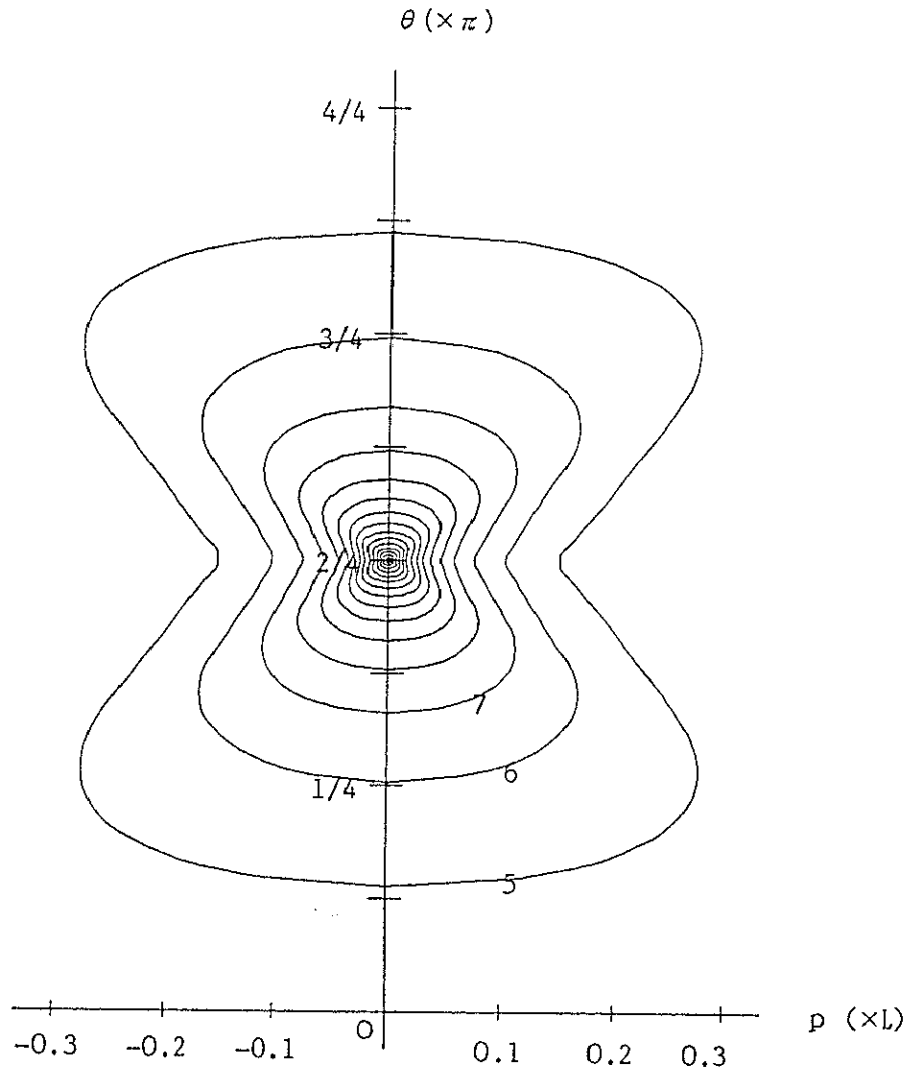


図 5.7: 平均速度 \bar{v} の等速度線図

\bar{v} が高い点ほど、鉄道の効果を大きく受けた (p, θ) 方向であることを表わしている。また (5.4) 式からも明らかなように、任意の V に対して \bar{v} を達成する線分 $s(p, \theta)$ の量は路線の長さ L に比例して増加する。すなわち、路線の長さが長いほど路線から距離の離れた線分に効果が及ぶ。鉄道は x 軸上に位置しているので $p\theta$ 平面上の点 $(0, \pi/2)$ で表わされ、この図において最も平均速度が高い。ここを頂点として周囲に向かってなだらかに速度が低くなっているのが読み取れる。また、平均移動速度が $\bar{v}(p, \theta) > 5\text{km/h}$ となる直線方向の範囲はおおよそ $(-0.3L \leq p \leq 0.3L, \pi/8 \leq \theta \leq 7\pi/8)$ の範囲におさまることがわかった。ここでは、路線上のどこでも乗降が可能であるとしているので、この直線方向の範囲は鉄道の効果の及ぶ上限を示している。

このとき、対象としている移動は $-L/2 \leq x \leq L/2$ の範囲内で発生する移動なので、角度 θ が 0 または π に近いほど、鉄道から大きく離れた位置で発生する移動が平均移動速度に影響を与える。一方で、角度が $\pi/2$ 付近の線分上の移動は鉄道に近い位置で発生する移動を対象としており、このように線分の角度によって条件が異なるような印象を与えるかもしれない。しかし次の 6 章で、角度が 0 または $\pi/2$ 付近の場合の計算時に、鉄道から離れたところで発生する移動を除外した場合の線分上の平均移動速度を数値計算を用いて求めたところ、図 6.7 のようになり、図 5.7 とそれほど大きく差はなく、鉄道から離れたところで発生する移動の影響は小さいことが明らかとなる。

直観的に、鉄道に「近い」線分上の移動は便利で、逆に鉄道と直角に近い角度で交わる線分では鉄道の恩恵を受けにくいことは想像できることを章のはじめに述べた。この関係を $p\theta$ 平面を用いれば、地理的な移動方向と時間短縮効果の関係があきらかになって、「鉄道との角度と距離が近い線分上の移動ほど便利である」という定性的な主張から一歩進んで定量的な表現や分析ができることが分かった。また点施設の配置に xy 平面図(地図)を用いるのに対応して、線の施設の配置に図 5.7 のような $p\theta$ 平面図が有用であることは興味深い。

5.4 まとめ

本章では、線分鉄道路線が移動に与える効果の大きさについて、移動の方向に着目し、平面上の移動を直線方向ごとに分けて線分 $s(p, \theta)$ 上の平均移動速度 $\bar{v}(p, \theta)$ を用いて考察した。線分鉄道路線を与えたときに、任意の直線方向の線分 $s(p, \theta)$ 上の平均移動速度を厳密に与える式を導出した。さらに、図 5.7 に示すような、等速度線関数も求めることができた。この等速度線図は、線分鉄道路線に対して、どの直線方向の平均移動速度が高いのかを明確に、かつ視覚的に示している。

ここで用いた $p\theta$ 平面は、鉄道の移動に与える効果を直線方向ごとに分解して表示することにより、鉄道路線を表わす移動方向を頂点として鉄道の効果の高い移動方向がその近傍に分布する、という性質を持つことが明らかになった。このことを利用すれば、複数路線を持つ鉄道網について、 $p\theta$ 平面上で各路線を表す点を押さえておけば、平均移動時間の高い直線方向の分布を容易に知ることができる。次の 6 章ではこの性質を利用して、実際の鉄道網を分析する方法を提案する。

従来、 $p\theta$ 平面は積分幾何学の分野で導入された概念であるが、本章で示したように (p, θ) 方向ごとの鉄道の効果を表示する図として、実用的な利用が可能かつ有用であることが分かった。

なお、ここで用いた線分鉄道路線は路線上のどこでも乗降が可能であるとして議論を進めたが、次の 6 章では実際の鉄道路線の等速度線図と比較することによって、この仮定が直線方向ごとの効果の大きさを表わすのに十分妥当であることを確かめる。

第 6 章

移動方向に着目した鉄道網分析

6.1 はじめに

本章では、鉄道網を評価する基準として、鉄道網が敷設された領域の各移動方向ごとの移動のしやすさに着目する。例えば、図 6.1 のような領域と鉄道網において、直線 (a) に沿った移動方向は便利であるが、(b) の直線に沿った移動方向は不便であることが分かるであろう。つまり、ある直線方向に対して、鉄道がすぐそばに敷設されており、なおかつその方向に対して平行であるほど、その直線に沿った移動方向は鉄道の移動時間の短縮効果が大きくなる。

ここでは、都市域をよぎる直線方向ごとの鉄道路線の有無に着目し、5 章の結果を利用して鉄道網に対する直線方向ごとの移動のしやすさを表現する平面図を提案する。こ

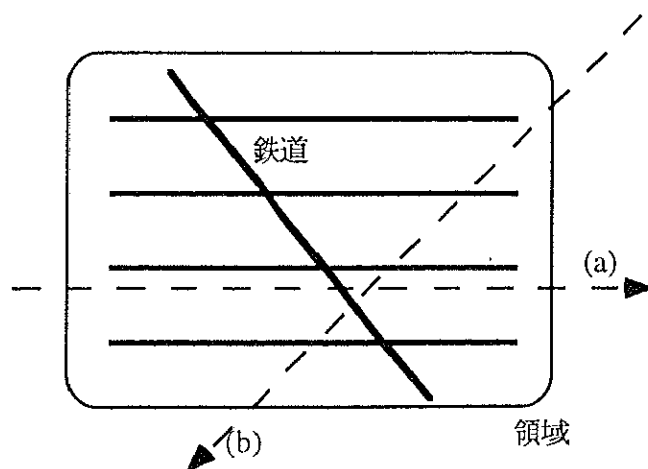


図 6.1: 鉄道網の敷設された領域の 2 つの直線方向

の図を利用して実際の鉄道網を評価し、さらに建設すべき新路線の位置と方向を発見する方法について述べる。

さて、本章における議論は、5章で xy 座標ではなく、 p, θ を用いて鉄道の効果を受ける「方向」を議論したことを直接生かすことができる。もし、何らかの方法で鉄道網を評価し xy 座標を用いて「座標 (x, y) が最も鉄道から受ける効果が小さい。点 (x, y) の効果を高めるような鉄道網改善の計画立案が必要である」という結論が得られたとしよう。計画立案者は点 (x, y) の効果を高めるべく、 (x, y) を通るような路線を計画するだろう。しかし (x, y) を通過する路線は路線形状を線分に限ったとしてもほとんど無数にあるから、彼はどの方向で路線を通すのか悩むことになるだろう。一方で $p\theta$ 平面を用いて評価を行い、「点 (p, θ) の効果が最も小さい」という結論を得たならば、計画立案者は即座に対象地区内に直線 $l(p, \theta)$ がよぎる位置に沿って路線を計画することができる。これは鉄道路線が、そもそもある直線方向に沿った移動の速度を高めるという本質的な性質を持っているためである。

ここで提案する鉄道網の評価方法は、5章で導いた、 $p\theta$ 平面上では鉄道路線の位置と角度を示す点の近傍の平均移動速度が高いという性質と、 xy 平面における一様にランダムな直線は $p\theta$ 平面の一様にランダムな点に対応する[伊理, 腰塚, 1986]、という $p\theta$ 平面に関する2つの性質から導いたものである。まず、対象地区をよぎるあらゆる直線 $l(p, \theta)$ の p と θ を $p\theta$ 平面に点として描くと、その全体はある閉じた領域として表わされ、その領域は対象地区内のあらゆる直線方向の全体を示す。つぎに、6.2節で詳しく述べるが、不規則な図形の最も細長い方向を示す代表線分の p と θ を用いて、対象地区内の鉄道路線を $p\theta$ 平面上の点に変換してプロットする。この図において、さきに述べた $p\theta$ 平面に関する性質から、鉄道路線を表わす点が一様に分布していれば、鉄道網はどの直線方向にもまんべんなく貢献していることが分かるが、点の密度に偏りがある場合、密度が低い直線方向は鉄道路線の効果が小さく、何らかの鉄道網の改良が必要な (p, θ) 方向であるといえる。つぎに6.3節では現実の鉄道路線とその代表線分の等速度線図を比較し、現実の必ずしも線分ではない路線を代表線分で代表させることの妥当性を検証する。東京都心部鉄道網から2つの路線を取り出して線分路線と比較することを通して、路線がそれほど曲がりくねってなければ、十分代表線分で置き換えられることができることをあきらかにする。6.4節では、直交する2本の鉄道路線に対する平均移動速

度の分布を求め、鉄道網については網を構成するそれぞれの路線方向だけでなく、乗換を許した経路の代表線分方向の平均移動速度も上昇し、路線を組み合わせることによって新たな効果が生み出されることを明らかにする。最後に 6.3 節では東京と名古屋の都心部鉄道網を取り上げ、実際に評価を行う。

6.2 図形を代表する直線

最初に準備として、図形の最も細長い方向を表わす代表直線とその一部である代表線分を定義する。直線や線分であれば、垂線の角度と長さを直接計測して $p\theta$ 平面上で取り扱うことができるが、現実の鉄道路線は不規則なかたちをしているので、そのようなことはできない。そこで、ここで導入する代表線分を路線ごとに算出し、それらの p と θ を用いて間接的に $p\theta$ 平面の点に変換する。

平面上に図形 C がある。これをよぎる直線のうち、垂線の角度 θ を固定したとき、垂線の長さ p の最大値を $p(\theta)_{\max}$ 、最小値を $p(\theta)_{\min}$ とし、その幅を

$$W(\theta) = p(\theta)_{\max} - p(\theta)_{\min}$$

と置く (図 6.2)。幅 $W(\theta)$ が最小となるときの角度 θ を、図形の最も細長い方向であると見なし、 θ_C と置く。そして、そのときの幅 $W(\theta_C)$ のちょうど中央を通る直線を図形の代表直線 $l(p_C, \theta_C)$ と定義する。ただし、

$$p_C = \frac{p(\theta_C)_{\max} - p(\theta_C)_{\min}}{2}.$$

また、図形から代表直線におろした垂線の足の集合を代表線分 s_C とし、その長さを L_C と置く。図 6.3 に図形 C とその代表直線 $l(p_C, \theta_C)$ 、代表線分 s_C を示す。この定義から分かるように、線分の代表線分は自分自身である。また、円はどの角度の幅も等しいので代表線分は定義されない。

6.3 現実の鉄道路線の等速度線図の作成

第 5 章における議論から、 $p\theta$ 平面の鉄道路線を示す点の近傍における (p, θ) 方向は路線の移動時間短縮効果を大きく受けることが分かっている。この節では、代表線分が鉄道路線を近似し、 $p\theta$ 平面上に点として表現できることを利用して、現実の路線の等速

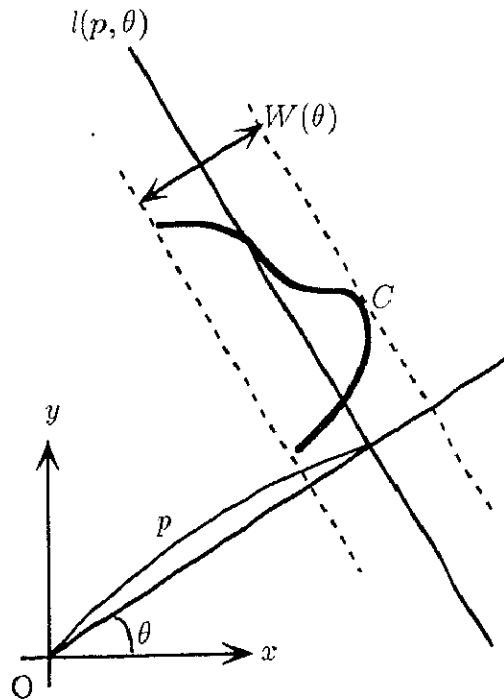


図 6.2: 図形 C とその幅 $W(\theta)$

度線図と線分路線のそれとを比較し、代表線分を用いて解析することの妥当性を検証する。ここで東京都心部の鉄道網を取り上げ、銀座線(浅草-渋谷)と丸ノ内線(池袋-新宿)をそれぞれ利用したときの等速度線図を作成する。手順は以下の通りである。

1. 路線の代表線分を求める。このとき、路線上の駅を代表点として、角度は $0 \leq \theta \leq \pi/2$ の範囲を 40 分割しながら幅 $W(\theta)$ を調べたうえで代表直線の角度、垂線の長さを求めた。このときの代表線分の長さを L_C と置く。
2. 代表線分が x 軸上で、線分の中点が原点と一致するように xy 平面上にもとの路線を置く。
3. $p\theta$ 平面 $0 \leq \theta \leq \pi$, $-L_C/2 \leq p \leq L_C/2$ の範囲内に 20×20 の格子点を発生させる。
4. 各格子点に対応する xy 平面の直線 $l(p, \theta)$ のうち、 $-L_C/2 \leq x \leq L_C/2$ の範囲で切りとられる部分を線分 $s(p, \theta)$ とする。

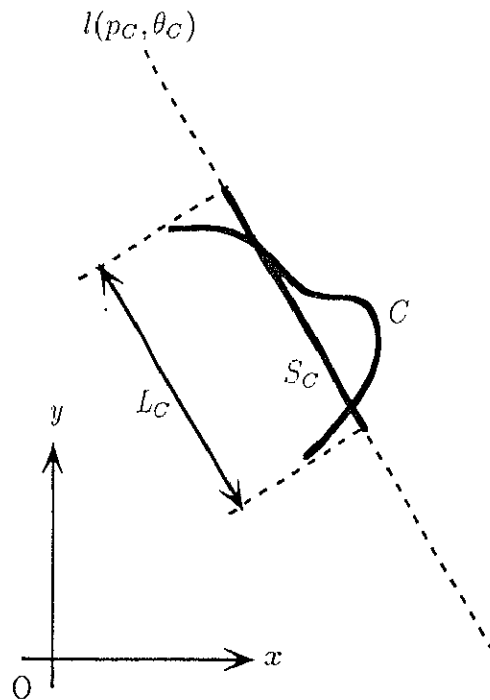


図 6.3: 図形 C の代表直線 $l(p_C, \theta_C)$ と代表線分

5. 線分 $s(p, \theta)$ 上に, 等間隔に 20 個の代表点を置き, 全ての代表点間の移動時間と距離から線分上の平均移動速度を求める. ただし, 徒歩速度 4km/h , 列車速度 20km/h と定め, 徒歩は xy 平面上を rectilinear 距離で定義する. 鉄道利用時の乗降は実際の駅でのみ可能で, 最も近い駅で乗降することとする. 徒歩移動と鉄道利用の移動時間を比較して, 短い方を移動時間とする.

6. 得られた 20×20 の平均移動速度から等速度線図を求める.

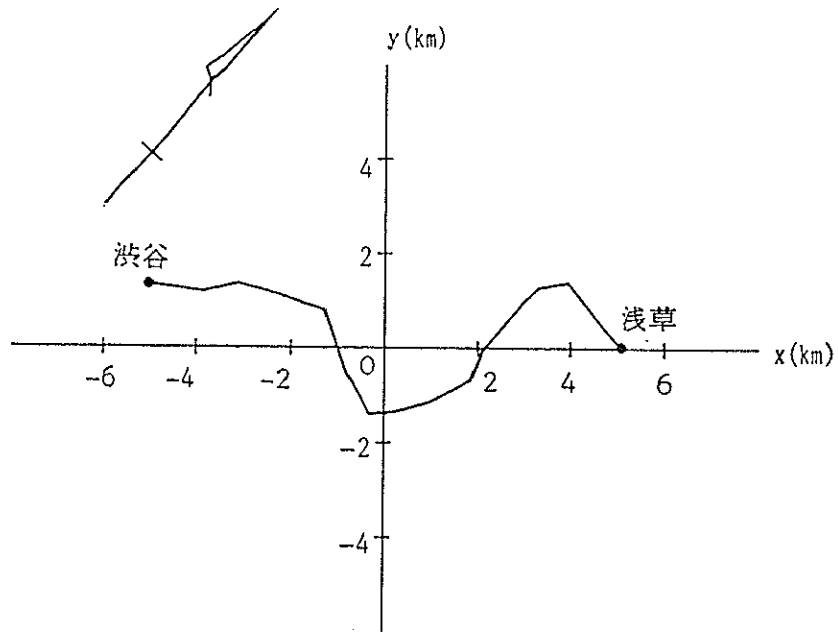
この手順で求めた等速度線図を図 6.4, 6.5 に示し, この時の代表線分方向を★で表わす.

現実路線における路線の曲がりや駅配置を考慮したことによる線分路線との差が, 図 6.4, 6.5 と図 5.7 との違いとなってあらわれている. 銀座線の場合, 平均移動速度が最も高いところでも 8km/h に達せず, 代表線分方向が平均移動速度のピークではなく, やや θ が小さくなる方向にずれていることが読み取れる. また, 各等速度線も図 5.7 と比較してやや小さくなり, 鉄道の効果のおよぶ範囲が減少した.

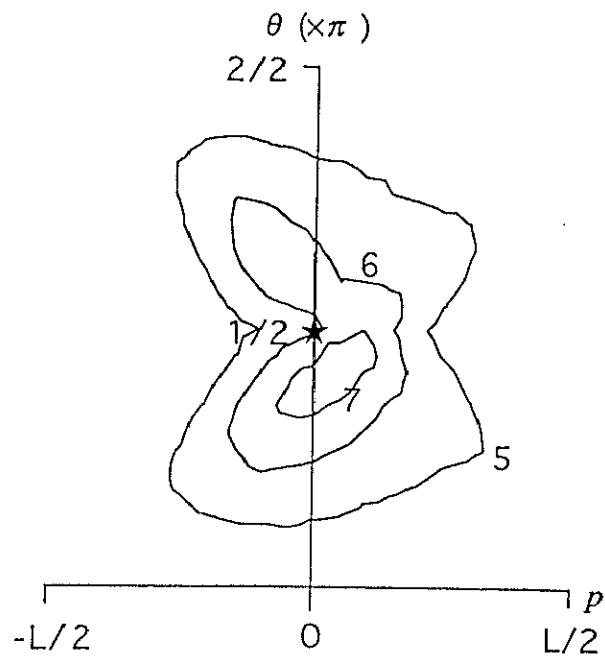
丸ノ内線は線形が大きく湾曲しているため、等速度線図はさらに歪んで、ピークが2つ出現し、代表線分方向はそれらのほぼ中央にプロットされており、代表線分方向の近く近傍では、かえって平均移動速度は周囲よりも低いことが読み取れる。このように、必ずしも代表線分方向がピークを示さないのは、大きく曲がった路線のかたちによると考えられる。現実の使われ方を考えてみても、池袋から新宿まで通して乗る利用者はほとんどいないように、丸ノ内線を全体として1本の路線とみなすのは多少難がある。

丸の内線の例から、大きく湾曲した路線については、対応する代表線分を表わす $p\theta$ 平面上の点は、必ずしも平均移動速度のピークを示さないことが明らかになった。つまり、代表線分方向が平均移動速度のピークになるには、路線はできるだけ線分に近いかたちでなければならない。例えば、丸ノ内線を池袋－銀座、銀座－新宿に分割すれば、それぞれの代表線分は図 6.5 の◆に相当し、ほぼピークを指し示すことがわかる。

この2路線と5章で求めた路線上のどこでも乗降が可能な線分路線の等速度線図とを比較することによって、現実の鉄道路線についても、およそそのところ $p\theta$ 平面の代表線分方向★の近傍における平均速度が高いという性質を持つことがあきらかになった。このことは、直線方向ごとの移動に与える効果を求めるにあたり、路線上のどこでも乗降が可能とした仮定が、現実との比較においてそれほど大きな影響を与えないことを示している。また、ある程度直線に近い形状の路線については、代表線分が鉄道の効果を表わす方向を示すのに十分妥当であることもあきらかにできた。この性質を用いて、6.5節では新しい鉄道網の評価方法を提案する。

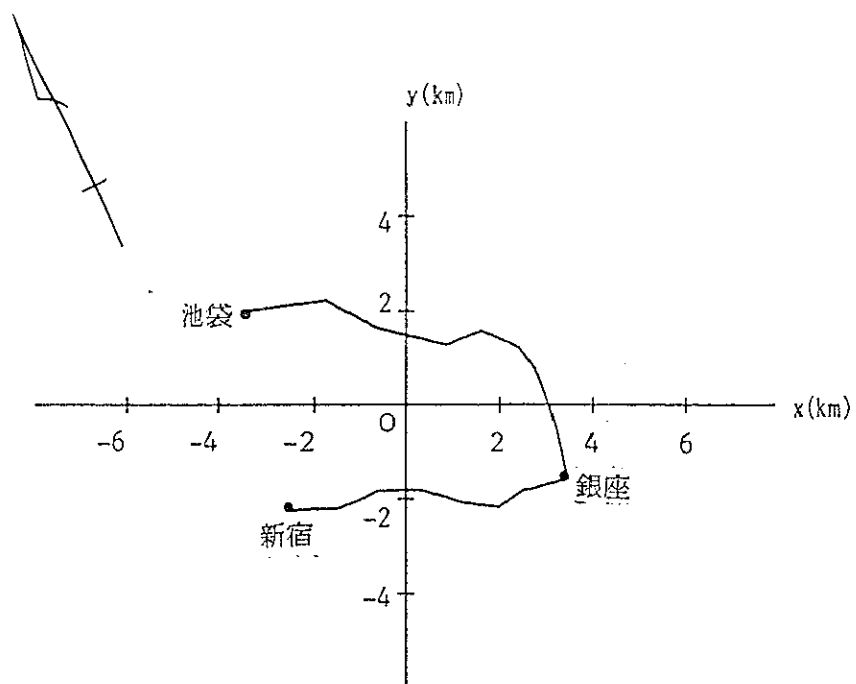


路線図

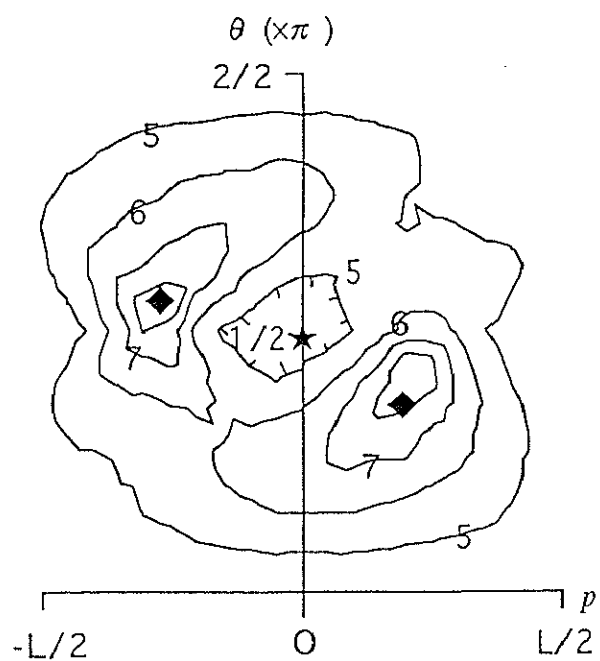


等速度線図

図 6.4: 銀座線の路線図と等速度線図



路線図



等速度線図

図 6.5: 丸ノ内線の路線図と等速度線図

6.4 複数路線を考慮した場合の路線組み合わせ効果

つぎに、複数の路線から成る鉄道網において、路線間の乗換による効果が $p\theta$ 平面上に表現されることを示す。ここでは、路線に対する移動の発生する対象領域を一定にするために、一辺の長さが a の正方形領域を考える。

はじめに、この領域に図 6.6(a) のように、 x 軸上 $-a/2 \leq x \leq a/2$ の範囲に線分鉄道 AA' が敷設されている。駅は等間隔に 11 駅、徒歩速度 4km/h、列車速度 20km/h とする。前節における手順と同じように $p\theta$ 平面 $0 \leq \theta \leq \pi$, $-a/2 \leq p \leq a/2$ の範囲に 20×20 の格子点を打つ。それらに対応する xy 平面の直線 $l(p, \theta)$ のうち、線分上に等間隔に打った 21 個の代表点間の移動速度から、対象地区に切りとられる線分上の平均移動速度を数値計算し、等速度線図を作成した (図 6.7(a))。このとき、対象とする移動の発生範囲が、5 章で定めた範囲にさらに y 軸方向の制限もつけたことになるが、図 5.7 と比較すると、得られる等速度線図の傾向はほとんど変わらないことが読み取れる。次に、図 6.6(b) のように y 軸上 $-a/2 \leq y \leq a/2$ の範囲にもう 1 本同じ路線 BB' を敷設し、十字鉄道網を構成する。十字鉄道網に対して同様に等速度線を求めたところ図 6.7(b) のようになった。このとき、もとの路線方向 $(0, \pi/2)$, $(0, 0)$ 付近の平均移動速度が高いのはこれまでの議論から明らかだが、図 6.7(b) 中に ◆ で表示した位置もピークになっていることに注目されたい。これは 2 本の路線を両方とも用いる 1 回乗換経路 $AOB, AOB', A'OB, A'OB'$ の代表線分方向 (それぞれ、 $(p, \theta) = (a/(2\sqrt{2}), \pi/4), (a/(2\sqrt{2}), 3\pi/4), (-a/(2\sqrt{2}), \pi/4), (-a/(2\sqrt{2}), 3\pi/4)$) に相当する。4 本の経路に対応する代表線分を図 6.6(b) に破線で示す。この ◆ 付近の速度上昇は乗り換えを考慮して 2 つの路線を両方とも利用するために発生しており、鉄道の組み合わせによる効果といえるだろう。このことから鉄道網の場合には、単一路線のとときと異なり、もとの路線だけでなく乗り換えを考慮した経路の代表線分方向の効果も高めることが分かった。

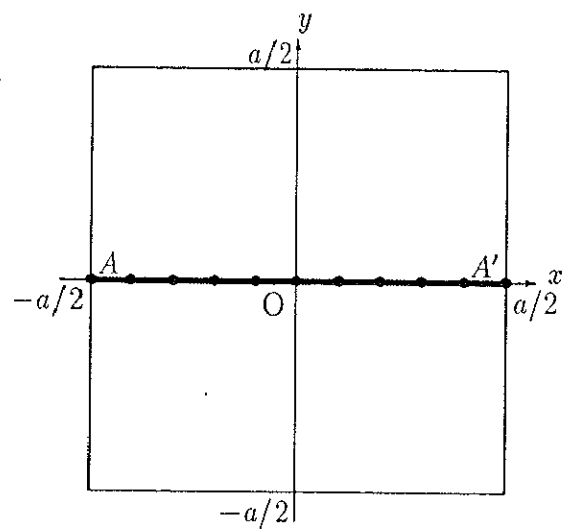
以上のような観察から、鉄道網を構成する路線とそれらをいくつか組み合わせた経路の代表線分の (p, θ) 方向は、等速度線図において移動速度が高く、すなわち鉄道の効果を大きく受けるという性質を持つことが分かった。

ところで、代表線分方向が $p\theta$ 平面上で平均移動速度の高い直線方向のピークを示すためには、これまで見てきた路線 (銀座線、丸ノ内線、線分路線、十字鉄道網) の分析が

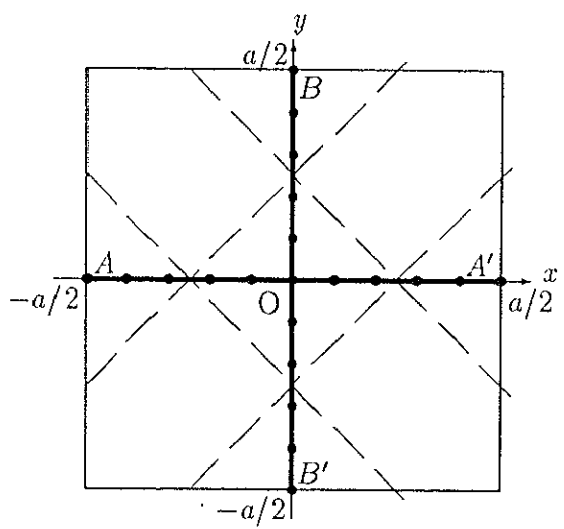
ら、比較的線分に近い路線であることが必要なことが明らかになった。そこで、路線の形状と線分との差を表わす指標として、路線の真の長さ L_C^* とその代表線分長との比率 L_C^*/L_C を導入すると、その値は銀座線が 1.43、丸ノ内線が 2.37、十字路線網の 1 回乗換経路が $\sqrt{2}(\simeq 1.41)$ である。これらに対応する等速度路線図の観察から、路線の曲がりが銀座線や十字路線網の 1 回乗換経路程度であれば代表線分方向は十分に平均移動速度のピークを示すので、代表線分の方角を用いることのできる路線の曲がりの範囲として

$$\frac{L_C^*}{L_C} \leq 1.5$$

を条件として用いることとする。

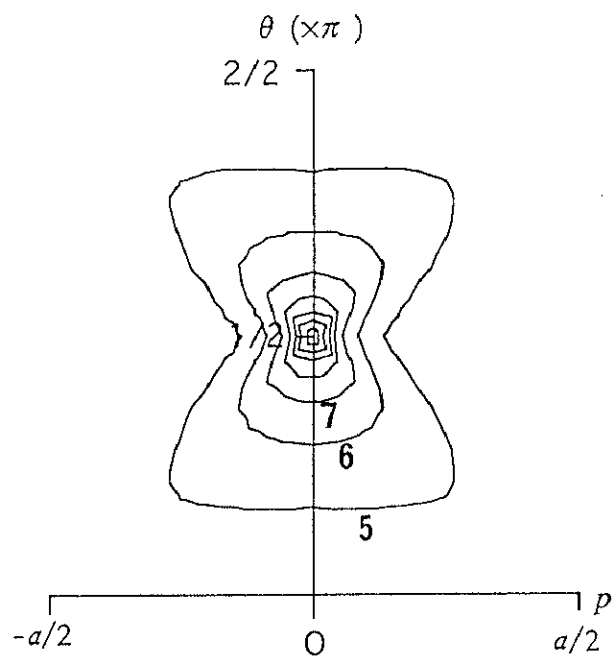


(a)

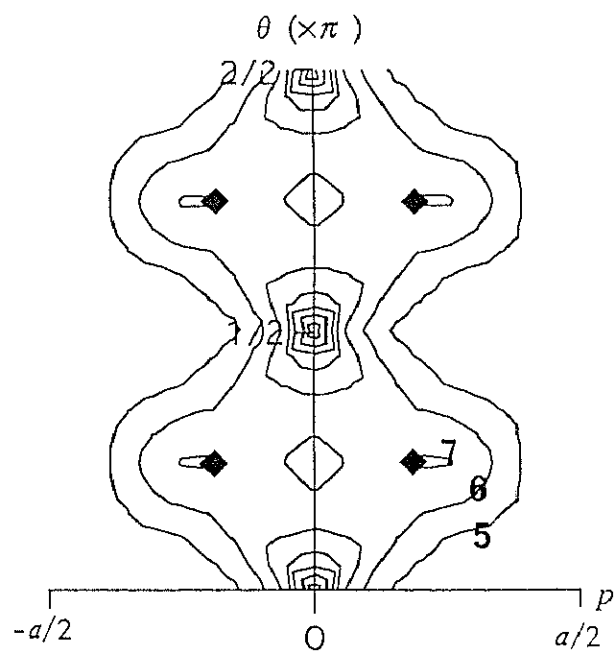


(b)

図 6.6: 正方形地区に敷設された線分鉄道 (a) と十字鉄道網 (b)



(a)



(b)

図 6.7: 線分鉄道(a) と十字鉄道網(b) の等速度線図

6.5 鉄道網の評価

6.3 節の結果から、 xy 平面上の鉄道路線に対応する $p\theta$ 平面の点付近の (p, θ) 方向の移動は、鉄道の時間短縮効果を強く受けることが分かった。また 6.4 節では、複数路線を考えた場合、もとの路線だけでなく乗換を許した経路の代表線分方向の移動にも効果を与えることを明らかにした。本節では、この 2 つの性質をもとに、直線方向ごとの鉄道の効果に着目した鉄道網の評価方法を提案する。

鉄道網を構成する路線から、対象地区を完全によぎる路線と経路を $p\theta$ 平面上の点として表現すれば、点の密度が高い部分の (p, θ) 方向の移動は鉄道網の効果を受けるが、点の密度が低い部分の移動は効果をほとんど受けていないことを示す。よって、点の密度が低い部分を高めるように新路線を建設すれば、鉄道網は全体としてどの直線方向もまんべんなく移動速度を高めるような鉄道網に改善できる。この性質を利用して東京都心部鉄道網を評価してみよう。対象地区は山手線内部と墨田川以西の浅草から築地にかけて、図 6.8 の太線で囲まれた部分を用いる。この地区内の JR と地下鉄を取り上げて、地区内の移動にどのくらい貢献しているのかを調べる。表 6.1 に、ここで用いる対象路線を挙げておく。ただし環状線である山手線は、1 本の路線と見なすのは難しく、得られる代表線分との違いも大きいので田端 - 東京 - 品川 (山手東) と田端 - 新宿 - 品川 (山手西) の 2 つに分割した。図 6.8 の対象地区をよぎるあらゆる直線の (p, θ) 方向を図示すると、図 6.11 の左右の太線で囲まれた領域のようになる。ただし、原点 O は図 6.8 に示したように左下にとってある。図 6.11 の太線で囲まれた領域内部の点は、図 6.8 の対象地区をよぎる直線方向に相当し、領域外の点は対象地区には交わらない直線方向を示す。つぎに地区内の鉄道を次のような方法で図 6.11 にプロットした。

1. 表 6.1 中の 14 路線の代表線分を●で表わす。

つぎに、もとの 14 路線から 2 路線のペアごとに 1 回乗換を許し、かつ地区を完全によぎる経路を取り出す。

2. ペアとなった 2 路線が駅を共有しなければ取り出すべき経路はない。
3. ペアとなった 2 路線が唯一の乗換駅を共有するならば、その乗換駅を利用する路線の起点から終点までの 4 本の経路を取り出す。例えば、図 6.9(a) は路線 a (A から

A' まで) と路線 b (B から B' まで) が乗換駅 C を共有している場合である。このとき, ACB , ACB' , $A'CB$, $A'CB'$ の 4 つの経路を取り出す。

4. ペアとなった 2 路線が 2 つ以上の乗換駅を共有する場合は少々複雑になる。図 6.9(b) のように路線 a , 路線 b の乗換駅のうち, A に最も近いものを C , A' に最も近いものを C' とし, 路線間の乗換はすべてこの 2 駅で行われるとする。経路は

$$A-C-(\text{路線 } a)-C'-B'$$

$$A-C-(\text{路線 } b)-C'-B'$$

$$B-C-(\text{路線 } a)-C'-A'$$

$$B-C-(\text{路線 } b)-C'-A'$$

$$A-C-B$$

$$A-C-B'$$

の 6 本を取り出す。

5. 手順 3, 4 によって取り出した 232 本の経路を 1 回乗換経路と呼ぶことにする。それらの中には図 6.10(a) のように比較的まっすぐな経路もあれば図 6.10(b) のように大きく曲がっているものもある。後者のように湾曲の大きい経路は, 前節で論じたように 1 本の路線と見なすには不適當で, 対応する代表線分との乖離も大きい。そこで, 経路の長さ L_C^* と代表線分の長さ L_C の比 L_C^*/L_C を調べ,

$$\frac{L_C^*}{L_C} \leq 1.5$$

となる経路 101 本を選んで図 6.11 に \times で示した。この値が小さいほど路線の形状は線分に近づく。

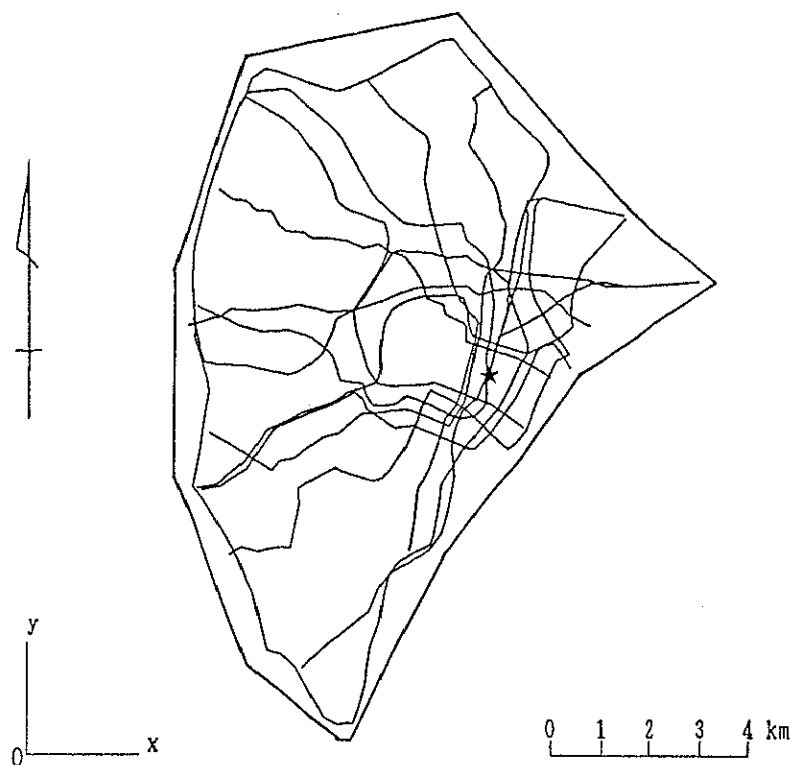
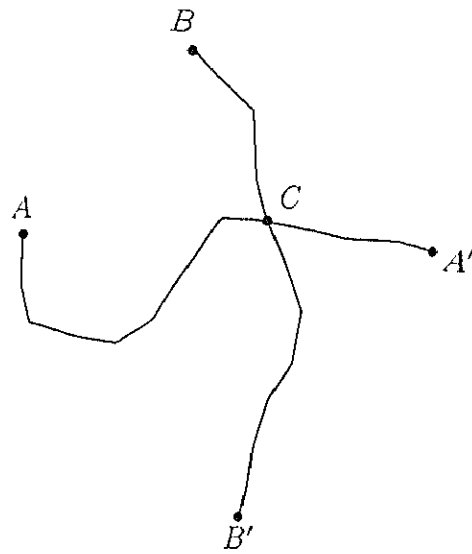


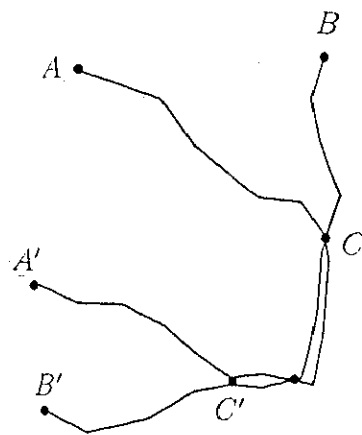
図 6.8: 東京都心部地区と鉄道網

表 6.1: 対象地区内の JR, 地下鉄

路線名	区間	長さ (km)
山手東	田端 - 東京 - 品川	13.9
山手西	田端 - 新宿 - 品川	20.6
中央	錦糸町 - 新宿, 神田 - 御茶ノ水	12.7
総武	東京 - 錦糸町	4.8
銀座	浅草 - 渋谷	14.3
丸ノ内	池袋 - 新宿	16.6
日比谷	上野 - 恵比寿	14.0
東西	高田馬場 - 茅場町	9.9
千代田	西日暮里 - 明治神宮前	12.8
有楽町	池袋 - 新富町	10.9
半蔵門	渋谷 - 水天宮前	10.8
浅草	浅草 - 五反田	12.0
三田	巣鴨 - 三田	10.6
新宿	新宿 - 浜町	8.7

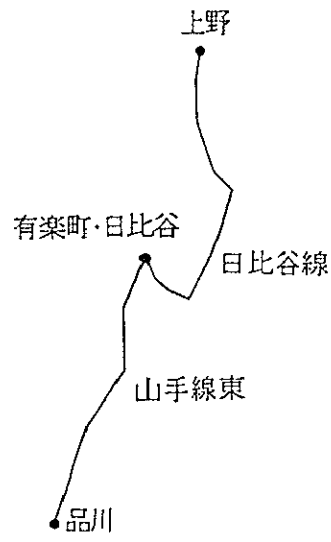


(a)

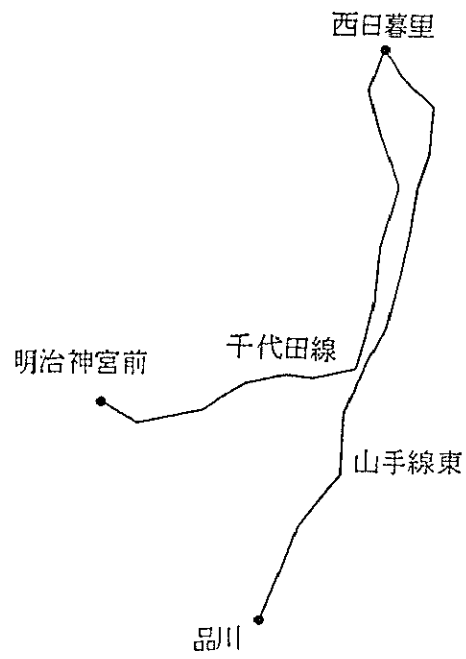


(b)

図 6.9: 乗換駅を共有する路線ペアの例



(a)



(b)

図 6.10: 1 回乗換を許した経路の例

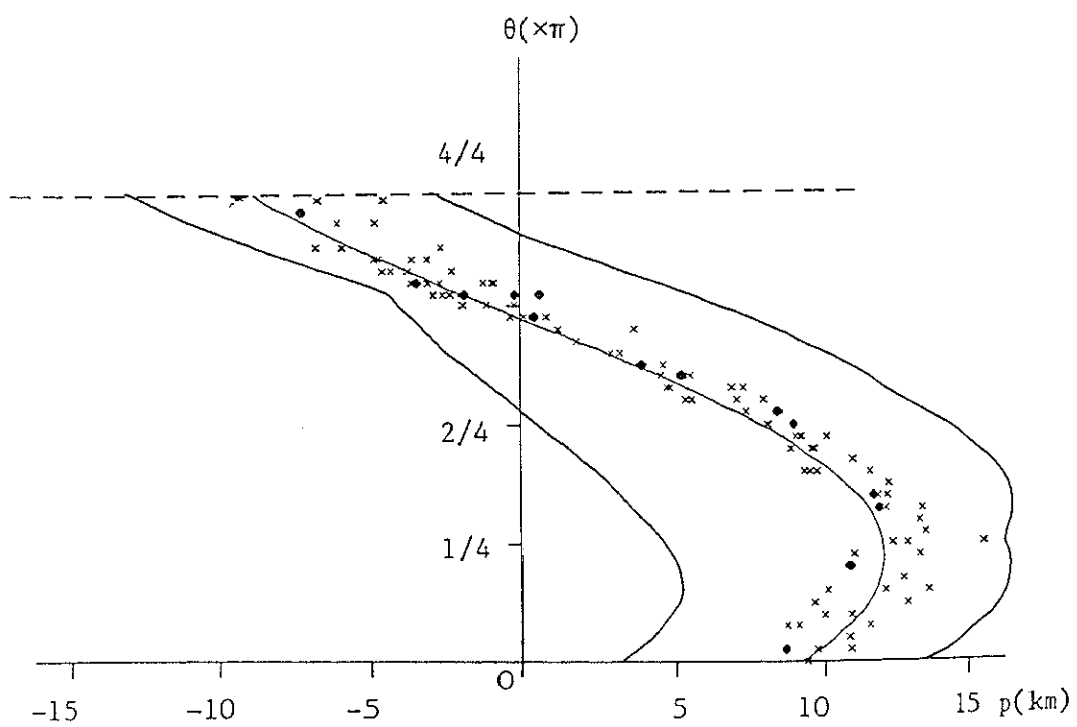


図 6.11: 東京都心部鉄道網の $p\theta$ 平面表現

図 6.11を見ると、太線に囲まれた領域のほぼ中央を代表線分を表わす点が分布している。図の中央部を貫く曲線は東京駅(図 6.8★)をよぎるあらゆる直線の集合

$$9.26 \cos \theta + 7.79 \sin \theta = p$$

を示したものである。代表線分がほぼこのサインカーブの近辺に分布していることは、東京都心部鉄道網が東京駅を中心とした放射状構造を持っていることを示している。一方で、その左右の部分の点密度は低く、このあたりの (p, θ) 方向の移動にあまり貢献していないことが読み取れる。よって、これらの不便な直線方向を解消するには、 $p\theta$ 平面における点の密度が低い位置に相当する直線方向に重点的に鉄道を敷設すれば良い。

ここで、 $p\theta$ 平面上の点の密度について厳密に議論するには、2つの大きな問題点がある。第1に、 $p\theta$ 平面における距離を定義する必要がある。路線の代表線分方向を表す点付近の移動時間短縮効果が大きく、点から離れるに従ってその効果は小さくなることは、図 5.7、図 6.4などの等速度線図で表した通りであり、点の密度について議論するには、直線方向ごとの平均移動速度に即して $p\theta$ 平面上の距離を定義する必要がある。ここでは、2点 (p_1, θ_1) 、 (p_2, θ_2) 間の距離 δ をユークリッド距離で定義し k をパラメータとして

$$\delta = \sqrt{(p_1 - p_2)^2 + (k\theta_1 - k\theta_2)^2}$$

と表わすこととするが、距離の定義は今後の重要な課題である。しかし、ここでユークリッド距離を用いた場合、厳密性は失われるものの、鉄道の効果が小さいおおよその直線方向を容易に見つけることができる、という利点がある。第2の問題点として、いま原点の位置を図 6.8のように山手線の南西部方面に取ってあるが、原点の位置によって最も密度の低い直線方向が変化する可能性がある。原点の位置の変化によって密度の低い直線方向がどのくらい変化するかについては、次節で議論する。

このような2つの問題点を念頭においたうえで、もっとも点の密度の低い位置を求めるために、ユークリッド距離 $\delta(k = 10\text{km}$ とする)を用いて図 6.11の点●、×をもとに最大空円問題を解いた。それによって、図 6.12の△で印した $q_1(7.8, 0.96)$ 、 $q_2(5.8, 2.15)$ が東京都心部鉄道網の最も代表線分の密度の低く、すなわち鉄道の効果を受けにくい直線方向であることが分かった。実際に、 q_1 方向の移動については、数回の乗換を経たうえで霞ヶ関付近を通るか、または山手線を利用しなければ移動が困難である。一方、 q_2 方

向の移動も、北側または南側を大きく迂回しなければ移動が難しい。よって、新たに路線を建設するならば、これらの直線方向を改善するような計画が求められると言えるだろう。

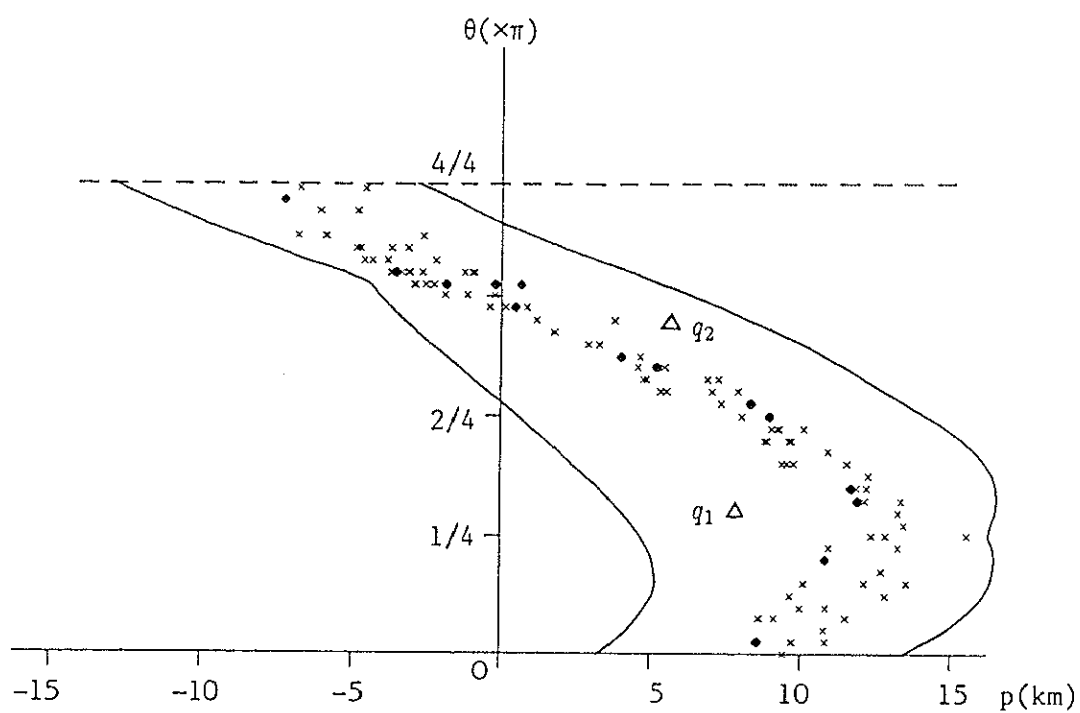


図 6.12: 提案する新路線の建設位置 ($p\theta$ 平面)

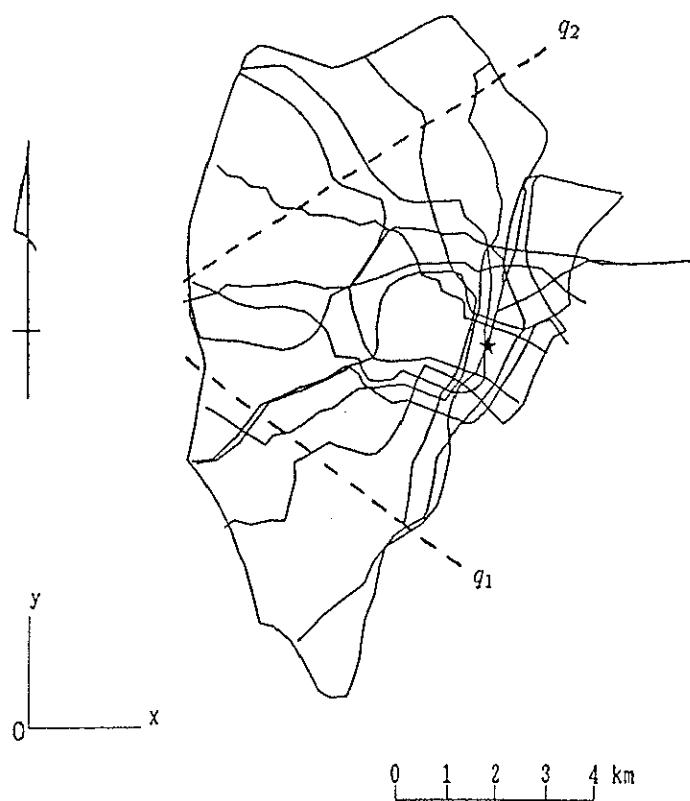


図 6.13: 提案する新路線の建設位置 (xy 平面)

6.6 $p\theta$ 平面における原点の位置の検討

ここでは、pp.97で述べた第2の問題点、すなわち鉄道路線の直線移動方向をプロットした $p\theta$ 平面における最も点の密度の低い直線方向が、原点の位置の変化に対してどのくらいの頑強性があるのかを議論する。

原点の位置を変化させて、対象領域のほぼ中央の神保町 (図 6.14★) においた場合の $p\theta$ 平面を図 6.15に示し、領域の東端の錦糸町 (図 6.14☆) においた場合を図 6.16に示す。次に、前節で行ったのと同様の方法で最大空円問題を解き、最も点の密度の低い直線方向を図 6.15, 図 6.16の△で表わす。これらの点△に対応する xy 平面の直線方向を、元の図 6.8の原点の場合も加えて、図 6.14の破線で示す。この図を見ると、原点の位置によって、直線方向は角度に関してはほとんど変化しないが、位置を示す垂線の長さについては、ばらつきがあり、原点が元の位置、神保町、錦糸町、と東に移動するにつ

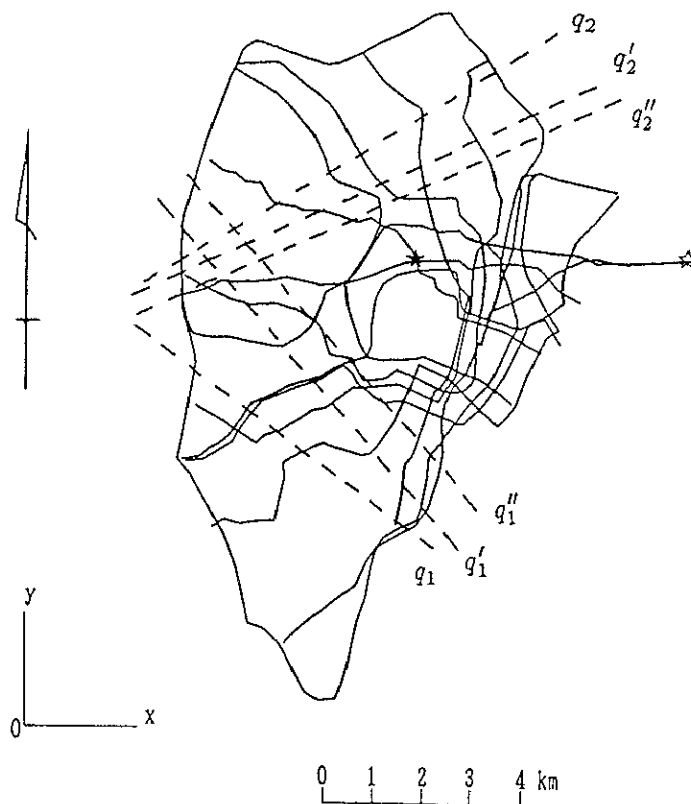


図 6.14: 原点の位置 (神保町★, 錦糸町☆) および移動が不便な方向

れて、「敷設すべき」路線の位置も、東に移動する傾向がある。

このように、前節で提案した鉄道網の分析方法は、鉄道網に対する移動が不便な方向のおおよその傾向を示すことはできるが、原点の位置によって、ある程度位置にばらつきが生じることが明らかとなった。どのような原点の位置が適当であるかは、理論的、経験的に定める方法を議論する必要がある。

6.7 まとめ

本章では、代表線分という新しい概念を導入することによって、鉄道路線に関する3つの主要な成果を得た。第1に、現実の必ずしも直線でない路線を移動方向を表わす $p\theta$ 平面上に点として表わすことが可能になった。第2に、現実の鉄道路線と線分路線の等速度線図を比較し、現実の路線についても代表線分方向とその近傍に与える効果は大きいことを示した。第3に、鉄道網において、複数の路線を組み合わせることによる効果を表現することができた。

後半では、実際に東京都心部鉄道網を取り上げながら移動の直線方向に着目した鉄道網の新しい評価・分析方法を提案した。従来、鉄道網はベターゼン型、ターナー型といったパターンによる分類を用いて評価・解析する方法があるのみで、数量的な評価方法はほとんど提案されていなかった。本章で示した方法を用いることによって、図6.8から、図6.11のような図を作成することができ、鉄道網がどの方向の移動について便利か、もしくは不便かを簡潔に理解することができる。

しかし、この方法にはいくつかの改善点及び問題点が残されている。第1に、対象とする領域の内々の移動しか取り扱っていないため、現実の交通で大きな問題となっている通勤通学行動を直接取り扱うためには、領域の外から内部への移動と鉄道網の関係について議論できるようにすることが必要である。第2に、pp.97で指摘したように、鉄道の時間短縮効果の大きさに対応した距離の定義と原点の位置に関する検討が必要ながことが分かった。

第3に、1回乗換経路のうち L_C^*/L_C が1.5以下の経路だけを評価の対象としたが、この1.5という値は恣意的に筆者が決めた値であった。今後は、路線形状の線分との「差」についてもきちんと議論をしたうえで、 L_C^*/L_C の範囲を決定しなければならない。

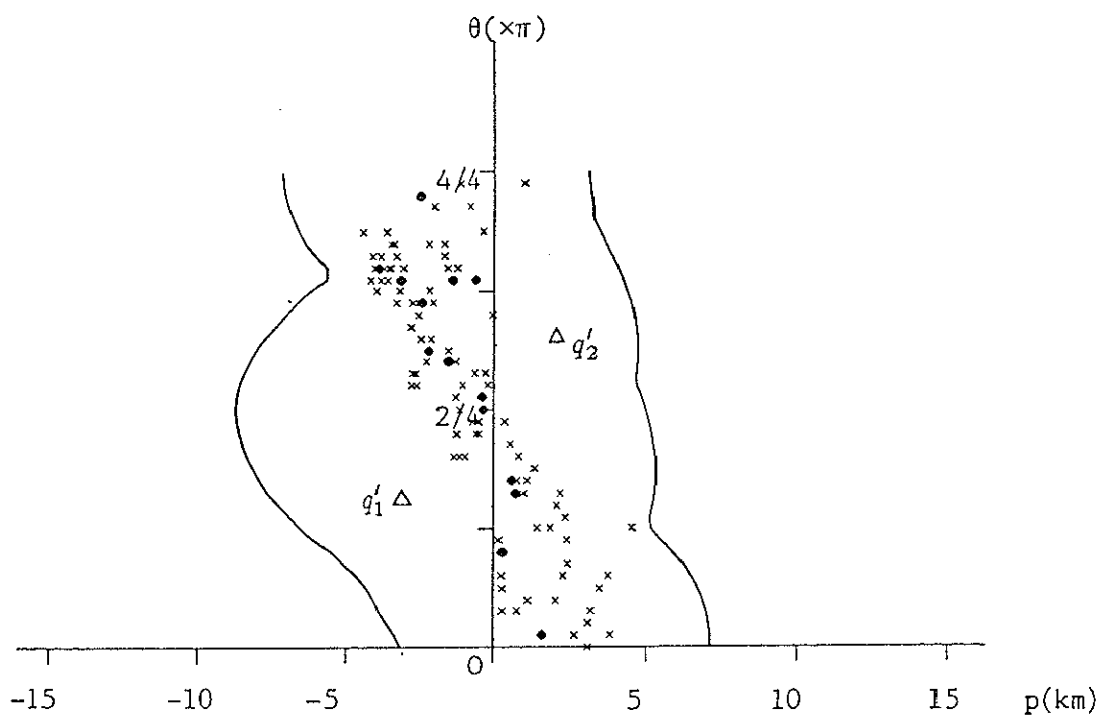


図 6.15: 原点が神保町の場合の $p\theta$ 平面

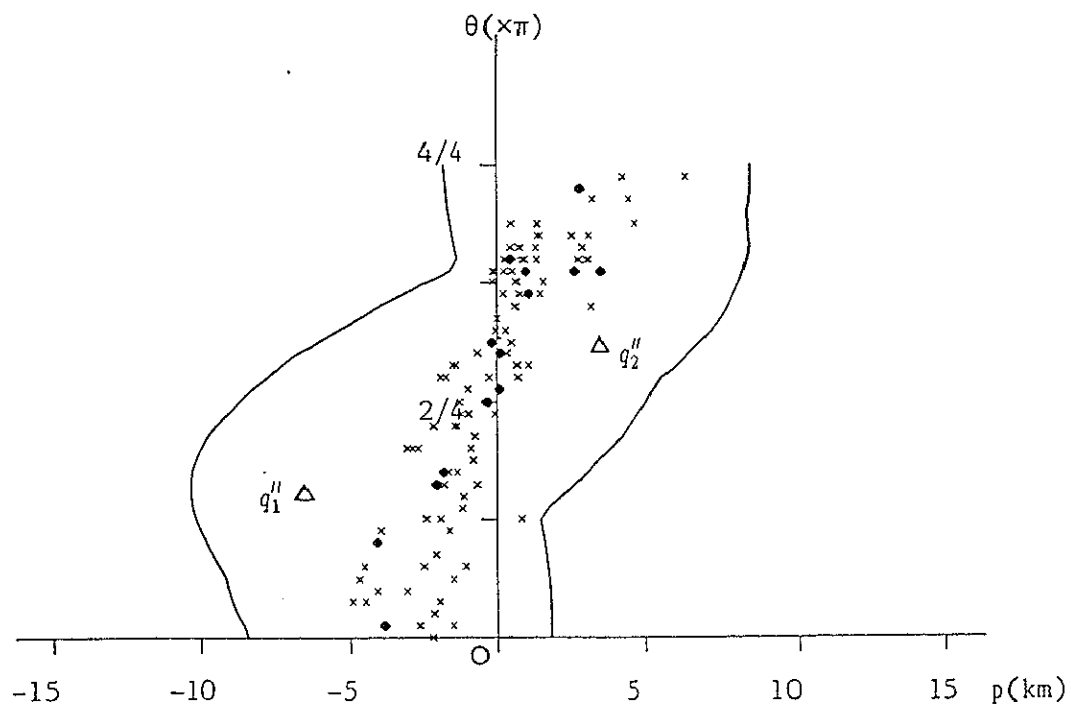


図 6.16: 原点が錦糸町の場合の $p\theta$ 平面

第 7 章

本研究の結論及び今後の課題

7.1 主要な結果

本研究では、平面上で発生する移動を対象として、都市交通システムを移動時間を短縮する手段としてとらえた単純な数理モデルを構築し、これを用いて都市交通機関の時間短縮効果について理論的な議論を展開した。移動を表す 4 次元空間を考えることにより、交通機関の与える時間短縮効果を数理的に捉えることが可能となり、これをもとにいくつかの結果を得ることができた。得られた主要な成果を以下のように箇条書にてまとめておく。

2 章

- 中心に駅を持つ正方形領域間の平均移動時間を、領域の中心間距離、領域の大きさ、駅間の列車移動時間を用いて厳密に導出した。
- 領域間の平均移動時間に与える列車速度と領域内の駅数の変化の影響を議論し、列車速度上昇、駅数増加とも効果は逓減することを明らかにした。

3 章

- 中心に駅を持つ正方形領域間の鉄道を利用する移動の量を求め、徒歩速度 4km/h、列車速度 20km/h の場合、隣接する正方形領域間では約 6 割の移動が鉄道を利用することを明らかにした。
- 複数の駅を持つ領域間の平均移動時間を求める場合、隣接する領域ペアの数が全領域ペアの 20% 以下であれば、厳密に利用交通機関を峻別して求めた平均移動時間

に対する相対誤差は 3% 以下であることを示した.

4 章

- 全平面で発生する移動のうち, 移動速度がある速度以上の移動を鉄道の効果のある一定量以上受けていると定義し, そのような移動の量は, 平面上で一様に移動が発生する場合, 鉄道網の規模の 4 乗に比例して増加する.

5 章

- 線分鉄道路線に対して, 直線方向ごとの平均移動速度を計算し, 直線方向の位置と角度を表わす変数 p と θ を軸にとった $p\theta$ 平面上で値の分布を調べたところ, 鉄道の移動に与える効果を移動方向ごとに捉えることができることを示した.
- さらに, この $p\theta$ 平面上では, 線分路線の位置と角度を示す点を頂点として鉄道の効果の高い移動方向が分布していることを明らかにした.

6 章

- 必ずしも線分ではない現実の鉄道路線を, 5 章で導入した $p\theta$ 平面に点として表現する方法を提案し, この点をほぼ中心として鉄道の効果の高い移動方向が分布していることを, 東京の地下鉄路線を用いて数値的に示した.
- 移動方向ごとの鉄道の効果に着目した鉄道の分析・評価方法を提案し, 東京都心部鉄道網を例に取って分析例を示した.

7.2 今後の課題

本研究の今後の課題と発展の方向についてまとめておく.

- 2章で導出した領域間平均移動時間の厳密式を現実の鉄道網を持つ地域に応用する方法を考慮しなければならない。
 - 4章で議論した、鉄道網の効果を一定以上受ける移動量と鉄道網の規模との関係は、鉄道網中の路線の密度について考慮していなかった。今後は、鉄道網の規模だけでなく、路線密度や駅、さらには乗り換えに伴う待ち時間もとり入れて議論する必要がある。
- また、交通機関の移動時間短縮効果は交通機関の建設費用や利用者の移動にともなう費用について言及していない。これらについて考慮することによって、現実の利用者の行動や交通機関の計画主体の行動をある程度記述できるモデルを構築することが可能になるであろう。
- 6章で提案した鉄道網の分析方法は、移動方向を表わす $p\theta$ 平面内の路線を表わす点の分布をもとに導いたものであった。5章での議論から、路線を表わす点が少ない移動方向は不便であることは明らかであるが、どの程度不便なのかを厳密に議論していない。また、路線の代表線分を表わす点の分布は xy 平面上の原点の位置に大きく依存する。そのため、 $p\theta$ 平面上の2点間の「距離」について考察し、路線を表わす点からの距離と鉄道の効果の関係について、原点の位置に依存しないような方法で議論する方法について検討する必要がある。
 - また、ここでは領域の内々の移動のみを対象としたものであった。今後は、領域の外から領域内部への移動を対象とした分析方法について考察することによって、大都市の通勤行動をモデル化した議論が可能になるであろう。
 - 6章では、鉄道網への応用について議論したが、鉄道網だけでなく道路網や航空網への応用も可能である。

従来、病院や店舗といった点状の施設の配置問題の定式化や議論は幅広く様々な角度から行われてきた。一方で、交通機関のような線状に延びる施設に関する議論は、点状の施設の延長上で論じられるか、もしくはグラフ・ネットワークを用いて定式化する方法が一般的であった。本研究で示したように、平面上で発生する移動と交通機関との関係に着目し、議論の対象とすることにより、いままで得られなかったいくつかの知見を得

ることができた。今後は、このような交通機関のモデルを用いて、交通機関の混雑を考慮した解析を行うこともできるであろう。あるいは、点状の施設と交通機関との関係および配置についても、議論が可能であると考えている。

参考文献

- [Aho,A.V.他, 1987] Aho,A.V.(他), 大野義夫 (訳)(1987): データ構造とアルゴリズム, 培風館.
- [Barnhart and Sheffi, 1993] Barnhart, Cynthia and Sheffi, Yosef(1993): A Network-Based Primal-Dual Heuristic for the Solution of Multicommodity Network Flow Problems, *Transportation Science*, Vol.27, No.2, pp.102-117.
- [Chen and Alpha, 1991] Chen, Mingyuan and Alpha, Attahiru Sule(1991): A Network Design Algorithm Using a Stochastic Incremental Traffic Assignment Approach, *Transportation Science*, Voi.25, No.3, pp.215-224.
- [伊理, 古林, 1976] 伊理正夫, 古林 隆 (1976): ネットワーク理論, 日科技連.
- [伊理, 腰塚, 1986] 伊理正夫 (監修), 腰塚武志 (編)(1986): 計算幾何学と地理情報処理, 共立出版.
- [河上, 松井, 1987] 河上省吾, 松井寛 (1987): 交通工学, 森北出版.
- [建設省, 1992] 建設省都市局都市交通調査室 (1992): 第2回全国都市パーソントリップ調査報告書.
- [腰塚, 1976,77] 腰塚武志 (1976,77), 積分幾何学について (1)-(5): オペレーションズ・リサーチ, Vol.21, No.9-12, Vol.22, No.1.
- [腰塚, 1977] 腰塚武志 (1977): 都市平面の基礎的研究, 東京大学都市工学科博士論文.

- [腰塚, 1978] 腰塚武志 (1978): 道路網と交差点, 都市計画, No.103, pp.36-41.
- [腰塚, 1995] 腰塚武志 (1995): 都市を四次元空間で考える, 現代思想, Vol.23-5, pp.208-216.
- [Kuby and Gray, 1993] Kuby, Michael J. and Gray, Robert Gordon (1993): The Hub Network Design Problem with Stopovers and Feeders: The Case of Federal Express, *Transportation Research A*, Vol.27A, No.1, pp.1-12.
- [栗田, 1988] 栗田 治 (1988): 領域間平均距離の近似理論と都市分析への応用, 筑波大学社会工学研究科博士論文.
- [栗田, 腰塚, 1988] 栗田 治, 腰塚武志 (1988): 領域間平均距離の近似理論とその応用, 都市計画論文集, No.23, pp.43-48.
- [Mahmassani et al., 1990] Mahmassani, Hani S. et al. (1990): Network Traffic Flow Theory: Microscopic Simulation Experiments on Supercomputers, *Transportation Research A*, Vol.24A, No.2, pp.149-162.
- [三浦, 1993] 三浦英俊 (1993): 2種類の速度の異なる交通機関を有する領域の移動時間について, 筑波大学社会工学研究科修士論文.
- [三浦, 腰塚, 1992] 三浦英俊, 腰塚武志 (1992): 鉄道を有する円盤領域間の平均移動時間, 日本オペレーションズ・リサーチ学会秋季研究発表会アブストラクト集, pp.212-213.
- [三浦, 腰塚, 1993a] 三浦英俊, 腰塚武志 (1993): 格子状道網を有する矩形領域の内々平均移動時間, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.36-37.
- [三浦, 腰塚, 1993b] 三浦英俊, 腰塚武志 (1993): 2種類の交通手段を持つ領域の移動時間について, 日本都市計画学会学術研究論文集, No.28, pp.397-402.

- [三浦, 腰塚, 1995a] 三浦英俊, 腰塚武志 (1995): 移動方向を考慮した鉄道網分析, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.236-237.
- [三浦, 腰塚, 1995b] 三浦英俊, 腰塚武志 (1995): 鉄道が敷設された領域の平均移動時間の導出について, 日本オペレーションズ・リサーチ学会春季研究発表会アブストラクト集, pp.72-73.
- [三浦, 腰塚, 1995c] 三浦英俊, 腰塚武志 (1995): 鉄道の時間短縮効果に関する理論的研究, 日本都市計画学会学術研究論文集, No.30, pp.547-552.
- [森口, 他, 1956a] 森口繁一 (他)(1956): 数学公式集 I, 岩波書店.
- [森口, 他, 1956b] 森口繁一 (他)(1956): 数学公式集 II, 岩波書店.
- [森口, 他, 1956c] 森口繁一 (他)(1956): 数学公式集 III, 岩波書店.
- [永野, 他, 1987] 永野三郎 (他)(1987): Pascal プログラミング, 東京大学出版会.
- [日本建築学会, 1992] 日本建築学会 (編)(1992): 建築・都市計画のためのモデル分析の手法, 井上書院.
- [奥平, 1976] 奥平耕造 (1976): 都市工学読本, 彰国社.
- [太田, 1988] 太田勝敏 (1988): 交通システム計画, 技術書院.
- [Santaló, 1976] Santaló, L.A. (1976): Integral Geometry and Geometric Probability, Addison-Wesley Publishing Company.
- [谷村, 他, 1986] 谷村秀彦 (他)(1986): 都市計画数理, 朝倉書店.
- [運輸省, 1990] 運輸省 (1990): 大都市交通センサス 解析調査報告書.
- [運輸省鉄道局, 1994] 運輸省鉄道局 (監修)(1994): 数字でみる鉄道'94, 運輸経済研究センター.

筑波大学附属図書館



本学関係