広域化と平等性からみた行政サービス施設の立地と圏域に関する数理的考察

システム情報工学研究科

筑　波　大　学

２００５年３月

尾　崎　尚　也

目 次

第 1 章　はじめに **1**

1.1　研究の背景と目的 1

1.2　既存研究の整理 3

1.3　研究の概要と構成 5

第 I 部　平等性を考慮した立地の数理的考察 **9**

第 2 章　施設アクセス距離に関する平等性指標 **11**

2.1　はじめに 11

2.2　指標に関する議論 11

2.3　平等性指標に要請される条件 14

2.4　各指標の分類と特徴 16

2.4.1　各指標と条件との関係 16

2.4.2　各指標値の特徴 18

2.5　まとめ 19

2.A　付録 24

第 3 章　効率性と平等性からみた 2 目的施設配置問題 **33**

3.1　はじめに 33

3.2　連続平面上での定式化と解析的結果 33

3.3　離散的空間での 2 目的施設配置問題の定式化 40

3.4　つくば市の施設配置への応用 45

3.4.1　つくば市の公共施設 45

3.4.2　新つくば市庁舎配置 49

3.5　まとめ 60

目 次

第 4 章　平面上での効率性と平等性の 2 目的施設配置問題の幾何学的解法　61
4.1 はじめに 61
4.2 1 目的施設配置問題の解法 62
4.2.1 平等性 62
4.2.2 効率性と迷惑性 63
4.3 2 目的施設配置問題の解法 64
4.3.1 効率性と平等性 65
4.3.2 迷惑性と平等性 69
4.4 つくば市の施設配置への応用 72
4.4.1 効率性と平等性：新庁舎立地点を例に 72
4.4.2 迷惑性と平等性：ゴミ処理場を例に 73
4.5 まとめ 74

第 5 章　空間単位の平等性指標　77
5.1 はじめに 77
5.2 ジニ係数とローレンツ曲線 77
5.3 ジニ係数の問題点 79
5.4 ジニ係数の期待値 83
5.4.1 期待値の導出 83
5.4.2 シミュレーションによる期待値の推定 85
5.4.3 二項分布の期待値による近似 85
5.4.4 3 つの算出方法で求めた期待値の比較 87
5.5 ジニ係数の基準分布 91
5.6 実際の施設分布への応用 92
5.6.1 全国都道府県別公共図書館 92
5.6.2 茨城県市町村別公共施設 97
5.7 まとめ 99

第 II 部　広域化に関連したサービス圏域の数理的考察　103

第 6 章　巡回サービスの施設配置　105
6.1 はじめに 105
6.2 時空間上での施設配置と利用者行動の表現 106
6.2.1 時空平面 106

6.2.2 利用者行動の設定 . . . 107
6.2.3 配置パターン . . . 108
6.3 移動コストによる分析 . . . 112
6.3.1 格子状配置 . . . 112
6.3.2 ランダム配置 . . . 118
6.3.3 (t,m,s)-net 配置 . . . 122
6.3.4 3 配置パターンの比較 . . . 124
6.4 利用可能率による分析 . . . 126
6.4.1 利用者の行動範囲の設定方法 . . . 126
6.4.2 格子状配置 . . . 127
6.4.3 ランダム配置 . . . 130
6.4.4 (t,m,s)-net 配置 . . . 133
6.4.5 3 配置パターンの比較 . . . 134
6.4.6 行動範囲が異なる利用者 . . . 136
6.5 神戸市の移動図書館配置への応用 . . . 138
6.5.1 平均コストによる分析 . . . 139
6.5.2 利用可能率による分析 . . . 140
6.6 まとめ . . . 141

第 7 章 面整備に関係する市町村数と市町村合併の効果 143
7.1 はじめに . . . 143
7.2 面整備に関係する市町村数の解析的分析 . . . 144
7.2.1 正方格子 . . . 144
7.2.2 六角格子 . . . 147
7.3 関東 4 県での計算結果 . . . 149
7.4 市町村合併への応用 . . . 152
7.5 まとめ . . . 155

第 8 章 人口規模と数理的配置による市町村合併後の本庁舎位置 157
8.1 はじめに . . . 157
8.2 Weber 点と新本庁舎決定状況 . . . 158
8.3 Weber 点となる条件 . . . 159
8.3.1 離散配置における条件 . . . 159
8.3.2 連続平面上における条件 . . . 160

8.4 人口的優位と地理的優位 164
8.5 本庁舎の立地状況 165
8.6 まとめ 168

第 9 章 広域化と平等性のトレードオフ **175**
9.1 はじめに 175
9.2 効率的配置と平等性 175
9.2.1 人口一様分布モデル 176
9.2.2 数理計画問題の定式化 176
9.2.3 北関東 4 県への応用 178
9.3 平等性と施設数 179
9.3.1 人口一様分布モデル 179
9.3.2 数理計画問題の定式化 181
9.3.3 神奈川県への応用 184
9.4 まとめ 186

第 10 章 おわりに **187**
10.1 本論文で得られた結論 188
10.2 今後の課題 191

参考文献 **193**

図 目 次

図 1.1 本論文の構成 7

図 2.1 施設立地の仮定 18
図 2.2 立地点と平均距離 19
図 2.3 立地点と各平等性指標の値 22
図 2.4 立地点と各平等性指標の値 (2) 23
図 2.5 平均偏差計算方法 25
図 2.6 平均格差計算方法 29

図 3.1 中心に施設立地 34
図 3.2 端点に施設立地 34
図 3.3 平均距離と平均格差の関係 40
図 3.4 ランダム配置と規則的配置 40
図 3.5 平均距離と平均格差の関係 41
図 3.6 つくば市町丁目区分 46
図 3.7 つくば市各施設の配置 47
図 3.8 つくば市各施設：人口データによる平均距離と平均格差 48
図 3.9 つくば市各施設：面積データによる平均距離と平均格差 48
図 3.10 つくば市・茎崎町：庁舎・役場の配置 51
図 3.11 つくば市・茎崎町：庁舎・小学校・公民館の配置 52
図 3.12 平均格差と平均距離 54
図 3.13 つくば市・茎崎町：庁舎・役場の配置 55
図 3.14 1 施設立地した場合の平均距離と平均格差 57
図 3.15 センター地区に建設しない場合：2 施設の平均距離と平均格差 59
図 3.16 センター地区に建設する場合：2 施設の平均距離と平均格差 59

図 4.1 平等性の等値線 63
図 4.2 垂直二等分線分割 63

図 目 次

図 4.3 効率性・迷惑性の等値線 64
図 4.4 効率性と平等性：探索範囲 (1) 65
図 4.5 効率性と平等性：探索範囲 (2) 65
図 4.6 垂直二等分線分割 66
図 4.7 効率性と平等性：解の候補 67
図 4.8 効率性と平等性：2 目的プロット 67
図 4.9 効率性と平等性：2 目的プロット上のパレート最適地点 68
図 4.10 効率性と平等性：パレート最適地点 68
図 4.11 迷惑性と平等性：探索範囲 (1) 70
図 4.12 迷惑性と平等性：探索範囲 (2) 70
図 4.13 迷惑性と平等性：解の候補 70
図 4.14 迷惑性と平等性：2 目的プロット 70
図 4.15 迷惑性と平等性：2 目的プロット上のパレート最適地点 71
図 4.16 迷惑性と平等性：パレート最適地点 71
図 4.17 対象領域とその凸包 72
図 4.18 新市役所位置：2 目的プロット 73
図 4.19 新市役所位置：パレート最適 73
図 4.20 ごみ処理場：2 目的プロット 74
図 4.21 ごみ処理場：パレート最適 74
図 4.22 現在のごみ処理場位置との比較：パレート最適 75
図 4.23 現在のごみ処理場位置より改善される点 75

図 5.1 区域単位によるローレンツ曲線とジニ係数 78
図 5.2 格子状配置 81
図 5.3 格子状配置によるローレンツ曲線とジニ係数 82
図 5.4 格子状配置のジニ係数 (1) 83
図 5.5 格子状配置のジニ係数 (2) 84
図 5.6 シミュレーション方法 86
図 5.7 多項分布と二項分布の違い 86
図 5.8 期待値比較 89
図 5.9 地域区分・総施設数を変えた場合のジニ係数期待値 $E_S(G)$ とローレンツ曲線 90
図 5.10 基準分布の例 91
図 5.11 公共図書館：1 市町村あたりの施設数と期待値 92

図 5.12 公共図書館：ローレンツ曲線と基準分布 95
図 5.13 公共図書館：ジニ係数とパーセント点による平等性比較 96
図 5.14 茨城県内公共施設：総施設数と期待値 98
図 5.15 茨城県内公共施設：ジニ係数とパーセント点による平等性比較 99
図 5.16 茨城県内公共施設：ジニ係数とパーセント点による平等性比較 100

図 6.1 時空平面 107
図 6.2 利用者コスト 108
図 6.3 行動可能範囲 108
図 6.4 格子状配置 110
図 6.5 ランダム配置 110
図 6.6 (t,m,s)-net 111
図 6.7 (t,m,s)-net 配置 111
図 6.8 1 サービス点の利用者の範囲 113
図 6.9 コスト r 以内で利用できる範囲 114
図 6.10 格子状配置：理論値とシミュレーション比較 116
図 6.11 格子状配置：m, n の変化と平均コスト 117
図 6.12 格子状配置：α, β の変化と平均コスト 117
図 6.13 格子状配置：l の変化と平均コスト 118
図 6.14 ランダム配置：コスト r 以内で利用できる範囲 119
図 6.15 ランダム配置：理論値とシミュレーション比較 120
図 6.16 ランダム配置：ρ の変化と平均コスト 121
図 6.17 ランダム配置：α, β の変化と平均コスト 121
図 6.18 ランダム配置：l の変化と平均コスト 122
図 6.19 (t,m,s)-net 配置：シミュレーション 123
図 6.20 (t,m,s)-net 配置：α, β の変化と平均コスト 123
図 6.21 (t,m,s)-net 配置：l の変化と平均コスト 124
図 6.22 3 配置パターン：α, β の変化と平均コストの比較 124
図 6.23 3 配置パターン：l の変化と平均コストの比較 125
図 6.24 利用者の行動範囲 126
図 6.25 サービスを受けられる範囲 126
図 6.26 1 サービス点のサービス範囲の場合分け 127
図 6.27 格子状配置：m, n の変化と利用可能率 129
図 6.28 格子状配置：δ の変化と利用可能率 130

図 目 次

図 6.29 格子状配置：l の変化と利用可能率 130
図 6.30 行動可能範囲 131
図 6.31 ランダム配置：ρ の変化と利用可能率 132
図 6.32 ランダム配置：δ の変化と利用可能率 133
図 6.33 ランダム配置：l の変化と利用可能率 133
図 6.34 (t,m,s)-net 配置：δ の変化と利用可能率 134
図 6.35 (t,m,s)-net 配置：l の変化と利用可能率 134
図 6.36 3 配置パターン：δ の変化と利用可能率 135
図 6.37 3 配置パターン：l の変化と利用可能率 136
図 6.38 行動範囲が異なる場合の 3 配置パターン比較 138
図 6.39 神戸市北区図書館配置図（現状） 139
図 6.40 神戸市北区図書館時空平面図（現状） 140
図 6.41 神戸市北区図書館配置図（(t,m,s)-net） 141
図 6.42 神戸市北区図書館時空平面図（(t,m,s)-net） 142

図 7.1 駅を中心とした 1km の円と合併パターン案 145
図 7.2 正方格子 146
図 7.3 正方格子：面整備区域の中心位置と関係市町村数 146
図 7.4 六角格子 147
図 7.5 六角格子：面整備区域の中心位置と関係市町村数 148
図 7.6 六角格子：関係市町村数算出方法 148
図 7.7 関係市町村数の変化（関東北部 4 県・面整備区域半径 1km） 150
図 7.8 面整備と関係市町村数 151
図 7.9 関係市町村数の変化（全国） 152
図 7.10 中心までの距離と関係市町村数のトレードオフ曲線 154

図 8.1 Weber 点となる条件の計算方法 159
図 8.2 合併後人口に対する割合と Weber 点 161
図 8.3 Weber 点となる人口条件の計算 (1) 162
図 8.4 Weber 点となる人口条件の計算 (2) 163
図 8.5 Weber 点となる最低条件 165
図 8.6 茨城県の例 166
図 8.7 合併後人口の 50%及び Weber 点となる条件 166
図 8.8 人口最多市町村と Weber 点の関係 167

図 8.9　本庁舎決定位置分類 (1) 171
図 8.10 本庁舎決定位置分類 (2) 172
図 8.11 本庁舎決定位置分類 (3) 173

図 9.1　最適解計算結果 ($F = 50.0 \times 10^4$) 179
図 9.2　施設建設費と平均距離・平均格差との関係 180
図 9.3　優先順位の違いによる施設建設費と平均距離・平均格差との関係　. . . . 185

表 目 次

表 2.1 各指標の特徴 17

表 3.1 平均格差と平均距離 39
表 3.2 つくば市の施設：平均格差と平均距離 46
表 3.3 新庁舎建設した場合の平均格差・平均距離 50
表 3.4 小学校・公民館でサービスを行った場合の平均格差・平均距離 53
表 3.5 1 施設のパレート最適地点 56
表 3.6 センター地区・葛城地区に建設する場合：1 施設の平均距離と平均格差 . 56
表 3.7 センター地区に建設しない場合：1 施設の平均距離と平均格差 56
表 3.8 現状 6 施設と集約 1 施設の平均格差・平均距離比較 58
表 3.9 2 施設の平均格差・平均距離 58
表 3.10 センター地区に建設しない場合：2 施設のパレート最適地点 58
表 3.11 センター地区に建設する場合：2 施設のパレート最適地点 60
表 3.12 現状 6 施設と集約 2 施設の平均格差・平均距離比較 60

表 5.1 公共図書館：都道府県別ジニ係数 80
表 5.2 3 つの算出方法の比較 88
表 5.3 図書館／人口ジニ係数 (1) 93
表 5.4 図書館／人口ジニ係数 (2) 94
表 5.5 公共図書館：ジニ係数とパーセント点による平等性比較 96
表 5.6 茨城県内公共施設：ジニ係数とパーセント点による平等性比較 98

表 6.1 格子状配置：$mn = 16$ で m, n の取り方と平均コスト 116
表 6.2 格子状配置：理論値とシミュレーション比較 128
表 6.3 格子状配置：$mn = 16$ で m, n の変化と利用可能率 128
表 6.4 ランダム配置：理論値とシミュレーション比較 132
表 6.5 利用者行動範囲がランダムのときの利用可能率 138
表 6.6 神戸の例による平均利用者コスト 140

表 目 次

表 6.7　神戸の例によるサービス利用可能率 141

表 7.1　1 市町村あたりの平均面積 149
表 7.2　関係市町村数の変化（関東北部 4 県・面整備区域半径 1km） 151
表 7.3　関係市町村数の期待値の変化と平均移動距離（全国） 153

表 8.1　本庁舎決定位置 158
表 8.2　実際の Weber 点条件と解析的結果の比較 167
表 8.3　法定協議会における新本庁舎決定率 168
表 8.4　人口最多・Weber 点・Median と立地の関係 170
表 8.5　人口最多・Weber 点・Median と立地の関係の分類表 170

表 9.1　1 施設建設費用と施設数 178
表 9.2　最寄りの施設へ行くことを表す制約式と変数の関係 183
表 9.3　施設建設費と平均距離・平均格差との関係 185

第1章　はじめに

1.1　研究の背景と目的

現在，行政サービスをとりまく状況が大きく変化し転換期を迎えている．主な要因の1つとして国や県，市町村など地方自治体の厳しい財政状況が挙げられる．財政を立て直すために行財政の効率化，健全化を行うことが必須となり，そのために様々な手段をとらなければならない状況となっている．その一つの手段が市町村合併である．合併により行政単位を広域化し，人口あたりの職員数・議員数の削減による支出の抑制，行政サービス施設の統廃合，広域的利用をすることで行政の効率化ができると考えられるからである．

また，これに関連し国の権限や財源を県あるいは市町村に委譲することが議論されている．これにより，地方自治体が独自の政策を行いやすくなり，各地域特有の問題に対処することができ，よりきめ細やかな行政サービスを提供できると考えられている．また，合併により人材を有効活用することによって高度な知識を持った職員の養成や，専門部署の設置によりこれに対応できると考えられている．

このような背景から，全国各地で市町村合併が行われ，合併に向けた協議が行われている．平成16年9月1日現在，市町村数は3074，合併法定協議会参加市町村数がその約3分の2の1991，法定協議会数が604となっている．仮に合併協議がすべて成立すれば1687市町村となる．

さらに，行政への住民参加の気運が高まっている．行政の意志決定について，これまで以上に住民の関心が高まるとともに，住民の意見を取り入れる傾向が強くなり，施設立地や道路整備などの際に住民への説明責任が問われるようになってきている．よって，効率化のために施設を統合するとしても，どの程度利便性が低下するのかについて詳しく調べ，説明する必要に迫られている．

行政サービスは多種多様なものであるが，その中で都市計画に関連するものとして行政サービス施設の立地が考えられる．市役所などの行政サービス施設に関しては，財政面のみで考えると施設をできるだけ統合すべきである．しかし，施設の統合を行うことにより，住民にとって行政サービスの利便性は低下する．さらに，行政サービス施設は営利施設とは異なり，同じ自治体の住民に対してはできるだけ等しくサービスを提供することが行政

側には要請される．施設の統合は，施設までの距離が遠くなる住民が生まれ不平等が拡大し，等しくサービス提供するという要請と相反する結果となってしまう．行政サービスの効率化はこのような問題を引き起こすことは容易に想像できる．

平等性を考慮した施設配置については次節でまとめるように既存研究は存在するが，広域化との関連で考察したものは少ない．この点をふまえて，本論文の目的の 1 つめは，行政サービス施設立地と平等性の関係について考えることである．市町村合併などにより施設数が減少することによって，どの程度平等性が悪化するかといった問題を考える．

現在，市町村合併は合併後の自治体に対する財政的措置の期限も迫りつつあり急速に進んでいる．しかし，一方で合併協議の破談や飛び地合併なども目立つようになっている．その要因として，合併によりどのような利点・欠点があるのかが明示的に示されていないということがあると考えられる．市町村合併は政治的要因，歴史的要因など複雑な要因も絡まるものではあり，単純に是非を決めることは無理ではあるが，その中でも何らかの形で合併の意義や問題点を明確に示すことを考える．

市町村合併に関する研究や議論は次節でまとめるように数多くあるが，定量的に市町村合併の意義や問題点について示されているものは少ない．また，実際の市町村合併協議で定量的な結果が検討材料として利用されているかと考えると，財政面の予測が主でありサービス施設に関するものは少ない．

そこで，本論文の目的の 2 つめは，市町村合併などによる行政サービスの広域化の意義や，広域化に関連する施設立地について，客観的な議論をするための知見を示すことである．

このような問題を考える手法として数理的方法を用いる．これは，単純な仮定を置いて様々な関係を計算や数式により導出するものである．また，人口と施設までの距離という基本的な 2 点に着目する．このようなごく単純な仮定を置くことは，実際の計画立案を行う上では不十分な部分もある．なぜなら，個々の施設立地や市町村合併の議論では財政的状況, 政治的状況, 地理的状況などが大きく影響してくるためである．そのため，本論文で示す方法や結果は広域化という複雑な要因を含む問題の一側面を示したにすぎないものである．しかし，このような分析による結果は，単純化したために合併の意義や問題点を数値的に明確に示すことができる利点がある．その結果，様々な検討するための一助となるとともに，広域化の基本的な影響を明示的に示すことができる．

1.2 既存研究の整理

本節では，既存研究の内容を概観し，施設配置の平等性に関するものと市町村合併に関するものに分けて整理する．

施設の平等性に関する既存研究

施設立地や施設数の平等性に関する議論は大きく 2 種類にわけられる．1 つは施設配置問題に用いるのにふさわしい指標はどういうものかについて考察したもの，もう 1 つは様々な指標を用いて実際の施設配置問題に応用したものである．

施設配置問題を念頭に，指標について議論しているものは小林 (1991)，Erkut(1993)，Marsh and Schilling(1994)，Eiselt and Laporte(1995) などがある．小林 (1991) は経済学的な視点から平等性指標に要請される条件を述べ，いくつかの指標について条件を満たすかどうか検討し，相応しい指標として Atkinson 指標を挙げている．さらに，この指標を用いて施設配置問題の計算例を示している．Erkut(1993) はいくつかの指標について特徴を示すとともに，需要点分布をランダムに発生させた場合に，複数の指標間で最適立地点が一致する割合をシミュレーションによって求めている．Marsh and Schilling(1994) は様々な平等性指標について出典を整理するとともに，一対比較か，平均との比較かといった数値の比較方法によって分類を行っている．Eiselt and Laporte(1995) は平等性指標に要請される条件を述べ，様々な指標について満たすかどうか検討している．

実際の最適施設配置問題に応用したものは Truelove(1993)，Mandell(1991)，片岡他 (2004) などがある．Truelove(1993) はデイケアセンターを例に，ジニ係数を平等性指標とし，サービスを受けられる面積の割合を効率性指標とし考察している．Mandell(1991) は公共図書館サービスを例に，ジニ係数を平等性指標，サービスの被覆人口を効率性指標としトレードオフ関係に着目した研究を行っている．片岡他 (2004) はゴミ処理場を例に迷惑施設の最適配置問題を議論し，その中でジニ係数を平等性指標として取り扱っている．

施設量の偏在を分析しているものは Krugman(1991)，勅使河原 (2001) などがある．Krugman(1991) は産業施設の集中・分散についてジニ係数を用いて分析を行っている．勅使河原 (2001) は余暇施設の分布について市町村別の人口と施設数との関係から求めたジニ係数によって分析を行っている．

このように既存研究は多くあるが，市町村合併のような広域化との関連から論じたものはみられない．

市町村合併に関する既存研究

市町村合併についての議論は現在進行形で進められている合併についての内容が主であ

り，様々な立場から提言，研究がされてきている．

合併協議の状況を詳しく記述しているものは，中国新聞自治企画取材班 (2003) などがある．主に新聞記事をまとめたものではあるが，合併協議の進展状況とそれに対する賛否を述べている．

市町村合併のメリット及びデメリットを事例から示し，是非について意見を主張しているものは多くある．例えば，合併すべきと述べているものとして高島 (2002)，小西 (2000)，小西 (2003) があり，一方で，合併反対と述べているものとして三橋 (2000)，小原 (2003) がある．

市町村合併前後における都市計画マスタープランやまちづくり施策の変遷について調べているものとして，並木・大村 (2000)，末次・中山 (2003)，和氣 (2003)，秋山他 (2004)，福松他 (2004)，三輪他 (2004) がある．これらの研究は新市建設計画と合併前のマスタープランを比較することや，合併後のまちづくり施策の変更点についてまとめ，市町村合併がどのように都市計画施策に影響を与えているかを分析しているものである．

合併前後の施設立地を比較に関するものは片柳 (2002)，大氏他 (2004)，横田他 (2004)，浅嶋他 (2004)，八木澤他 (2004)，伊藤・山本 (2004)，阿比留・桂 (2004) がある．これらの研究は実際に行われた市町村合併の前後で公共施設がどのように利用されているか，また合併後に新規に建設された施設がどのような場所に立地しているかを追っている．

以上のような研究は，具体的に事例を追って市町村合併について詳しく述べているが，個々の事情が大きく影響しているため一般的な議論として考えることは難しい．

また，各市町村のデータを用いて最適な都市規模に関する議論を行っているものに，吉村 (1995)，横道 (1995a)，横道 (1995b)，横道・沖野 (1996) がある．これらは，現状の市町村の財政状況をもとに，財政・職員数・人口規模などそれぞれの観点から効率的な市町村人口規模を算出している．しかし，現状がそのままだと仮定した上での最適化であって，将来的な最適化ではないという点が指摘されている．

出口・山本 (2002) は埼玉県を例に過去の合併例から新設合併と編入合併の違いと人口規模や面積規模の比較を行っている．合併圏域設定の問題について研究しているものとして脇田他 (2004)，猶木他 (2004) がある．これらは鹿児島県を例に県が示した市町村合併パターンと実際がどのように異なっているか，またその要因は何かについて分析している．

また，議員定数の配分を数理計画問題として定式化し最適解を導出することで，地域のグループ化について検討しているものとして根本・堀田 (2003)，大和 (2003) などがある．

このように，市町村合併に関連する研究は多くあるが，数理的な手法を用いて合併について研究した例は少ない．

1.3 研究の概要と構成

本論文は2部構成で全10章から構成される．第I部の第2章から第5章までは平等性に着目した内容であり，第II部の第6章から第9章までは広域化に着目した内容となっている．それぞれの章の概要を以下に述べる．

第I部では，行政サービス施設の立地の平等性について考える．はじめに，施設配置問題に適用する平等性指標についての議論を行う．そして，平等性を考慮した施設配置の評価を行う．また，施設配置問題を数理計画問題として定式化し実際の施設立地を検討する．

第2章では，平等性指標について検討する．平等性指標は多数存在するが，利用者から施設までの距離を用いた施設配置問題に適用することを念頭に置き，平等性指標としてふさわしい条件について示し，それを各指標が満たすかという点から特徴と問題点について述べる．また，よく用いられるジニ係数はこのような問題に適用するには問題点があることを示し，各条件から検討すると平均格差指標がふさわしいことを示す．

第3章では，効率性と平等性の2目的を考えた施設配置について考察を行う．第2章の検討をふまえて平等性指標を平均格差，効率性指標を平均距離とする．はじめに，人口一様分布で円，正三角形，正方形，正六角形領域の場合，施設がランダムに配置された場合の単純な仮定のもとで，効率性指標と平等性指標がどのような値をとるかをみるために計算を行う．次に，利用者のいる需要点と施設立地候補点が離散的な場合について，効率性と平等性の2目的最適配置問題を整数計画問題として定式化できることを示す．これにより，一般のソフトウエアで問題が解けることを示す．そして，実際の人口分布から施設配置問題を解くとともに，施設配置の評価を行う．

第4章では，第3章のモデルの拡張を行う．第3章では施設立地候補点は離散的で有限個であったが，第4章では連続平面上の凸領域全体を候補点として最適立地点を求めるアルゴリズムを示す．この拡張により詳細に最適立地点を求めることができる．さらに，この方法は多項式時間で計算できることを示す．そして，実際の施設配置を評価する．

第5章では，空間単位での施設数から平等性を考える．第2章から第4章は施設までの距離による平等性指標を用いたが，第5章では，市町村単位の施設数からジニ係数を用いた平等性比較をする．はじめに，異なる地域や施設を単純にジニ係数で比較することの問題点を示す．次に，その問題点に対応するために，施設をランダムに分配したときのジニ係数を基準値とし，それとの比較によって平等性を判断する方法を提案する．そして，実際の分布を例に異なる地域や施設での比較を行う．

第 1 章　はじめに

第 II 部では，広域化に関連する状況をいくつか想定し，それに対して定量的により考察を行う．広域化を考えると，非常に様々な問題が考えられるが，その中で住民サービス，自治体の効率化，市町村合併の 3 点を考える．住民サービスの視点から施設統合後の補完手段としての巡回サービスの配置，自治体の効率化の視点から面整備に関係する市町村数，市町村合併の視点から各市町村の優位性を取り扱う．最後に広域化のために平等性が低下するトレードオフ関係について考察する．

第 6 章では，広域化し施設を統合した際のサービスの補完手段として巡回サービスについて考える．様々な行動属性を持つ利用者を想定し，時間と空間の両方を考慮した巡回サービス施設の配置について考える．いくつかの施設配置のパターンを比べることにより，ふさわしい配置パターンについて考察する．

第 7 章では，広域化で大規模な整備に関係する市町村がどの程度減少するかについて考える．整備に関係する市町村数が減少することは市町村間の調整が少なくなり効率化することを意味する．そこで，単純な仮定のもとで合併による市町村数の減少と市町村間の調整の減少との関係について解析的に導出を行う．

第 8 章では，市町村合併において合併協議参加各市町村の地域内での人口優位性や地理的優位性を数値的に示すことを考える．合併前市町村の地理的関係と人口から求められる合併後の総移動距離最小となる Weber 点や Median に着目する．実際の合併結果をみると，Weber 点に新庁舎が決定される場合が多いことから，Weber となりやすい市町村ほど優位と考える．そして，各市町村人口が与えられたときや，人口一様分布する円領域に対して Weber 点となる位置と人口条件を導出する．さらに，実際の市町村合併協議を例に Weber 点となるための人口条件を求め，各市町村の人口優位性や地理的優位性を図示し，人口優位と地理的優位の地点が異なると新庁舎の決定率が低いことを示す．

第 9 章では広域化と平等性のトレードオフについて考える．施設規模，施設数，効率性，平等性を考えこれらの関係を数理モデルにより示す．また，数理計画問題として定式化し実際のデータを用いて定量的に示し検証する．さらに効率性を優先させたときの平等性の変化と，逆に平等性を優先させたときの効率性の変化との違いを示す．

最後に第 10 章では，本論文で得られた主な結論と残された課題について述べる．

なお，第 3 章の一部は尾崎・大澤 (2002) 及び尾崎・大澤 (2003a)，第 6 章の一部は尾崎・大澤 (2000) 及び尾崎・大澤 (2001)，第 7 章の一部は尾崎他 (2003)，第 8 章の一部は尾崎・大澤 (2004)，第 9 章の一部は尾崎・大澤 (2003b) において報告されている．

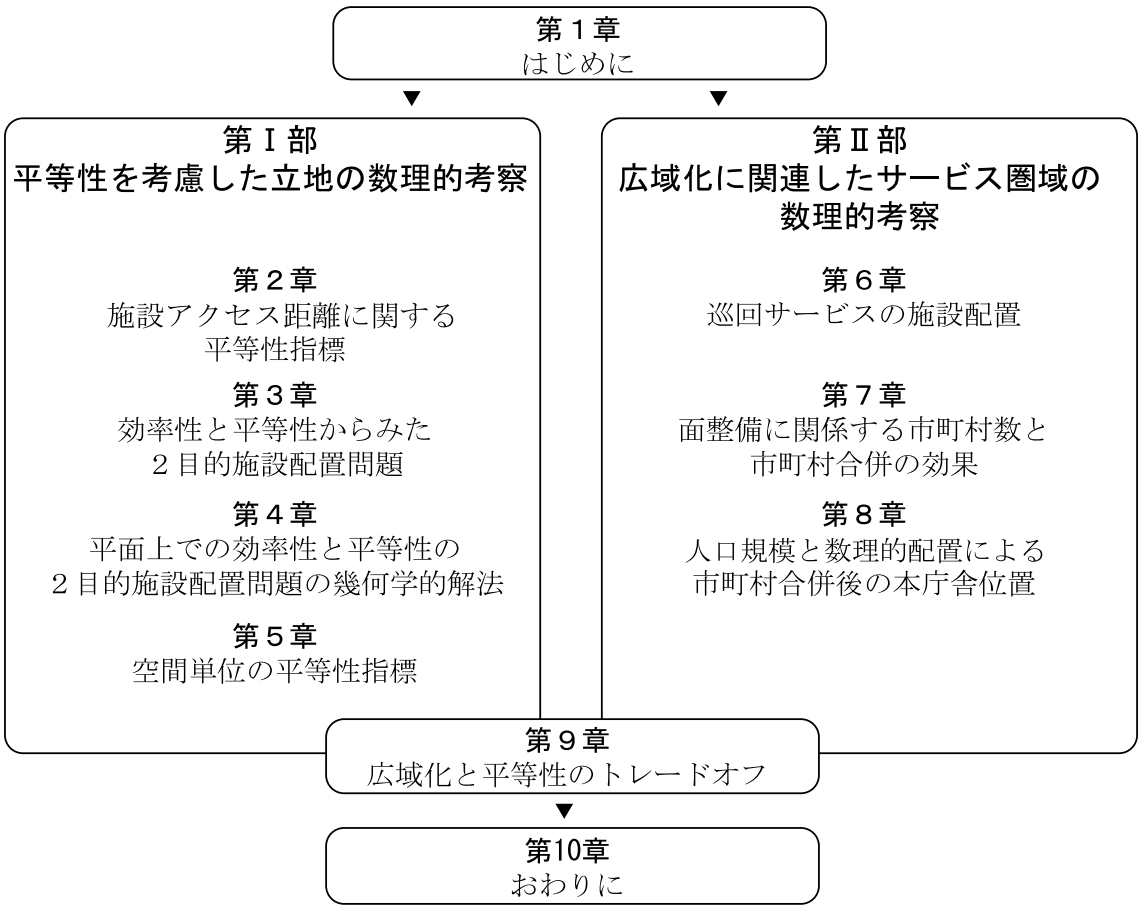

第１章
はじめに
第Ⅰ部
平等性を考慮した立地の数理的考察
第２章
施設アクセス距離に関する
平等性指標
第３章
効率性と平等性からみた
２目的施設配置問題
第４章
平面上での効率性と平等性の
２目的施設配置問題の幾何学的解法
第５章
空間単位の平等性指標
第Ⅱ部
広域化に関連したサービス圏域の
数理的考察
第６章
巡回サービスの施設配置
第７章
面整備に関係する市町村数と
市町村合併の効果
第８章
人口規模と数理的配置による
市町村合併後の本庁舎位置
第９章
広域化と平等性のトレードオフ
第10章
おわりに

図 1.1: 本論文の構成

第Ⅰ部

平等性を考慮した立地の数理的考察

第2章　施設アクセス距離に関する平等性指標

2.1　はじめに

本章では，施設配置問題を念頭に施設までの距離を用いた平等性指標について議論する．

はじめに，既存研究で用いられている平等性指標と指標として要請される条件についてまとめる．そして，それぞれの指標が条件を満たすかを調べることにより指標の特徴と問題点を示し，施設アクセス距離を用いた平等性を考える際にふさわしい指標はどのようなものかについて議論する．

2.2　指標に関する議論

厚生経済学の立場から所得の平等性指標に関する議論はSen(1973), Atkinson(1970) などがある．施設配置問題を念頭にした平等性指標に関する議論はMulligan(1991),Erkut(1993), Marsh and Schilling(1994), Eiselt and Laporte(1995) などがある．ここでは，様々な平等性指標のうち施設までの距離に関連したものと，その指標が施設配置問題へ応用された関連研究を示す.

指標を示すために用いる変数は以下のように定める．

$$
\begin{aligned}
n &: \text{利用者数} \\
d_i &: \text{各利用者 } i(i=1,\cdots,n) \text{ から施設までの距離} \\
\bar{d} &: \text{施設までの平均距離，つまり} \bar{d}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} d_i
\end{aligned}
$$

これらの変数を用いて，既存研究において提案されている指標を示すと以下のようになる．

最大値

$$
\max_{1\le i\le n} d_i \tag{2.1}
$$

最大値は最悪のケースを考慮する場合に用いられる．小さい値ほど平等であると考えられる．Morrill and Symons(1977) 効率性指標として施設までの直線距離の総和，平等性指標

として最大距離を用いて 2 目的施設配置問題を解いている．

範囲

$$\max_{1\leq i\leq n} d_i - \min_{1\leq i\leq n} d_i \tag{2.2}$$

範囲は最悪の場合と最良の場合の差をとったものである．両極端の差をとったものであり，小さい値ほど平等であると考えられる．

平均偏差

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|d_i - \bar{d}| \tag{2.3}$$

平均偏差は施設までの距離と平均距離との差の総和を利用者数で割ったものである．値が小さいほど平均との差が小さくなりばらつきが少なく，より平等であると考えられる．Berman and Kaplan(1990) は偏差和を平等性指標としている．

Schutz 指標

$$\frac{1}{n\bar{d}}\sum_{i=1}^{n}|d_i - \bar{d}| \tag{2.4}$$

Schutz(1951) で示されているこの指標は偏差和を人口で割ることによって，1 人あたりの指標とし，平均値で割ることによってスケールの異なる場合も比較可能にした指標である．平均偏差と同様に値が小さいほどより平等であるとみなせる．

分散

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2 \tag{2.5}$$

統計学で頻繁に用いられている分散は施設までの距離のばらつきを考えている．値が小さいほどばらつきが少なくより平等であることを意味するとみなせる．Berman(1990) は平均距離と分散を用いて分析している．

標準偏差

$$\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i - \bar{d})^2} \tag{2.6}$$

標準偏差は分散と同様に統計学でばらつきを示す指標として通常用いられる指標である．分散の平方根をとることによって，原データと次元を合わせた指標である．分散と同様，値が小

さいほどばらつきが少なく，より平等であることを意味すると考えている．McAllister(1976) では標準偏差を平等性指標としている．

変動係数

$$\frac{1}{\bar{d}}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i-\bar{d})^2} \tag{2.7}$$

変動係数は標準偏差をさらに平均値で割ることにより，次元のない値とすることでスケールの異なる場合も比較可能にした指標である．標準偏差と同様に値が小さいほど平等であるとみなせる．

平均格差

$$\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|d_i-d_j| \tag{2.8}$$

平均格差は利用者ペアの施設までの距離の差を考えたもので，値が小さいほど利用者間の距離の差が小さいことを意味し，より平等であるとしている．

ジニ係数

$$\frac{1}{2n^2\bar{d}}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|d_i-d_j| \tag{2.9}$$

Gini(1912) で提示されているジニ係数は，格差の総和を人口の 2 乗で割ることによって 1 ペアあたりの指標に変換し，平均値で割ることによって，スケールの異なる場合も比較可能にした指標である．これは多くの研究で平等性指標として用いられている．小さい値ほどより平等であるといえる．Ogryczak(1997) ではジニ係数を平等性指標として用いている．Truelove(1993) はデイケアセンターを例にジニ係数とサービスを受けられる面積の割合を指標とし考察している．Mandell(1991) はサービスの被覆人口最大化と平等性の最小化のトレードオフ関係に着目した研究を行い，平等性指標としてジニ係数を用いている．片岡他 (2004) は迷惑施設の最適配置問題の議論においてジニ係数を平等性指標として取り扱っている．

Theil 指標

$$\sum_{i=1}^{n} d_i \log(nd_i) \tag{2.10}$$

Theil(1967) で示されているこの指標はエントロピーの概念を用いたものである．すべての d_i が等しい値をとる際に最小の値をとるという特徴があるため平等性指標として考え

られている．

Atkinson 指標

$$\bar{d}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{d_i}{\bar{d}}\right)^{1-\varepsilon}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (\varepsilon \neq 1) \tag{2.11}$$

$$\bar{d}\left(\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{d_i}{\bar{d}}\right)\right)^{\frac{1}{n}} \quad (\varepsilon = 1) \tag{2.12}$$

Atkinson(1970) で示されているこの指標は，経済学における所得の格差を示す指標として用いられているものである．この式の導出については Sen(1973) に示されている．小さい値ほどより平等であるとみなせる．小林 (1991) は経済学的な考え方を施設配置問題に適用し，効用関数を介して Atkinson 指標を用いて最適施設配置問題を解いている．

Kolm 指標

$$\bar{d} + \varepsilon^{-1}\log\left(\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\exp(-\varepsilon d_i)\right)\right) \quad (\varepsilon > 0) \tag{2.13}$$

Kolm(1976) で示されているこの指標は，Atkinson 指標と同様に経済学における所得の格差を示す指標として用いられているものである．この指標も小さい値ほど平等であるとみなせる．

2.3　平等性指標に要請される条件

前節で示したように平等性の指標として考えられるものは数多く存在する．そのなかで平等性指標として相応しいかを判断するには，要請される条件を考える必要がある．これについて，厚生経済学の分野では，所得の平等性を示す指標が要請される条件を効用関数と社会的厚生関数との関係から議論している．

Pigou(1912) や Dalton(1920) によると，平等性指標は，比較的富裕な個人から比較的貧困な個人への所得の移転をしたとき，他の条件が変わらない限りより平等を示す値をとるべきだと主張している．これは後述する移転原理である．Yntema(1933), Schutz(1951), Atkinson(1970) は平等性指標について Arrow(1968) 等に示されている社会的選択理論との関係から解釈している．また，Dalton(1920) の指標を単位の影響を受けないように拡張している．Sen(1973) はそれまでの経済的不平等に関する研究をまとめるとともに，不平等を解釈するための公理を示し，指標に要請される条件を詳細に検討している．Allison(1978)

は平等性指標の分類をしている．Shorrocks(1984) は平等性指標についてサブグループに分離したり集計したときに望ましい指標について分析している．Aaberge(2001) は所得分布の形とローレンツ曲線・ジニ係数との関係について分析している．

Sen(1973) は平等性指標に対する特に重要な要請として，標準化，移転原理，直接比較の 3 点と述べている．この 3 点について，データ値の集合を x_i とし，これらの集合を n 次元ベクトル $\boldsymbol{x}$=$(x_1, \cdots, x_n)$，指標を求める関数を $f(\boldsymbol{x})$ とし，説明する．

標準化

標準化とは，各データ値をスカラー倍しても指標値が不変であるという条件である．つまり，この基準はデータの単位が異なった場合にも指標値が変わらないということである．例えば，データの単位がキロメートルであってもメートルであっても計算結果は同じ値となることである．平均値や総和で割ることにより無次元値として求められる．

数式で表現すると，$f(\boldsymbol{x}) = f(\lambda \boldsymbol{x})$ を満たすことである．ただし，λ は定数で $\lambda \geq 0$ であるので $\lambda \boldsymbol{x}$ はベクトルのスカラー倍を示す．

移転原理

移転原理とは，ある 1 組のデータ値に関して差が少しでも小さくなったときに，指標の値がより小さくなる条件である．例えば，所得の平等性を考えた際に，所得の多い人から少ない人に順序が逆転しない程度の額を移転した場合，平等性は高くなる．このときに指標が必ずより平等になったことを意味するように値が小さくなることである．また，ごく僅かの差の縮小に関しても反応するということである．

数式で表現すると，$f(\boldsymbol{x}+\delta(\boldsymbol{e_i}-\boldsymbol{e_j})) < f(\boldsymbol{x})$ となることである．ただし，$\boldsymbol{e_i}$ は第 i 要素だけ 1 で他は 0 の単位ベクトルである．また，順序の逆転が起こらない条件として $\delta < \frac{1}{2}(x_j - x_i)$ となる．

直接比較

直接比較とは，データを直接見比べているという条件である．言い換えると，平均との差である偏差を用いた指標のように平均を介しての比較や，恣意的な 2 乗の手続きを回避し，一対比較していることである．よって，ジニ係数のような一対比較で 2 乗計算を必要としない指標がよいとしている．

また，小林 (1991) はこれらに加えて以下のような条件も考えられると述べている．

原点独立性

すべてのデータ値に同一定数を加えたとしても，指標間の大小関係が不変，つまり指標値を並べたとき順序が変わらないことである．このとき，$f(\boldsymbol{x}) < f(\boldsymbol{y})$ であれば，$f(\boldsymbol{x}+\delta\mathbf{1}) < f(\boldsymbol{y}+\delta\mathbf{1})$ となることである．ただし，δ は定数で，$\mathbf{1}$ はすべての要素が 1 のベクトルである．

相似性

データ値を定数倍しても，指標間の大小関係が不変，つまり指標値を並べたとき順序が変わらないことである．このとき，$f(\boldsymbol{x}) < f(\boldsymbol{y})$ であれば，$f(\lambda\boldsymbol{x}) < f(\lambda\boldsymbol{y})$ となることである．ただし，λ は定数で $\lambda \geq 0$ である．

サブグループ分離性

2 つの任意のグループを考える，すべてのグループの評価がある評価を支持した場合，全体の評価と一致しなければならない要請である．

全体をあるグループ A と B にわけ，グループ A の評価が $f(\boldsymbol{x_A}) < f(\boldsymbol{y_A})$ であり，グループ B の評価が $f(\boldsymbol{x_B}) < f(\boldsymbol{y_B})$ であれば，全体での評価は必ず $f(\boldsymbol{x}) < f(\boldsymbol{y})$ になるということである．

2.4　各指標の分類と特徴

2.4.1　各指標と条件との関係

ここでは，前節までに示した指標を分類し，それぞれ条件を満たしているかについて整理する．指標の分類は様々な方法が考えられるが，指標における施設までの距離の扱い方により，

- 範囲指標：最大値・最小値に着目したもの
- 偏差指標：平均値との差に着目したもの
- 格差指標：組み合わせの差に着目したもの

と分類する．これと前節での指標に必要な条件と照らし合わせる．

範囲指標は，最大値・最小値という極値に着目したものである．特徴としては最大値と最小値しか考えていないため，途中のばらつきが指標に反映されないという問題点がある．偏差指標は，平均値との差に着目したものである．偏差をとった平均偏差や Schutz 指標

は移転原理を満たさない．分散・標準偏差・変動係数といった偏差二乗をとったものは移転原理を満たす．格差指標は，組み合わせの差に着目したものであり移転原理と直接比較の両方を満たすという点で優れているといえる．

表 2.1: 各指標の特徴

		非標準化	移転原理	直接比較	原点独立性	相似性	サブグループ分離性
範囲指標	最大値	○	×	×	○	○	○
	範囲	○	×	×	○	○	×
偏差指標	平均偏差	○	×	×	○	○	×
	Schutz	×	×	×	○	○	×
	分散	○	○	×	○	○	×
	標準偏差	○	○	×	○	○	×
	変動係数	×	○	×	○	○	×
格差指標	平均格差	○	○	○	○	○	×
	ジニ係数	×	○	○	○	○	×
その他	Theil	○	○	×	×	×	○
	Atkinson	○	○	×	×	○	○
	Kolm	○	○	×	○	×	○

標準化した指標は平均値・総和で割ることでスケールによる違いを考慮した指標であり，変動係数やジニ係数がこれに該当し，よく利用されている指標である．しかし，これらの指標は平均値が大きくなればなるほど値が小さくなるという特徴がある．そのため，施設配置問題で考えると，立地点が需要点より遠いほど平均距離が大きく，指標値が小さくなるという特徴を持っている．つまり，需要点から無限に遠い地点が平等性の最適点となることもある．このような点から，そのため標準化した指標はふさわしくないと考えられる．

また，経済学における所得分配の議論においては一定額を分配するということを考えているため，人数が等しい場合は平均所得は一定となる．しかし，施設配置問題においては人数が等しくても，施設立地点が異なれば平均距離は一定とならない．この点が所得分配と施設配置の議論の異なる点である．よって，所得分配の議論でよく用いられているジニ係数を施設配置問題に適用するのはふさわしくない．

原点独立性を満たす指標は，定数を加えても値は変わらないことから，絶対的な差に意味があるときにはこれらの指標がふさわしいと考えられる．相似性を満たす指標は，定数倍しても値は変わらないことから，比に意味があるときはこれを満たす指標がふさわしいと考えられる．

また，距離という視点から考えると次元が重要であると考えられる．標準化した指標では無次元数としての値がでてくるため直観的な解釈はしにくい，また 2 乗距離を用いているものも同様に解釈はしにくいと考えられる．

各指標とこれらの条件をまとめると，表 2.1 に示したようにそれぞれの指標の特徴がわかる．それぞれの条件を満たすものは○，満たさないものは×で表している．

表 2.1 に示した指標のうち移転原理と直接比較を満たし，標準化せず次元が距離となっている指標は平均格差指標である．

2.4.2　各指標値の特徴

次に，それぞれの指標の特徴をみるために，1 次元の単純な例を用いて計算を行う．図 2.1 のように長さ a の線分上に施設を立地すると仮定する．利用者は線分上に一様分布しているものとする．

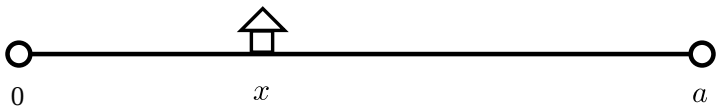


図 2.1: 施設立地の仮定

まず，一様に利用者が分布していると仮定した場合について求める．このとき，施設がある地点 x に立地したときの利用者の施設までの距離を用いてそれぞれの指標の値を求めると，それぞれの値は定理 2.1 にまとめたように計算できる．詳しい計算方法は章末の付録に記述してある．

立地点 x と効率性指標である平均距離の関係をグラフにしたものが図 2.2 であり，それぞれの平等性指標との関係をグラフにしたものが図 2.3, 図 2.4 である．

これを見ると，各指標のうち，標準化した指標である Schutz 指標，変動係数，ジニ係数については線分の端点と中点で等しい値となることがわかる．それぞれ平均偏差，標準偏差，平均格差を平均距離で割ったものである．理由としては，平均距離は端点にいくほど大きい値をとり，平均偏差，標準偏差，平均格差も端点に行くほど大きい値をとるが値の増加率は逓減する．そのため，端点へ行くほど分母となる平均距離が大きくなるが，分子となる平均偏差，標準偏差，平均格差の値はそれほど増加しないため，全体として値が小さくなる．しかし，端点と中点が等しくなることは平等性指標として感覚には合わないだろう．また，平均格差及び平均距離が最大となる端点が平等性の最適解となることはやはり不自然といえるだろう．

Atkinson 指標はεが小さいと Theil 指標と同様に平均値と形状が似ているが，εが大きくなるにつれ鍋底型の形状となる．これは，中心付近での値の差には値は反応せず，端点に近づくほど反応することから，遠い利用者に反応すると考えられる．また，Kolm 指標はεの小さいうちは平均格差や標準偏差と似た形状をしているが，大きくなるにつれ平均値に似た形状となる．

単純な線分上での計算を行った結果，このように各指標についての特徴と問題点が示された．

これまでの指標の特徴と問題点の議論から，平等性の指標として相応しい条件として (1) 移転原理を満たすこと，(2) 直接比較を満たすこと，(3) 標準化せず指標値の次元が距離となっていること，が挙げられる．2 節で示した指標のうちこれらを全て満たすのは平均格差であり，施設配置の議論における指標としてより相応しいものであると考えられる．

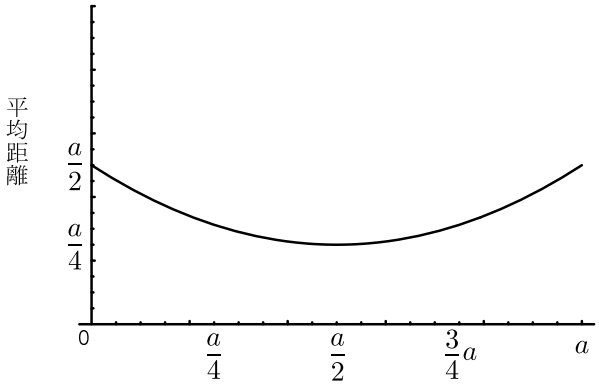


図 2.2: 立地点と平均距離

2.5 まとめ

本章では，施設アクセス距離に関する平等性指標を特徴づけた．既存研究で取り上げられてきた平等性に関する指標について，経済学的な規範や，施設配置問題の立場から平等性指標として要請される条件を挙げ，各指標が満たしているかどうかを確認した．これらの議論は実際に施設配置問題を考える際にどの指標を採用すべきかを考える上で参考となる．

そして，線分上に利用者が一様に分布すると仮定したときに施設立地点を変化させそれぞれの平等性指標の値を求め，数値的に比較した．その結果，一般的に平等性指標としてよく用いられる変動係数やジニ係数といった平均で割ることにより標準化した指標は中心

と端点が等しい値となることがあることを示した.

また，平等性の指標として相応しい条件として (1) 移転原理を満たすこと，(2) 直接比較を満たすこと，(3) 標準化せず指標値の次元が距離となっていること，の 3 点を考えると平均格差が比較的良いことを示した.

定理 2.1 長さ a の線分上に利用者が一様に分布し，施設を端点から距離 x の地点に立地した際の指標値は次式で表される：

平均値	$\dfrac{2x^2-2ax+a^2}{2a}$	
最大値	$a-x$	$(0 \le x \le \frac{a}{2})$
	x	$(\frac{a}{2} \le x \le a)$
範囲	$a-x$	$(0 \le x \le \frac{a}{2})$
	x	$(\frac{a}{2} \le x \le a)$
平均偏差	$\dfrac{4x^4-4a^2x^2+a^4}{4a^3}$	$(0 \le x \le (1-\frac{\sqrt{2}}{2})a)$
	$\dfrac{4x^4-8ax^3+8a^2x^2-4a^3x+a^4}{2a^3}$	$((1-\frac{\sqrt{2}}{2})a \le x \le \frac{\sqrt{2}}{2}a)$
	$\dfrac{4x^4-16ax^3+20a^2x^2-8a^3x+a^4}{4a^3}$	$(\frac{\sqrt{2}}{2}a \le x \le a)$
Schutz	$\dfrac{4x^4-4a^2x^2+a^4}{4a^2x^2-4a^3x+2a^4}$	$(0 \le x \le (1-\frac{\sqrt{2}}{2})a)$
	$\dfrac{4x^4-8ax^3+8a^2x^2-4a^3x+a^4}{2a^2x^2-2a^3x+a^4}$	$((1-\frac{\sqrt{2}}{2})a \le x \le \frac{\sqrt{2}}{2}a)$
	$\dfrac{4x^4-16ax^3+20a^2x^2-8a^3x+a^4}{4a^2x^2-4a^3x+2a^4}$	$(\frac{\sqrt{2}}{2}a \le x \le a)$
分散	$\dfrac{-12x^4+24ax^3-12a^2x^2+a^4}{12a^2}$	
標準偏差	$\dfrac{\sqrt{-12x^4+24ax^3-12a^2x^2+a^4}}{\sqrt{12}a}$	
変動係数	$\dfrac{\sqrt{-12x^4+24ax^3-12a^2x^2+a^4}}{\sqrt{3}(2x^2-2ax+a^2)}$	
平均格差	$\dfrac{8x^3-6ax^2+a^3}{3a^2}$	$(0 \le x \le \frac{a}{2})$
	$\dfrac{-8x^3+18ax^2-12a^2x+3a^3}{3a^2}$	$(\frac{a}{2} \le x \le a)$
ジニ係数	$\dfrac{16x^3-12ax^2+2a^3}{6ax^2-6a^2x+3a^3}$	$(0 \le x \le \frac{a}{2})$
	$\dfrac{-16x^3+36ax^2-24a^2x+6a^3}{6ax^2-6a^2x+3a^3}$	$(\frac{a}{2} \le x \le a)$
Theil	$\dfrac{1}{4}(2x^2-2ax+a^2)(-1+2\log a+2\log(a-x))$	
Atkinson	$\left(\dfrac{x^{2-\varepsilon}+(a-x)^{2-\varepsilon}}{a(2-\varepsilon)}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$	
Kolm	$\dfrac{2x^2-2ax+a^2}{2a}+\dfrac{1}{\varepsilon}\left(\log\dfrac{2-\exp(-\varepsilon x)-\exp(\varepsilon(x-a))}{a\varepsilon}\right)$	

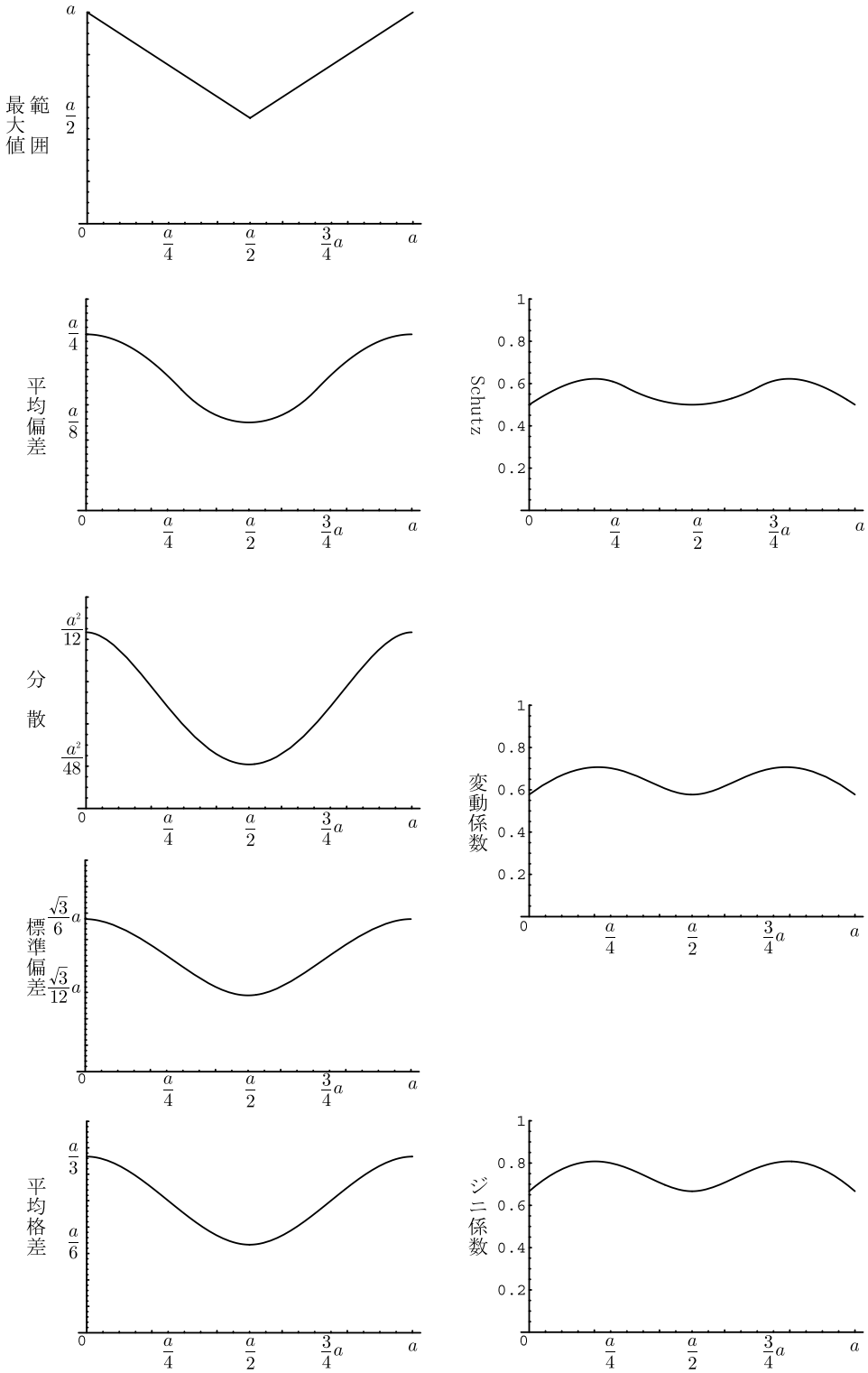


図 2.3: 立地点と各平等性指標の値

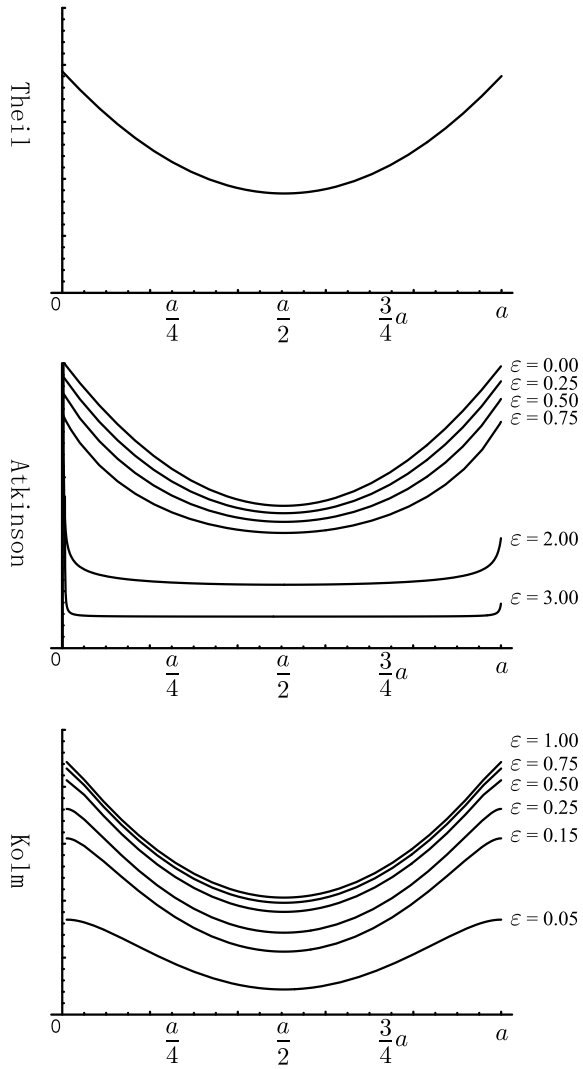


図 2.4: 立地点と各平等性指標の値 (2)

2.A　付録

ここでは，図 2.1 のように長さ a の線分上に一様に利用者が分布しているとし，施設がある地点 x に立地したときのそれぞれの指標の求め方について詳しく説明する．

平均距離

平均距離は総移動距離を求め，それを線分全体 a で割ることによって求められる．ある地点から施設までの距離を d とすると，施設の左側にいる人の最大距離は x であり，右側にいる人の最大距離は $a-x$ となる．これより，総移動距離は

$$\int_0^x d\mathrm{d}d + \int_0^{a-x} d\mathrm{d}d \tag{2.14}$$

となり，これを解くと，

$$\frac{1}{2}(2x^2 - 2ax + a^2) \tag{2.15}$$

となる．これを a で割ると平均距離となるから，平均距離 $\bar{d}$ は

$$\bar{d} = \frac{2x^2 - 2ax + a^2}{2a} \tag{2.16}$$

となる．

最大値

施設立地点が中点より左 $(0 < x < \frac{a}{2})$ か右 $(\frac{a}{2} < x < a)$ かによって場合分けされる．線分の中点より左であれば最大値は右の端点がとる施設までの距離 $a-x$ となり，線分の中点より右であれば最大値は左の端点がとる施設までの距離 x となる．

範囲

最大値から最小値を引いた範囲の値は立地地点が最小値 0 をとるから，最大値と同じ値となる．

平均偏差

平均偏差を求める際には全体での施設までの平均距離と，ある地点の施設までの距離との関係を考えなければならない．縦軸に平均距離と施設までの距離差 $|d-\bar{d}|$ をとり，横軸に利用者の地点をとると，図 2.5 のように 3 つの場合分けが考えられる．そのため各々の場合において計算が必要となる．

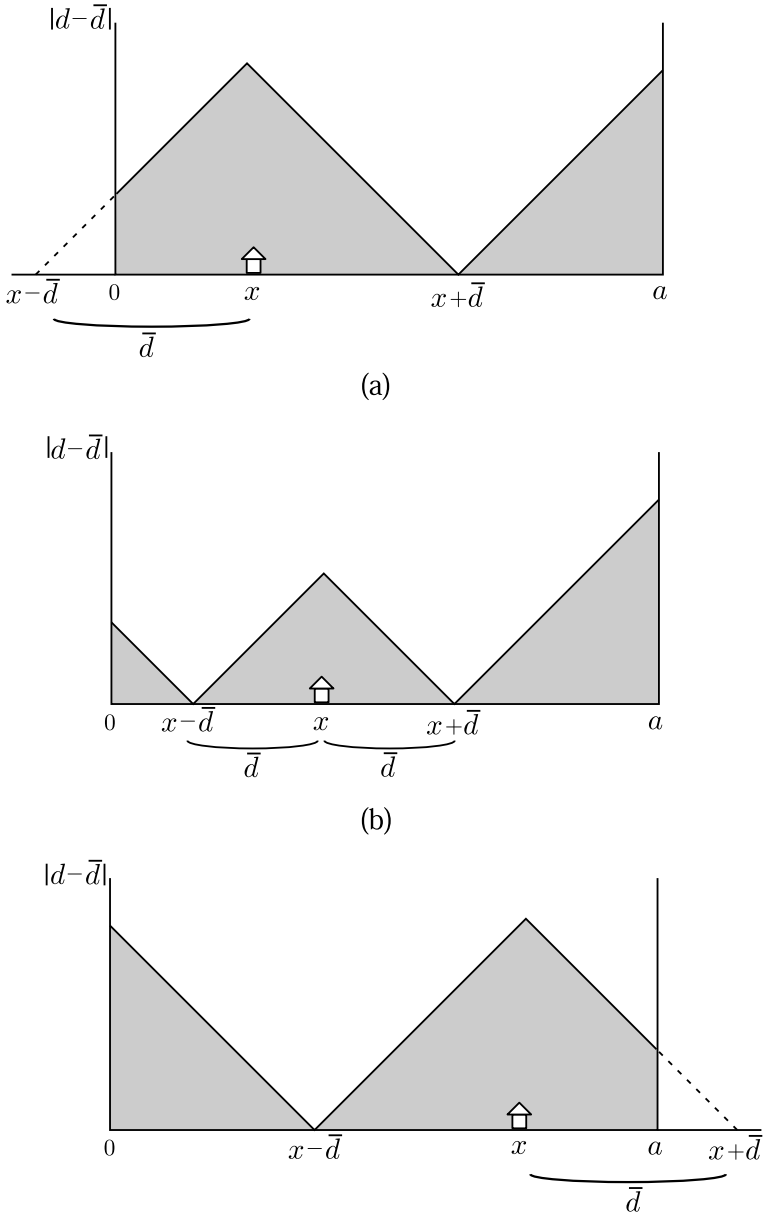


図 2.5: 平均偏差計算方法

まず，場合分けの境界となる x を求める．図 2.5 より $x = \bar{d}$ となるときが (a) と (b) の境であり，$a - x = \bar{d}$ となるときが (b) と (c) の境であることがわかる．$0 < x < a$ であることを考えると，(a) と (b) の境は

$$x = \frac{2x^2 - 2ax + a^2}{2a} \tag{2.17}$$

を解くことにより，$x = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})a$ となり，(b) と (c) の境は

$$a - x = \frac{2x^2 - 2ax + a^2}{2a} \tag{2.18}$$

を解くことにより, $x = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ となる．

次にそれぞれの場合について，平均偏差を求める．それぞれ偏差の総和を求め，それを線分全体 a で割ることによって求める．

(a)$0 \leq x \leq (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})a$ の場合

偏差の総和は図 2.5(c) の色付部分の面積に相当するから，

$$\bar{d}^2 + \frac{1}{2}(a - (x + \bar{d}))^2 - \frac{1}{2}(x - \bar{d})^2 \tag{2.19}$$

となり，これを整理し $\bar{d}$ に平均距離を代入し，線分全体 a で割ると平均偏差が求まり

$$\frac{4x^4 - 16ax^3 + 20a^2x^2 - 8a^3x + a^4}{4a^3} \tag{2.20}$$

となる．

(b)$(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})a \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}a$ の場合

偏差の総和は図 2.5(b) の色付部分の面積に相当するから，

$$\frac{1}{2}(x - \bar{d})^2 + \bar{d}^2 + \frac{1}{2}(a - (x + \bar{d}))^2 \tag{2.21}$$

となり，これを整理し $\bar{d}$ に平均距離を代入し，線分全体 a で割ると平均偏差が求まり

$$\frac{4x^4 - 8ax^3 + 8a^2x^2 - 4a^3x + a^4}{2a^3} \tag{2.22}$$

となる．

(c)$\frac{\sqrt{2}}{2}a \leq x \leq a$ の場合

偏差の総和は図 2.5(c) の色付部分の面積に相当するから，

$$\frac{1}{2}(x-\bar{d})^2+\bar{d}^2-\frac{1}{2}((x+\bar{d})-a)^2 \tag{2.23}$$

となり，これを整理し $\bar{d}$ に平均距離を代入し，線分全体 a で割ると平均偏差が求まり

$$\frac{4x^4-8ax^3+8a^2x^2-4a^3x+a^4}{2a^3} \tag{2.24}$$

となる．

Schutz 指標

Schutz 指標は平均偏差を平均距離で割れば求まる．その結果，それぞれの式は以下のようになる．

(a)$0\leq x\leq(1-\frac{\sqrt{2}}{2})a$ **の場合**

$$\frac{4x^4-4a^2x^2+a^4}{4a^2x^2-4a^3x+2a^4} \tag{2.25}$$

(b)$(1-\frac{\sqrt{2}}{2})a\leq x\leq\frac{\sqrt{2}}{2}a$ **の場合**

$$\frac{4x^4-8ax^3+8a^2x^2-4a^3x+a^4}{2a^2x^2-2a^3x+a^4} \tag{2.26}$$

(c)$\frac{\sqrt{2}}{2}a\leq x\leq a$ **の場合**

$$\frac{4x^4-16ax^3+20a^2x^2-8a^3x+a^4}{4a^2x^2-4a^3x+2a^4} \tag{2.27}$$

分散

分散は 2 乗距離の平均から平均距離の 2 乗を引くことによって求められる．平均距離はすでに求めてあるから，2 乗の平均値を求めればよい．

2 乗距離の平均値は 2 乗距離の総和を求め，それを線分全体 a で割ることによって求められる．ある地点から施設までの距離を d とすると，施設の左側にいる人の最大距離は x であり，右側にいる人の最大距離は $a-x$ となる．これより，2 乗距離の総和は

$$\int_0^x d^2\mathrm{d}d+\int_0^{a-x}d^2\mathrm{d}d \tag{2.28}$$

となり，これを解くと，

$$ax^3-a^2x+\frac{a^3}{3} \tag{2.29}$$

となる．これを a で割ると 2 乗距離の平均値は

$$ax^2-ax+\frac{a^2}{3} \tag{2.30}$$

となる．これから，平均値の 2 乗を引き，整理すると，分散が求まり，

$$\frac{-12x^4+24ax^3-12a^2x^2+a^4}{12a^2} \tag{2.31}$$

となる．

標準偏差

標準偏差は分散の平方根をとったものであるから，直ちに求まり，

$$\frac{\sqrt{-12x^4+24ax^3-12a^2x^2+a^4}}{\sqrt{12}a} \tag{2.32}$$

となる．

変動係数

変動係数は標準偏差を平均距離で割ったものであるから，

$$\frac{\sqrt{-12x^4+24ax^3-12a^2x^2+a^4}}{\sqrt{3}(2x^2-2ax+a^2)} \tag{2.33}$$

となる．

平均格差

平均格差はある地点の利用者に対して，他の利用者全てとの差を足し，全ての利用者に対して和をとり，人数で割ったものである．図 2.6 は横軸に地点，縦軸にある基準となる利用者が施設からちょうど d 離れたところにいるとしたときの他の地点にいる利用者との施設までの距離の差をとったものである．このように軸を取ると，図 2.6 で色の塗られた部分は，ある基準となる利用者が施設からちょうど d 離れたところにいるときの，ほかの線分上の全ての利用者との施設までの距離の差の和に相当する．

そして，基準となる利用者を線分上を 0 から a まで動かし，総和をとったものが格差の総和となり，これを利用者のペア分 a^2 で割ったものが平均格差となる．

施設立地点によって 2 つの場合分けがされ，それぞれについて平均格差を求めると以下のようになる．

(a)$0 \leq x \leq \frac{a}{2}$ の場合

図 2.6(a-1) のように，基準となる利用者が施設から距離 d で $0 \leq d \leq x$ の場合，他の全ての利用者との距離の差の和は

$$\frac{1}{2}(x-d)^2+d^2+\frac{1}{2}(a-(x+d))^2 \tag{2.34}$$

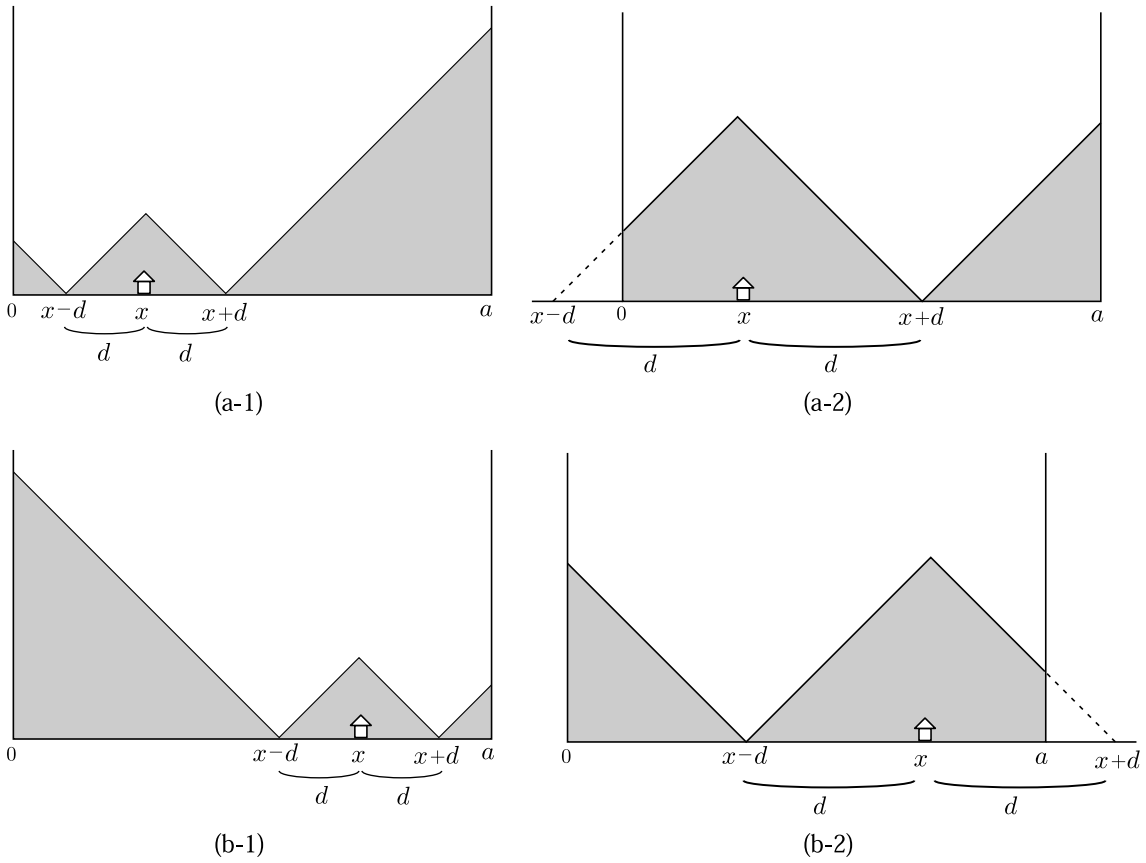


図 2.6: 平均格差計算方法

となる．また，図 2.6(a-2) のように，基準となる利用者が施設から距離 d で $x \leq d \leq a-x$ の場合，他の全ての利用者との距離の差の和は

$$d^2 - \frac{1}{2}(x-d)^2 + \frac{1}{2}(a-(x+d))^2 \tag{2.35}$$

となる．(a-1) となる場合は基準となる利用者が施設立地点の左側にいる場合と右側にいる場合の 2 通りがあり，(a-2) となる場合はある基準となる利用者が施設立地点の右側にいる場合のみ 1 通りであるから，格差の総和は，

$$\begin{aligned} &2\int_0^x \left(\frac{1}{2}(x-d)^2 + d^2 + \frac{1}{2}(a-(x+d))^2\right) \mathrm{d}d \\ &+ \int_x^{a-x} \left(d^2 - \frac{1}{2}(x-d)^2 + \frac{1}{2}(a-(x+d))^2\right) \mathrm{d}d \end{aligned} \tag{2.36}$$

となる．これを解き，利用者のペア数 a^2 で割ると，平均格差が求まり，

$$\frac{8x^3 - 6ax^2 + a^3}{3a^2} \tag{2.37}$$

となる．

(b)$\frac{a}{2} \leq x \leq a$ の場合

図 2.6(b-1) のように，基準となる利用者が施設から距離 d で $0 \leq d \leq a-x$ の場合，他の全ての利用者との距離の差の和は

$$\frac{1}{2}(x-d)^2 + d^2 + \frac{1}{2}(a-(x+d))^2 \tag{2.38}$$

となる．また，図 2.6(b-2) のように，基準となる利用者が施設から距離 d で $a-x \leq d \leq x$ の場合，他の全ての利用者との距離の差の和は

$$d^2 + \frac{1}{2}(x-d)^2 - \frac{1}{2}((x+d)-a)^2 \tag{2.39}$$

となる．(b-1) となる場合は基準となる利用者が施設立地点の左側にいる場合と右側にいる場合の 2 通りがあり，(b-2) となる場合は基準となる利用者が施設立地点の左側にいる場合のみ 1 通りであるから，格差の総和は，

$$\begin{aligned} &2\int_x^{a-x} \left(\frac{1}{2}(x-d)^2 + d^2 + \frac{1}{2}(a-(x+d))^2\right) \mathrm{d}d \\ &+ \int_0^x \left(d^2 + \frac{1}{2}(x-d)^2 - \frac{1}{2}((x+d)-a)^2\right) \mathrm{d}d \end{aligned} \tag{2.40}$$

となる．これを解き，利用者のペア数 a^2 で割ると，平均格差が求まり，

$$\frac{-8x^3 + 18ax^2 - 12a^2x + 3a^3}{3a^2} \tag{2.41}$$

となる.

ジニ係数

ジニ係数は平均格差を平均距離で割ったものであるから，場合分けも平均格差と同様になり，以下のように求まる.

(a)$0 \leq x \leq \frac{a}{2}$ の場合

$$\frac{16x^3 - 12ax^2 + 2a^3}{6ax^2 - 6a^2x + 3a^3}. \tag{2.42}$$

(b)$\frac{a}{2} \leq x \leq a$ の場合

$$\frac{-16x^3 + 36ax^2 - 24a^2x + 6a^3}{6ax^2 - 6a^2x + 3a^3}. \tag{2.43}$$

Theil 指標

ある地点から施設までの距離を d とすると，施設の左側にいる人の最大距離は x であり，右側にいる人の最大距離は $a - x$ となる．これより，Theil 指標は

$$\int_0^x d \log(ad) \mathrm{d}d + \int_0^{a-x} d \log(ad) \mathrm{d}d \tag{2.44}$$

となり，これを解くと，

$$\frac{1}{4}(2x^2 - 2ax + a^2)(-1 + 2\log a + 2\log(a - x)) \tag{2.45}$$

となる.

Atkinson 指標

ある地点から施設までの距離を d とすると，施設の左側にいる人の最大距離は x であり，右側にいる人の最大距離は $a - x$ となる．$\varepsilon \neq 1$ のとき，Atkinson 指標は

$$\bar{d}\left(\frac{1}{a}\left(\int_0^x \left(\frac{d}{\bar{d}}\right)^{1-\varepsilon} \mathrm{d}d + \int_0^{a-x} \left(\frac{d}{\bar{d}}\right)^{1-\varepsilon} \mathrm{d}d\right)\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{2.46}$$

となり，これを解くと，

$$\left(\frac{x^{2-\varepsilon} + (a - x)^{2-\varepsilon}}{a(2 - \varepsilon)}\right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \tag{2.47}$$

となる．ただし，$\varepsilon = 2$ のときは分母が 0 となるため求められない．また，$\varepsilon = 1$ のときは積分で表せないため求められない.

Kolm 指標

ある地点から施設までの距離を d とすると，施設の左側にいる人の最大距離は x であり，右側にいる人の最大距離は $a-x$ となる．よって，Kolm 指標は

$$\bar{d}+\varepsilon^{-1}\log\left(\frac{1}{a}\left(\int_0^x \exp(-\varepsilon d)\mathrm{d}d+\int_0^{a-x}\exp(-\varepsilon d)\mathrm{d}d\right)\right) \tag{2.48}$$

となり，これを解くと，

$$\bar{d}+\frac{1}{\varepsilon}\left(\log\left(\frac{2-\exp(-\varepsilon x)-\exp(-\varepsilon(a-x))}{a\varepsilon}\right)\right) \tag{2.49}$$

となる．$\bar{d}$ を a と x の式で表すと

$$\frac{2x^2-2ax+a^2}{2a}+\frac{1}{\varepsilon}\left(\log\left(\frac{2-\exp(-\varepsilon x)-\exp(\varepsilon(x-a))}{a\varepsilon}\right)\right) \tag{2.50}$$

となる．

第3章　効率性と平等性からみた2目的施設配置問題

3.1　はじめに

本章では，施設配置について効率性と平等性の 2 つの視点から考える．効率性指標は平均距離を，平等性指標は 2 章で議論した結果から平均格差を用いる．この指標を用いる理由としては，標準化されていないため距離という物理的次元を持ち感覚的に捉えやすい，移転原理と直接比較を満たしているという点である．

はじめに，円・正三角形・正六角形領域，ランダム配置での平均格差の理論値を求めることにより，平均格差がどういう値をとるのかを議論する．次に，平等性と効率性の両方を同時に高くする 2 目的の最適施設配置問題を整数計画問題として定式化できることを示す．最後に，茨城県つくば市の施設配置分布からランダム配置を閾値として各施設の配置が平等であるかをみるとともに，新市庁舎の立地を想定し最適配置問題の解を求める．

3.2　連続平面上での定式化と解析的結果

はじめに，円・正三角形・正六角形領域の中心と端点に施設がある場合と，ランダムに配置を配置した場合における平均距離及び平均格差を求める．これにより，領域の中心と端点でどの程度平等性が異なるかについて考察ができる．また，ランダム配置の場合の平均格差の基準値を空間的施設配置の平等・不平等の閾値として考えられる．

利用者が一様に分布していると仮定した場合，腰塚・大澤 (1983) による施設からある距離離れたところにどの程度利用者がいるかを示す距離の確率分布を用いることによって平均格差を求めることができる．利用者が一様と仮定すると面積は利用者数と同値となる．圏域全体の利用者数を S，施設までの距離を R，距離 R が r 以内の利用者を $F(r)$ とすると，ちょうど距離が r の利用者数に相当する確率密度関数を $f(r)$ は

$$f(r) = \frac{1}{S}\frac{\mathrm{d}F(r)}{\mathrm{d}r} \tag{3.1}$$

となる．これを用いると距離の確率分布による平均距離 $E(R)$ は

$$E(R) = \int r f(r) \mathrm{d}r \tag{3.2}$$

となる．平均格差 $AD(R)$ は

$$AD(R) = \int \int f(r_1) f(r_2) |r_1 - r_2| \mathrm{d}r_1 \mathrm{d}r_2 \tag{3.3}$$

となる．

式 (3.2) と式 (3.3) を用いて平均距離 $E(R)$ 及び平均格差 $AD(R)$ を，円・正六角形・正方形・正三角形領域について図 3.1 のように施設が中心にある場合と図 3.2 のように施設が端点にある場合，ランダムな施設配置の場合について算出する．

円の半径を a，正六角形･正方形･正三角形の 1 辺の長さを a とする．地域面積を S とし，それぞれ等しい面積で求める．なお，厳密な確率密度関数は腰塚･大澤 (1983)，Mathai(1999) により求められている．

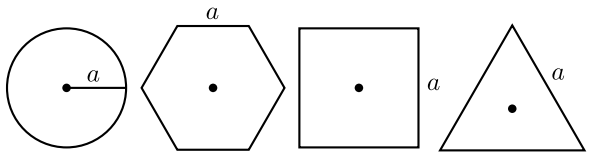


図 3.1: 中心に施設立地

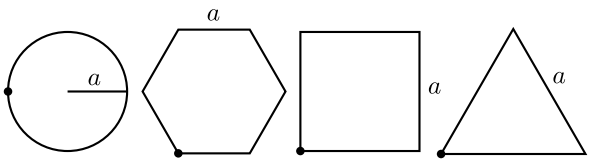


図 3.2: 端点に施設立地

円

円の場合，面積は $S = \pi a^2$ となるから $a = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ となる．円の中心にある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \frac{2\pi}{S} r \quad (0 \leq r \leq \sqrt{\frac{S}{\pi}}) \tag{3.4}$$

となる．これより平均距離は Beckmann(1999) により，

$$E(R) = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0.376\sqrt{S} \tag{3.5}$$

と求められている．平均格差は解析的に求まり

$$AD(R) = \frac{4}{15}\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0.150\sqrt{S} \tag{3.6}$$

となる．円の端点にある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \frac{1}{S}\left(2r\arccos\left(\frac{\pi r}{2S}\right)\right)\ (0 \leq r \leq 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}) \tag{3.7}$$

となる．これより平均距離は腰塚 (1986) により，

$$E(R) = \frac{32}{9\pi}\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0.639\sqrt{S} \tag{3.8}$$

と求められている．平均格差は解析的に求まり

$$AD(R) = \frac{128}{9\pi}\left(\frac{352}{375\pi} - \frac{9}{50}\right)\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0.304\sqrt{S} \tag{3.9}$$

となる．

正六角形

正六角形の場合，面積は $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ となるから $a = \sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}$ となる．中心に施設がある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{S}\left(2\pi r\right) & (0 \leq r \leq \sqrt{\frac{2S}{4\sqrt{3}}}) \\ \frac{1}{S}\left(2\pi r - 12r\arccos\left(\frac{\sqrt{2S}}{2\cdot 3^{1/4} r}\right)\right) & (\sqrt{\frac{2S}{4\sqrt{3}}} \leq r \leq \sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}) \end{cases} \tag{3.10}$$

となる．平均距離は Beckmann(1999) により，

$$E(R) = \sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\log\sqrt{3}\right) \approx 0.377\sqrt{S} \tag{3.11}$$

と求められている．平均格差は数値積分により求めると

$$AD(R) \approx 0.152\sqrt{S} \tag{3.12}$$

となる．端点にある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{S}\left(\frac{2}{3}\pi r\right) & (0 \leq r \leq \sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}) \\ \frac{1}{S}\left(2r\arcsin(\frac{\sqrt{2S}}{2\cdot 3^{1/4}r})\right) & (\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}} \leq r \leq \sqrt{\frac{2S}{\sqrt{3}}}) \\ \frac{1}{S}\left(\frac{1}{3}\pi r - 2r\arccos(\frac{\sqrt{2S}}{3^{1/4}r})\right) & (\sqrt{\frac{2S}{\sqrt{3}}} \leq r \leq 2\sqrt{\frac{2S}{3\sqrt{3}}}) \end{cases} \tag{3.13}$$

となる．これより平均距離を求めると，

$$E(R) = \frac{\sqrt{2S}}{18\sqrt{3\sqrt{3}}}\left(7 + 3\sqrt{6} + \frac{9}{2}\log 3 + \frac{3}{2}\log(3+2\sqrt{3})\right) \approx 0.687\sqrt{S} \tag{3.14}$$

となる．平均格差は数値積分により求めると

$$AD(R) \approx 0.311\sqrt{S} \tag{3.15}$$

となる．

正方形

正方形の場合，面積は $S = a^2$ となるから $a = \sqrt{S}$ となる．中心に施設がある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{S}\left(2\pi r\right) & (0 \leq r \leq \frac{\sqrt{S}}{2}) \\ \frac{1}{S}\left(2\pi r - 8r\arccos\left(\frac{\sqrt{S}}{2r}\right)\right) & (\frac{\sqrt{S}}{2} \leq r \leq \sqrt{\frac{S}{2}}) \end{cases} \tag{3.16}$$

となる．平均距離は Beckmann(1999) により，

$$E(R) = \frac{\sqrt{S}}{6}\left(\sqrt{2} + \log(1+\sqrt{2})\right) \approx 0.383\sqrt{S} \tag{3.17}$$

と求められている．平均格差は数値積分により求めると

$$AD(R) \approx 0.162\sqrt{S} \tag{3.18}$$

となる．端点に施設がある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{S}\left(\frac{1}{2}\pi r\right) & (0 \leq r \leq \sqrt{S}) \\ \frac{1}{S}\left(\frac{1}{2}\pi r - 2r\arccos(\frac{\sqrt{S}}{r})\right) & (\sqrt{S} \leq r \leq \sqrt{2S}) \end{cases} \tag{3.19}$$

となる．これより平均距離を求めると，

$$E(R) = \frac{\sqrt{S}}{3}\left(\sqrt{2} + \log(1+\sqrt{2})\right) \approx 0.765\sqrt{S} \tag{3.20}$$

となる．平均格差は数値積分により求めると

$$AD(R) \approx 0.324\sqrt{S} \tag{3.21}$$

となる．

正三角形

正三角形の場合，面積は $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ となるから $a = \frac{2\sqrt{S}}{3^{1/4}}$ となる．中心に施設がある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{S}\left(2\pi r\right) & (0 \leq r \leq \frac{\sqrt{S}}{3^{3/4}}) \\ \frac{1}{S}\left(2\pi r - 6r\arccos\left(\frac{\sqrt{S}}{3^{3/4}r}\right)\right) & (\frac{\sqrt{S}}{3^{3/4}} \leq r \leq \frac{\sqrt{S}}{2\cdot 3^{3/4}}) \end{cases} \tag{3.22}$$

となる．平均距離は Beckmann(1999) により，

$$E(R) = \frac{2\sqrt{S}}{\sqrt{3\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6\sqrt{3}}\log(2+\sqrt{3})\right) \approx 0.404\sqrt{S} \tag{3.23}$$

と求められている．平均格差は数値積分により求めると

$$AD(R) \approx 0.195\sqrt{S} \tag{3.24}$$

となる．端点に施設がある場合，確率密度関数は

$$f(r) = \begin{cases} \frac{1}{S}\left(\frac{1}{3}\pi r\right) & (0 \leq r \leq 3^{1/4}\sqrt{S}) \\ \frac{1}{S}\left(\frac{1}{3}\pi r - 2r\arccos(\frac{3^{1/4}\sqrt{S}}{r})\right) & (3^{1/4}\sqrt{S} \leq r \leq \frac{2\sqrt{S}}{3^{1/4}}) \end{cases} \tag{3.25}$$

となる．これより平均距離を求めると，

$$E(R) = \frac{2\sqrt{S}}{3^{1/4}}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\log\sqrt{3}\right) \approx 0.924\sqrt{S} \tag{3.26}$$

となる．平均格差は数値積分により求めると

$$AD(R) \approx 0.373\sqrt{S} \tag{3.27}$$

となる．

ランダム配置

平面上に施設をランダムに配置した場合を考える．ランダム配置の場合，無限平面に施設をがある密度 ρ で分布していると考える．このとき，距離分布はポアソン分布に従い，確率密度関数は

$$f(r) = 2\rho\pi r e^{-\rho\pi r^2} \tag{3.28}$$

となる．平均距離は Clark and Evans(1954) により，

$$E(R) = \int_0^\infty r f(r)\mathrm{d}r = \frac{1}{2\sqrt{\rho}} \tag{3.29}$$

と求められている．面積 S に施設が n 個あるとき，$\rho = \frac{n}{S}$ より，

$$E(R) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{n}} = 0.500\sqrt{\frac{S}{n}} \tag{3.30}$$

となる．また，平均格差は解析的に求まり，

$$AD(R) = \frac{1}{2\sqrt{\rho}}(2-\sqrt{2}) \tag{3.31}$$

となる．面積 S に施設が n 個あるとき，$\rho = \frac{n}{S}$ より，

$$AD(R) = \frac{1}{2}(2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{S}{n}} \approx 0.293\sqrt{\frac{S}{n}} \tag{3.32}$$

となる．

これまでの計算から以下の定理が導かれる．

定理 3.1 利用者が平面上に一様分布すると仮定したときの円の中心と端点，及びランダム配置における平均格差は解析的に求められ，次式のようになる．

円の中心：

$$AD(R) = \frac{4}{15}\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0.150\sqrt{S} \tag{3.33}$$

円の端点：

$$AD(R) = \frac{128}{9\pi}\left(\frac{352}{375\pi} - \frac{9}{50}\right)\sqrt{\frac{S}{\pi}} \approx 0.304\sqrt{S} \tag{3.34}$$

ランダム配置：

$$AD(R) = \frac{1}{2}(2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{S}{n}} \approx 0.293\sqrt{\frac{S}{n}} \tag{3.35}$$

表 3.1: 平均格差と平均距離

領域形状・施設配置	平均格差 $AD(R)$	平均距離 $E(R)$
円の中心	*$0.150\sqrt{S}$	*$0.376\ \sqrt{S}$
正六角形の中心	$0.152\sqrt{S}$	*$0.377\ \sqrt{S}$
正方形の中心	$0.162\sqrt{S}$	*$0.383\ \sqrt{S}$
正三角形の中心	$0.195\sqrt{S}$	*$0.404\ \sqrt{S}$
円の端点	*$0.304\sqrt{S}$	*$0.639\ \sqrt{S}$
正六角形の端点	$0.311\sqrt{S}$	*$0.687\ \sqrt{S}$
正方形の端点	$0.324\sqrt{S}$	*$0.765\ \sqrt{S}$
正三角形の端点	$0.373\sqrt{S}$	*$0.924\ \sqrt{S}$
ランダム配置	*$0.293\sqrt{S}$	*$0.500\ \sqrt{S}$

*：解析的に導出

また，利用者が一様に分布する仮定で単純な領域とランダム施設配置における平均格差 $AD(R)$ と平均距離 $E(R)$ をまとめたものが，表 3.1 及び図 3.3 である．

中心に施設がある場合は円が最も平均格差は小さく，多角形では角数の多いほど円に近い領域形状になることから，平均格差は小さくなっている．また，平均距離に関しても同様のことが言える．端点に施設がある場合も円が最も小さく，三角形が最も大きいということになった．図 3.3 によって網かけしている部分を見るとわかるように，平均格差・平均距離ともに最も小さくなっているのが円の中心に施設がある場合となっている．よって，これら 2 つの指標からみて円の中心が最もよいことがわかる．

また，中心にある場合に比べ端点にある場合はそれぞれ平均格差が 2 倍程度大きくなっている．また，平均距離は 1.7 倍〜2.3 倍程度になっている．また，図 3.3 においてランダム配置における平均格差・平均距離と比較すると，端点にある場合は平均格差，平均距離ともにランダム配置の場合を上回り，中心にある場合は平均格差，平均距離ともにランダム配置の場合を下回っていることがわかる．よってランダム配置は両極端な配置の間といえる．

また，図 3.4 のようにランダムに配置した場合，規則的に配置した場合に面積 S を変化させたときに求まる平均格差と平均距離との関係を求めた結果が図 3.5 である．効率性を一定とし平等性の差をみるために平均距離を固定し平均格差を比較すると，平均格差はランダム配置がもっとも大きく，正六角形配置が最も小さくなることがわかる．また，平等性を一定とし効率性の差をみるために平均格差を固定し平均距離を比較すると，平均距離はランダム配置が最も小さく，正六角形配置が最も大きくなることがわかる．

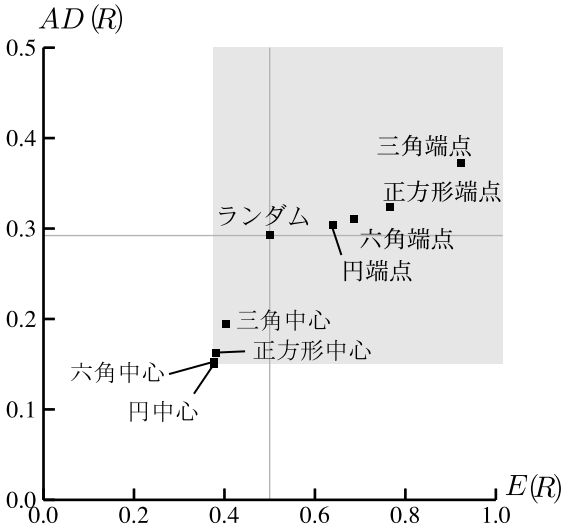


図 3.3: 平均距離と平均格差の関係

3.3　離散的空間での 2 目的施設配置問題の定式化

次に，平等性と効率性の 2 つの観点からの施設配置評価のために定式化を行う．平等性指標として平均格差，効率性指標として平均距離を用いる．平均格差と平均距離の加重和の最小化問題として考える．これは，整数計画問題として定式化でき，求めることができる．整数計画問題については今野・鈴木 (1982) を参照されたい．利用者が離散分布の場合，例えば町丁目ごとの人口データを用いるような場合，以下のように定式化できる．

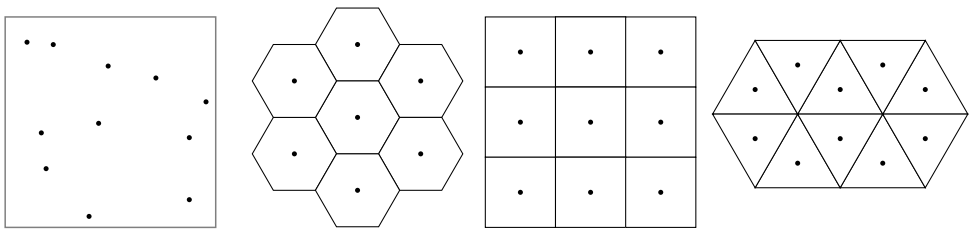


図 3.4: ランダム配置と規則的配置

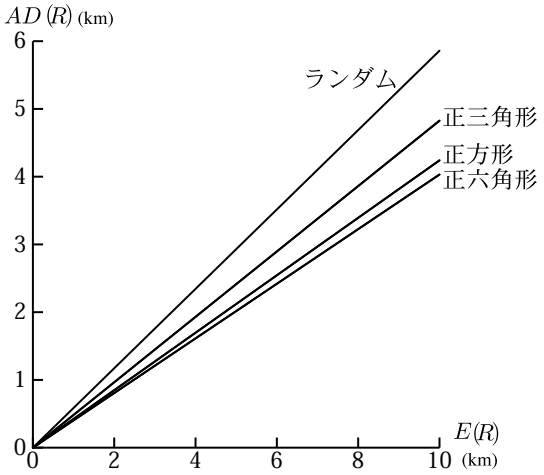


図 3.5: 平均距離と平均格差の関係

所与の変数

所与の変数は以下のようになる.

n : 需要点数

m : 施設立地候補点数

q : 施設数

p_i : 需要点 $i(i = 1, \cdots, n)$ の利用者数

p : 対象地域の総利用者数，つまり $p = \sum_{i=1}^{n} p_i$

d_{ij} : 需要点 i から立地候補点 $j(j = 1, \cdots, m)$ への距離

決定変数

決定変数として 0-1 変数を用いる．これらの変数の値が変化することによって目的関数の値が変化するものである．目的関数が最小になる場合のこれらの変数の値を求めることとなる.

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{立地候補点 } j \text{ に施設を建設する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{需要点 } i \text{ の利用者が立地候補点 } j \text{ の施設を利用する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

平均格差・平均距離の定式化

以上に挙げられた変数を用いることで平均格差を表現すると，

$$\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m} p_i p_k |d_{ij} - d_{kl}| Y_{ij} Y_{kl} \tag{3.36}$$

と表せる．しかし，このままでは 2 次整数計画問題となる．より易しい問題にするために目的関数を線形とすることを考える．式 (3.36) が次式と等価である．

$$\begin{aligned} &\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m} p_i p_k |d_{ij} Y_{ij} - d_{kl} Y_{kl}| \\ &-\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m} p_i p_k d_{ij} Y_{ij} (1 - Y_{kl}) \\ &-\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m} p_i p_k d_{kl} (1 - Y_{ij}) Y_{kl} \end{aligned} \tag{3.37}$$

Y_{ij}, Y_{kl} はそれぞれ 0-1 変数であるから，(Y_{ij}, Y_{kl}) の組み合わせは (Y_{ij}, Y_{kl}) =(0,0), (0,1), (1,0), (1,1) の 4 パターンとなる．ここで求めたいものは $(Y_{ij}, Y_{kl}) = (1, 1)$ の場合のみである．式 (3.37) の第 1 項は $Y_{ij}, Y_{kl} = (0, 1), (1, 0), (1, 1)$ の 3 パターンの合計値であり，第 2 項は $Y_{ij}, Y_{kl} = (0, 1)$ の場合, 第 3 項は $Y_{ij}, Y_{kl} = (1, 0)$ の場合である．よって，式 (3.36) は式 (3.37) と一致する．

第 2 項について考えると，ある k に対して $\sum_{l=1}^{m}(1 - Y_{kl}) = m - 1$ となり，$\sum_{k=1}^{n} p_k = p$ であるから，

$$\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m} p_k (1 - Y_{kl}) = p(m - 1) \tag{3.38}$$

となる．同様に第 3 項について考えると，

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} p_i (1 - Y_{ij}) = p(m - 1) \tag{3.39}$$

となる．これより，式 (3.37) は

$$\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}p_ip_k|d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl}|$$
$$-\frac{m-1}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij}-\frac{m-1}{p}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}p_kd_{kl}Y_{kl} \tag{3.40}$$

となる．さらに第 2 項と第 3 項は添え字のみが異なるだけで，どちらも値は同じとなるから，

$$\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}p_ip_k|d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl}|-\frac{2(m-1)}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij} \tag{3.41}$$

となり，このように線形の目的関数に変形できる. ここで，式 (3.41) は Mandell(1991) が行っているように絶対値をはずすことができる.

$$d^+_{ijkl} = \begin{cases} d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl} & d_{ij}Y_{ij}\geq d_{kl}Y_{kl} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$
$$d^-_{ijkl} = \begin{cases} d_{kl}Y_{kl}-d_{ij}Y_{ij} & d_{ij}Y_{ij}\leq d_{kl}Y_{kl} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

とすると，

$$d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl}=d^+_{ijkl}-d^-_{ijkl}$$
$$d^+_{ijkl}\geq 0$$
$$d^-_{ijkl}\geq 0$$

を満たし，

$$|d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl}|=d^+_{ijkl}+d^-_{ijkl}$$

と表せる．これを用いると平等性の目的関数は，

$$\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}p_ip_k(d^+_{ijkl}+d^-_{ijkl})-\frac{2(m-1)}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij} \tag{3.42}$$

となる．

また，平均距離は Daskin(1995) から

$$\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij} \tag{3.43}$$

と表せる．これは式 (3.42) の第 2 項と同じ構造を持つことに注意されたい．

線形加重和施設配置モデル

$w(0 \leq w \leq 1)$ を平等性として平均格差 (式 (3.42)) の重み，$1-w$ を効率性として平均距離 (式 (3.43)) の重みとする．以下のように 2 目的スカラー最小化施設配置モデルが目的関数，制約条件式がともに線形である整数計画問題として定式化できる．

$$\text{最小化}\quad w\left(\frac{1}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}p_ip_k(d^+_{ijkl}+d^-_{ijkl})-\frac{2(m-1)}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij}\right)$$
$$+(1-w)\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij} \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}
\text{条　件}\qquad \sum_{j=1}^{m}Y_{ij}&=1 && \forall i\\
\sum_{l=1}^{m}Y_{kl}&=1 && \forall k\\
\sum_{j=1}^{m}X_j&=q &&\\
Y_{ij}-X_j&\leq 0 && \forall i,j\\
Y_{kl}-X_l&\leq 0 && \forall k,l\\
X_j&=0,1 && \forall j\\
Y_{ij}&=0,1 && \forall i,j\\
Y_{kl}&=0,1 && \forall k,l\\
d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl}&=d^+_{ijkl}-d^-_{ijkl} && \forall i,j,k,l\\
d^+_{ijkl}&\geq 0 && \forall i,j,k,l\\
d^-_{ijkl}&\geq 0 && \forall i,j,k,l
\end{aligned}$$

目的関数式 (3.44) は整理すると，

$$\frac{w}{p^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{m}p_ip_k(d^+_{ijkl}+d^-_{ijkl})+\frac{3-2m-w}{p}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p_id_{ij}Y_{ij} \tag{3.45}$$

となる．

ここで，$w=1$ としたとき平均格差最小化の問題となり，$w=0$ としたとき平均距離最小化の問題，いわゆる p-median 問題に帰着する．このようにこの定式化は Daskin(1995)

に示されている p-median 問題の一般形となっている．整数計画問題なので，一般的な数理計画ソフトウエアを用いれば解くことができる．

定理 3.2 w を平等性として平均格差の重み，$1-w$ を効率性として平均距離の重みとし，$0 \leq w \leq 1$ とすると，*2* 目的スカラー最小化施設配置モデルは目的関数，制約条件式がともに線形である整数計画問題として定式化できる．

3.4 つくば市の施設配置への応用

前節までの解析的結果と数理計画問題の定式化を用いて，茨城県つくば市の公共施設配置を例に実際の施設配置問題を考える．

3.4.1 つくば市の公共施設

はじめに，平成 14 年 4 月現在の茨城県つくば市の市役所分庁舎・幼稚園・小学校・中学校・公民館・警察署・郵便局・銀行の分布に関して，これらの施設が効率的にあるいは平等に配置されているかについて考察を行う．銀行以外の施設は主に行政サービスとして運営されているものであり，銀行は営利企業の例として取り上げる．また，銀行は市内の複数の金融機関を対象とする場合と 1 社のみを対象とした場合の 2 パターンを考える．小学校などは通学距離の制約から空間的に平等に配置される施設と考えられる．一方，銀行などの施設はある程度人口の多いところに立地することから平等に配置されるとは考えにくい．このように，施設によって配置の状況が異なる．人口の分布に対して平等であるか，空間的に面積に対して平等であるかの 2 点から考察を行う．

まず，実際の施設配置から平均格差と平均距離を求める．町丁目 (224 区域) 別人口はつくば市 (1999) による統計つくば，面積は総務庁 (1995) による国勢調査，郵便局・銀行は東日本電信電話 (2000) によるタウンページ茨城県南部版，その他の施設はつくば市 (2000) によるつくばの教育を用いる．つくば市の町丁目区分は図 3.6，それぞれの施設の配置は図 3.7 の通りである．

そして，(1) 人口データから，(2) 面積データから，(3) ランダム配置による 3 種類の平均距離と平均格差の計算を行った．(1) 人口による計算は，町丁目代表点に人口が集まっていると仮定し代表点から施設までの距離を用いて求めたもの，(2) 面積による計算は，町丁目代表点に町丁目面積に比例する人口が集まっていると仮定し代表点から施設までの距離を用いて求めたもの，(3) ランダム配置はそれぞれの施設数とつくば市の面積 (259.59km^2) を式 (3.32) に代入して求めたものである．計算結果を表 3.2，図 3.8，図 3.9 に示す．

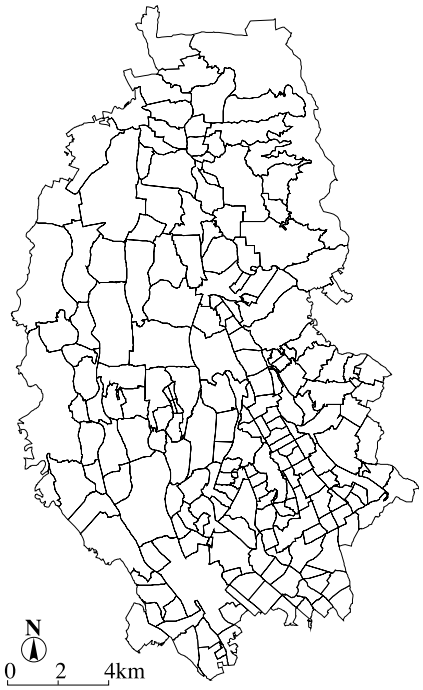


図 3.6: つくば市町丁目区分

表 3.2: つくば市の施設：平均格差と平均距離

	人口データによる		面積データによる		ランダム配置における	
	平均格差	平均距離	平均格差	平均距離	平均格差	平均距離
施設 (施設数)	$AD(R)$	$E(R)$	$AD(R)$	$E(R)$	$AD(R)$	$E(R)$
庁舎 (5)	1.458	2.804	1.495	2.967	2.112	3.605
幼稚園 (18)	1.324	1.607	1.389	2.042	1.113	1.900
小学校 (36)	0.673	0.929	0.697	1.014	0.787	1.344
中学校 (12)	1.185	1.733	1.208	2.204	1.363	2.327
公民館 (16)	1.015	1.502	1.347	2.079	1.180	2.016
警察署 (20)	1.011	1.290	0.886	1.402	1.056	1.803
郵便局 (25)	0.836	1.156	0.931	1.272	0.944	1.612
銀行複数 (36)	1.133	1.445	1.318	1.949	0.787	1.344
銀行 1 社 (10)	1.452	1.905	1.513	2.480	1.492	2.548

単位:km

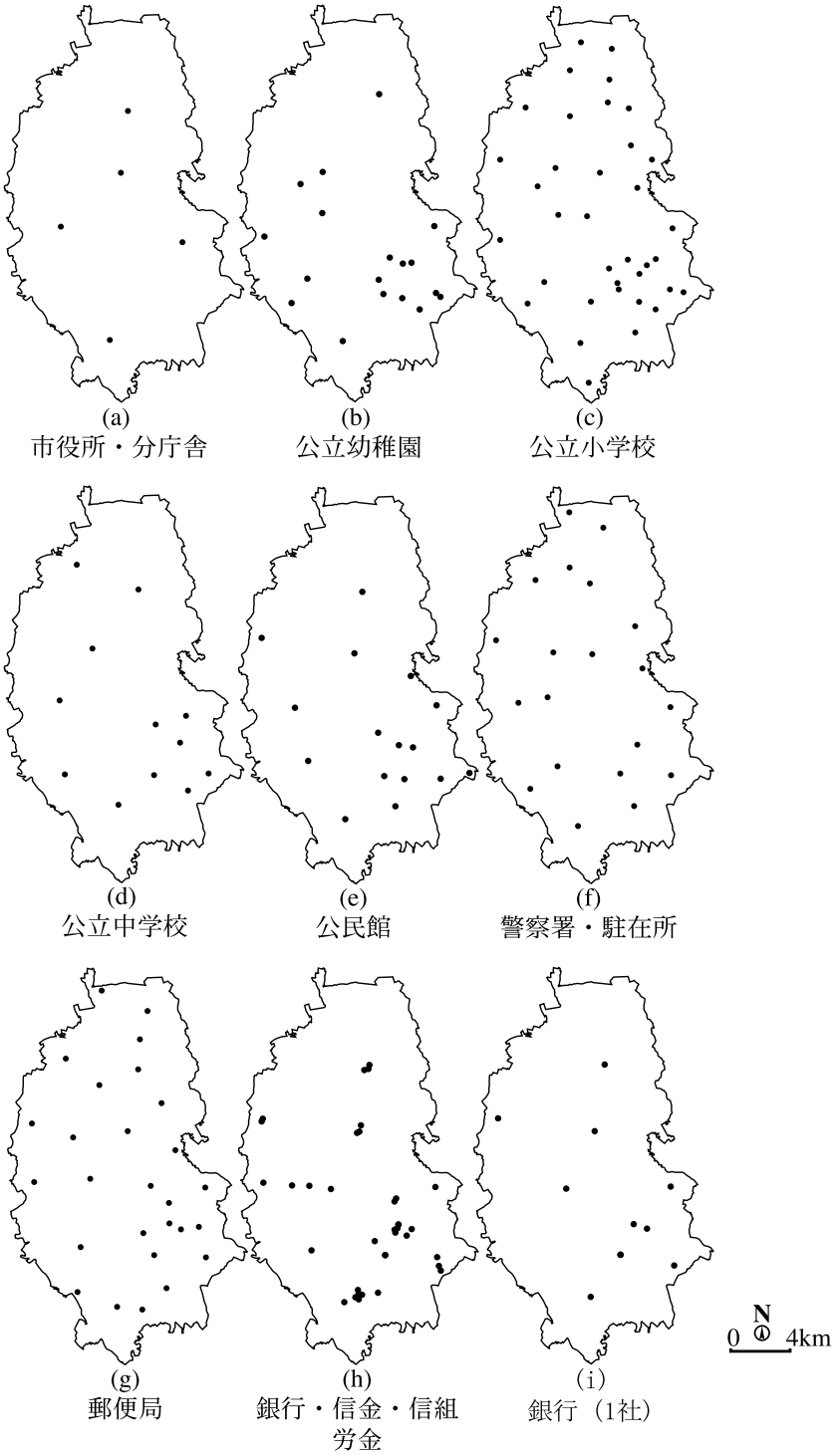


図 3.7: つくば市各施設の配置

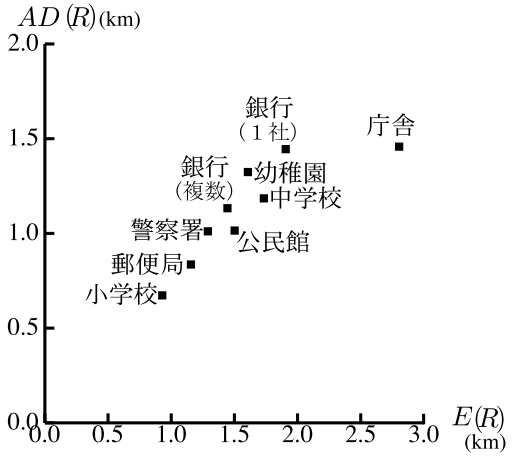


図 3.8: つくば市各施設：人口データによる平均距離と平均格差

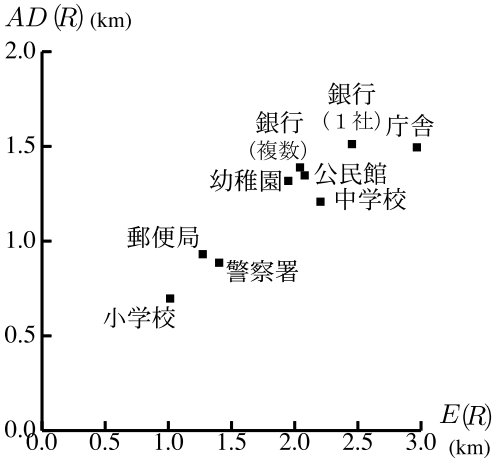


図 3.9: つくば市各施設：面積データによる平均距離と平均格差

この結果から，町丁目人口による値の比較を行う．銀行 (複数) と小学校は施設数が同じであるにもかかわらず，小学校のほうが平均格差・平均距離ともに小さくなっていることから，銀行 (複数) は小学校と比べ不平等な分布になっているといえる．郵便局と銀行 (複数) では郵便局のほうが施設数が少ないにもかかわらず，銀行 (複数) よりいずれも小さい値となっていることから郵便局は銀行 (複数) より平等な分布であるといえる．また，幼稚園は施設数のより少ない中学校や公民館と比べ平均格差の値が大きいことから，これらの施設と比べ不平等な配置といえる．また，銀行 (1 社) は市庁舎の倍の施設数があるにもかかわらず，平均格差はほぼ等しく，平均距離は市庁舎より大幅に小さいことから，より人口の多い地域に偏って存在していることがわかる．

そして，町丁目の人口と面積による値を比較する．人口による平均格差が面積によるものを大きく下回っている施設は公民館・郵便局・銀行である．これらの施設は人口でみた場合の平等性がより高いということから，人口に応じて分布していると考えられる．一方，人口による平均格差が面積によるものを上回っている施設は警察署・駐在所である．この施設は面積でみた場合の平等性がより高いということから，面積に応じて分布していると考えられる．その他の市庁舎・小学校・中学校は面積と人口による平均格差がほぼ等しいことから，人口・面積どちらに対しても同じような平等性を持っている分布であるといえる．

次に，ランダム配置と町丁目面積による平均格差・平均距離を比較する．ランダム配置による値が上回っている施設は幼稚園・公民館・銀行 (複数) となっている．これらの施設は空間的に不平等な分布であるといえる．その他の施設，庁舎・小学校・中学校・警察署・郵便局は面積による値が下回っていることから，より空間的に平等な分布であるといえる．銀行 (1 社) については，ほぼ同じ値をとっているから，銀行 (複数) よりは平等であるが，小学校等よりは空間的に不平等であるといえる．

これらのうち複数の銀行での結果は，営利企業のため空間競争の結果と考えられる．よって，Hotelling(1929) の空間立地問題や Alonso(1964) で示されたアイスクリーム屋台問題のように，平均距離や平均格差が小さくなるような配置にならないため，平均距離や平均格差は大きく，不平等な分布になっていると考えられる．

3.4.2 新つくば市庁舎配置

次に，新市庁舎の配置について考える．茨城県つくば市と稲敷郡茎崎町は 2002 年 11 月に合併した．合併前のつくば市と茎崎町の市役所庁舎・町役場の配置は図 3.10 のようになっている．また，つくば市 (2001) の総合計画において，新庁舎の建設が掲げられている．また，市庁舎建設審議会において，2004 年 5 月に新庁舎候補地としては葛城地区とセンター地区が答申されている．新庁舎建設の理由として，現在各部署は各庁舎に分散され

ているため，業務が非効率であるということがある．新庁舎の建設によって既存の庁舎は市民窓口のみとなり業務が新市庁舎に集約されることが考えられる．一方，新市庁舎建設に対して建設費用の問題から反対する意見もある．既存の施設を有効利用していくことで建設をせず，建設に要する費用を福祉など別の分野に活用できないかという考えもある．このような状況をふまえて，つくば市の新市庁舎の配置問題を考える．

ここでは市庁舎の配置問題について，(1) 現在ある 6 施設にセンター地区あるいは葛城地区を加えた場合，(2) 現在ある 6 施設に加えて小学校や公民館でサービスを行った場合について平均格差と平均距離を用いて平等性と効率性の 2 つの観点から比較を行う．また，センター地区に建設した場合としない場合に (3-1)1 施設に業務を集約，(3-2)2 施設に業務を集約した状況について考える．他のどの地点と比較しても平等性と効率性のいずれかが良い点（パレート最適点）と，3.3 節で定式化したものを用いて重み付け w を変化させた際の最適地点を求める．

(1) 新庁舎建設

はじめに，現状の 6 施設にセンター地区・葛城地区を加え，新庁舎を建設した場合の結果を表 3.3 に示す．この結果から，平均距離は小さくなるが，平均格差は逆に大きくなることがわかる．これは，最寄りの施設がセンター地区あるいは葛城地区のに変わる住民は距離が小さくなるが，それ以外の庁舎が最寄りのままである利用者は変わらないため，格差が広がると考えられる．葛城地区はセンター地区と同様の傾向はあるが，平均距離も平均格差も現状とほぼ変わらない配置となることがわかる．

表 3.3: 新庁舎建設した場合の平均格差・平均距離

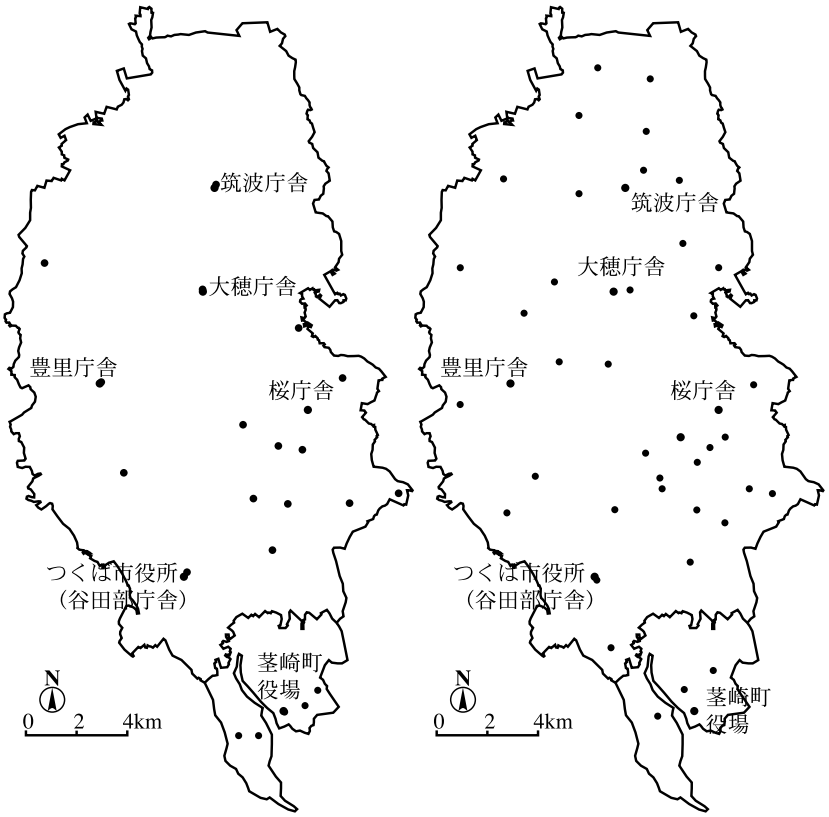
	平均格差	平均距離
	$AD(R)$(km) (倍)	$E(R)$(km)(倍)
現状 6 施設	1.463 (1.000)	2.803 (1.000)
現状 6 施設+センター	1.490 (1.018)	2.441 (0.871)
現状 6 施設+葛城	1.467 (1.003)	2.781 (0.992)

(2) 公民館・小学校でのサービス

近年，各市町村において情報技術を用いた市民サービスについて議論が行われている．そこで，情報技術を用いた市民サービス施設の拡大を考える．仮に公民館や小学校に端末を設置し，住民票や印鑑証明などの取得といったサービスが受けられるようになった場合を想定する．つくば市・茎崎町の小学校と公民館は図 3.11 のような配置となっている．



図 3.10: つくば市・茎崎町：庁舎・役場の配置



(a)現状 6 施設＋公民館２１施設　　(b)現状 6 施設＋小学校３９施設

図 3.11: つくば市・茎崎町：庁舎・小学校・公民館の配置

現状の 6 施設の場合，21 箇所の公民館を加えた場合，39 箇所の小学校を加えた場合それぞれの平均格差，平均距離を求めた結果が表 3.4 である．

表 3.4: 小学校・公民館でサービスを行った場合の平均格差・平均距離

	平均格差	平均距離
	$AD(R)$(km) (倍)	$E(R)$(km)(倍)
現状 6 施設	1.463 (1.000)	2.803 (1.000)
現状 6 施設+公民館 21 施設	1.205 (0.824)	1.476 (0.527)
現状 6 施設+小学校 39 施設	0.655 (0.448)	0.899 (0.321)

公民館でもサービスを行った場合，平均距離は約半分となるが，平均格差は 2 割ほどしか減少しない．これは図 3.11 からわかるように，つくば市北部の公民館は庁舎とほぼ同じ位置にあることから，北部の住民は施設までの距離がほとんど変わらない．一方，東部には公民館が多くなり距離は小さくなる．そのため格差はあまり小さくならないと考えられる．また，小学校でもサービスを行った場合，平均距離は約 3 分の 1 となるが，平均格差は半分弱となる．

(3-1)1 施設に集約

次に，新庁舎を建設し，その施設に業務を集約させた場合を考える．つくば市と茎崎町の町丁目 (262 区域) の人口と代表点を用いて，町丁目単位でどこに施設を配置すればよいかを考える．

各町丁目代表点に施設を立地した場合の平均格差と平均距離を求めプロットしたものが図 3.12 である．このうち，パレート最適点となるのは表 3.5 に挙げた 8 地点であり，そのうち前節で定式化した最適配置問題の解となるものは*を記した 5 地点である．$w = 1$ としたとき，平均格差の最小化問題となり，最適地点は東光台 4 丁目となる．また，$w = 0$ としたとき，平均距離の最小化問題となり，春日 3 丁目が最適地点となる．平均格差と平均距離の重み付け w を変えると，それに応じて東光台 3 丁目・西平塚・下平塚が最適地点となる．図 3.13 からわかるように，つくば市と茎崎町をあわせた範囲のほぼ中央部に最適地点があることがわかる．

また，平均格差・平均距離が最大の地点は図 3.13 に示してある茎崎町南端の富士見台である．この地点での平均格差は 6.206km ，平均距離は 16.198km となっている．平均格差は最適地点の東光台 4 丁目と比較すると 2.144 倍，平均距離は 2.880 倍となる．3.2 節で求めた単純図形領域で求めた場合の中心と端点の差（平均格差が 2 倍程度，平均距離は 1.7 倍〜2.3 倍程度）と比べやや大きくなっている．これは対象地域が南北に長いため，単純

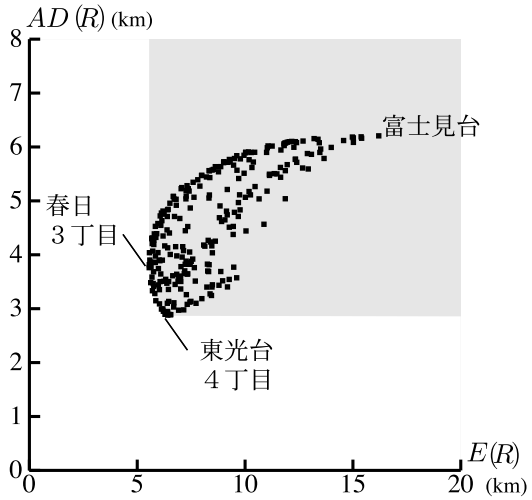


図 3.12: 平均格差と平均距離

図形領域と比べ長い距離の利用者が存在するためだと考えられる．

町丁目で考えると以上のような結果になるが，実際の建設となると用地の問題などによりこれらの候補地に建設できるとは限らない．そこで，現状の市庁舎・町役場とセンター地区・葛城地区のいずれかに建設した場合を考える．その結果を表 3.6，図 3.14 に示す．

センター地区・葛城地区に建設する場合，表 3.6 より，パレート最適点はセンター・葛城・豊里となる．平均格差の最小化では豊里庁舎の位置が最適地点となり，平均距離でみるとセンター地区が最適地点という結果になった．その間をとる場合は葛城地区が最適地点となる．2 目的施設配置モデルにおける最適地点は w のとりかたによって豊里庁舎・葛城地区・センター地区のいずれかとなる．それ以外の地点は w をどのようにとっても最適地点にはならない．

センター地区に建設せず，現在利用している市庁舎・分庁舎に建設する場合，表 3.7 より，パレート最適点は桜・大穂・豊里となる．平均格差の最小化では豊里庁舎の位置が最適地点となり，平均距離でみると桜庁舎が最適地点という結果になった．2 目的施設配置モデルにおける最適地点は w のとりかたによって豊里庁舎か桜庁舎のいずれかとなる．それ以外の地点は w をどのようにとっても最適地点にはならない．

現状の 6 施設の場合と 1 施設に集約した場合の比較を行う．現状の平均格差・平均距離を 1 とし，1 施設に集約した場合それぞれの値が何倍になるかをパレート最適点となるすべてについてまとめたものが表 3.8 である．262 町丁目いずれかの場合，最大で平均格差は 2.4 倍弱，平均距離は 2.3 倍弱となる．現在の 6 施設＋センター地区・葛城地区のうち



図 3.13: つくば市・茎崎町：庁舎・役場の配置

表 3.5: 1 施設のパレート最適地点

	平均格差 $AD(R)$(km)	平均距離 $E(R)$(km)	線形加重和最小化問題の解	重み w
*東光台 4 丁目	2.881	6.411	○	0.90-1.00
*東光台 3 丁目	2.895	6.287	○	0.63-0.90
中東原新田	2.952	6.211	×	-
西原	2.993	6.122	×	-
北郷	3.089	6.031	×	-
*西平塚	3.147	5.861	○	0.46-0.63
*下平塚	3.333	5.704	○	0.34-0.46
*春日 3 丁目	3.483	5.625	○	0.00-0.34

表 3.6: センター地区・葛城地区に建設する場合：1 施設の平均距離と平均格差

	平均格差 $AD(R)$(km)	平均距離 $E(R)$(km)	パレート最適点	線形加重和最小化問題の解	重み w
谷田部	4.298	7.960	×	×	-
桜	3.995	6.169	×	×	-
大穂	3.795	7.452	×	×	-
豊里	3.156	7.811	○	○	0.87-1.00
筑波	5.139	10.157	×	×	-
茎崎	6.112	12.274	×	×	-
センター	4.171	5.634	○	○	0.00-0.03
葛城	3.466	5.740	○	○	0.03-0.87

表 3.7: センター地区に建設しない場合：1 施設の平均距離と平均格差

	平均格差 $AD(R)$(km)	平均距離 $E(R)$(km)	パレート最適点	線形加重和最小化問題の解	重み w
谷田部	4.298	7.960	×	×	-
桜	3.995	6.169	○	○	0.00-0.66
大穂	3.795	7.452	○	×	-
豊里	3.156	7.811	○	○	0.66-1.00
筑波	5.139	10.157	×	×	-
茎崎	6.112	12.274	×	×	-

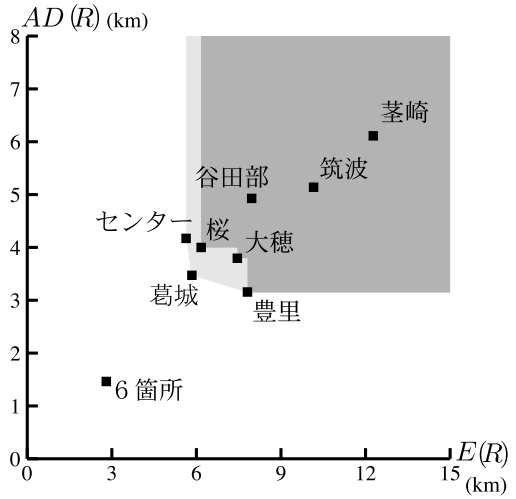


図 3.14: 1 施設立地した場合の平均距離と平均格差

1 施設を選ぶ場合，最大で平均格差は 2.9 倍弱，平均距離は 2.8 倍弱となる．

(3-2)2 施設に集約

最後に，2 施設に施設を集約させる場合を考える．1 施設に集約せず 2 施設を使用する理由としては，現在の庁舎を有効活用する，あるいは危機管理の一環として市庁舎を分散化させておく，などが考えられる．このように考えた場合の平均格差と平均距離は表 3.9，図 3.15，図 3.16 のようになる．

平均格差と平均距離の重み付け w を変化させることによって最適地点は図 3.15，図 3.16 に示したようになる．この場合，パレート最適点も 2 目的施設配置モデルにおける解も同じになり，新庁舎を建設しない場合，表 3.10 の 2 パターン｛谷田部，大穂｝,｛大穂，桜｝となり，新庁舎をセンター地区に建設した場合，表 3.11 の 3 パターン｛谷田部，大穂｝,｛筑波，センター｝,｛大穂，センター｝となる．

現状の 6 施設の場合と 2 施設に集約した場合について比較を行う．現状の平均格差・平均距離を 1.000 とし，2 施設に集約した場合それぞれの値が何倍になるかをまとめたものが表 3.12 である．現在の 6 施設から表 3.12 の 2 施設に集約した場合，最小で平均格差は 2.0 倍強，平均距離は約 1.7 倍となる．現在の 6 施設＋センター地区の場合，最小で平均格差は 1.9 倍強，平均距離は 1.5 倍弱となる．

表 3.8: 現状 6 施設と集約 1 施設の平均格差・平均距離比較

	平均格差	平均距離
	$AD(R)$(km) (倍)	$E(R)$(km)(倍)
現状 6 施設	1.463(1.000)	2.803(1.000)
東光台 4 丁目	2.881(1.969)	6.411(2.287)
東光台 3 丁目	2.895(1.979)	6.287(2.243)
中東原新田	2.952(2.018)	6.211(2.216)
西原	2.993(2.046)	6.122(2.184)
北郷	3.089(2.111)	6.031(2.152)
西平塚	3.147(2.151)	5.861(2.091)
下平塚	3.333(2.278)	5.704(2.035)
春日 3 丁目	3.483(2.381)	5.625(2.007)
桜	3.995(2.731)	6.169(2.201)
大穂	3.795(2.594)	7.452(2.659)
豊里	3.156(2.157)	7.811(2.787)
センター	4.171(2.851)	5.634(2.010)
葛城	3.466(2.369)	5.740(2.047)

表 3.9: 2 施設の平均格差・平均距離

			平	均	格	差	$E(R)$
	谷田部	3.656	2.386	2.999	2.485	5.031	4.066
平	4.941	桜	3.053	3.264	3.076	3.710	4.063
均	4.826	4.720	大穂	3.476	4.110	2.545	2.842
距	5.644	5.025	6.509	豊里	3.535	2.675	3.308
離	5.240	4.839	7.109	6.770	筑波	3.091	2.779
$AD(R)$	7.869	5.616	6.049	6.745	7.243	茎崎	4.031
	4.810	5.363	4.099	4.567	4.164	5.291	センター

表 3.10: センター地区に建設しない場合：2 施設のパレート最適地点

	平均格差	平均距離	線形加重和	重み
	$AD(R)$(km)	$E(R)$(km)	最小化問題の解	w
谷田部・大穂	2.386	4.826	○	0.14-1.00
大穂・桜	3.053	4.720	○	0.00-0.14

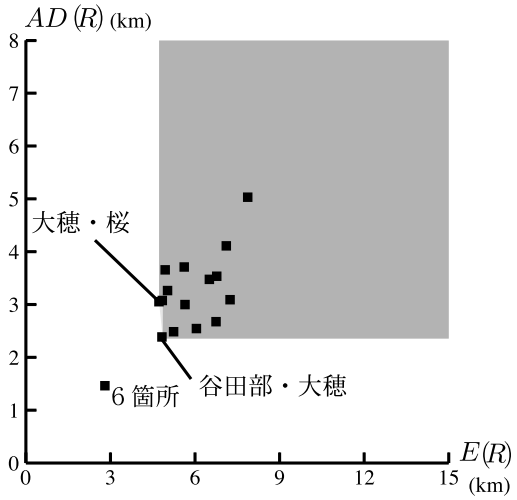


図 3.15: センター地区に建設しない場合：2 施設の平均距離と平均格差

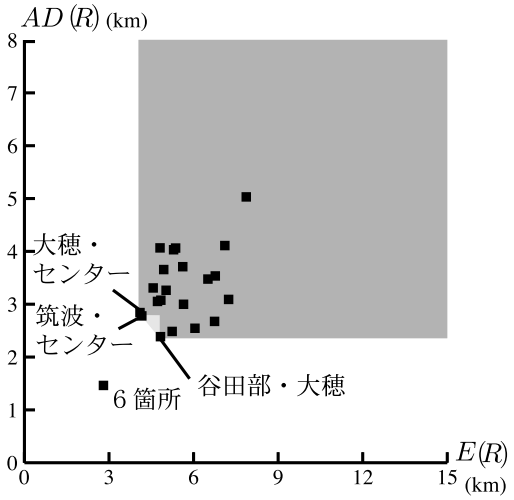


図 3.16: センター地区に建設する場合：2 施設の平均距離と平均格差

表 3.11: センター地区に建設する場合：2 施設のパレート最適地点

	平均格差 $AD(R)$(km)	平均距離 $E(R)$(km)	線形加重和最小化問題の解	重み w
谷田部・大穂	2.386	4.826	○	0.64-1.00
筑波・センター	2.779	4.164	○	0.51-0.64
大穂・センター	2.842	4.099	○	0.00-0.51

表 3.12: 現状 6 施設と集約 2 施設の平均格差・平均距離比較

	平均格差 $AD(R)$(km) (倍)	平均距離 $E(R)$(km)(倍)
現状 6 施設	1.463 (1.000)	2.803 (1.000)
谷田部・大穂	2.386 (1.631)	4.826 (1.721)
大穂・桜	3.053 (2.086)	4.720 (1.684)
谷田部・大穂	2.386 (1.631)	4.826 (1.721)
筑波・センター	2.779 (1.900)	4.164 (1.485)
大穂・センター	2.842 (1.943)	4.099 (1.462)

3.5　まとめ

本章では，施設までのアクセス距離を用いて，効率性指標を平均距離，平等性指標を平均格差として施設立地について議論を行った．利用者一様分布の仮定のもとで，単純図形領域の中心や端点に施設がある場合と，ランダム施設配置における平均格差を導出した．そのうち円の中心・端点，ランダム配置においては解析的に値を求めることができた．また，領域の中心と端点での平等性の差異を求めた．これらの値は現実の値を解釈する上で参考となる．

そして，ランダム施設配置における平均格差の期待値を閾値として実際の面積データによる平均格差と比較することによって，施設配置の平等性を議論した．つくば市を例に，人口データと面積データによる平均格差の比較によって人口分布に対して平等な配置か空間的に平等な配置かについて示した．

また，平均距離と平均格差の 2 つの指標を用いて，平等性と効率性とに着目した 2 目的最適配置問題を整数計画問題として定式化した．これにより，一般的な数理計画問題を解くソフトウエアによって解けるため，一般に容易に利用できる．これを用いて，つくば市を例に庁舎配置問題を解いた．

第4章　平面上での効率性と平等性の2目的施設配置問題の幾何学的解法

4.1　はじめに

前章では，町丁目代表点などを用いた離散的点分布を需要点や立地候補点とした場合における最適解の導出のための定式化を行った．離散的なモデルであれば標準的な数理計画問題として解くことができる．しかし，候補点を限定せず平面上の任意の点とすると導出のための枠組みが異なってくる．

本章では連続平面上で最適解を求める方法を示す．需要点は離散的点分布とし，立地候補点を連続平面上のすべての点とする．また，対象領域は凸領域とする．

また，分析対象の施設として，利便施設と迷惑施設の 2 種類を考える．利便施設は市役所・図書館など近くにあることで利便性の高まる施設を指し，効率的な配置を考える．迷惑施設はゴミ処理場・斎場など必要ではあるが近くにあることを嫌われる施設を指す．そして，もう 1 つの目的として平等性を加えた，効率性と平等性，迷惑性と平等性の 2 つの 2 目的最適施設配置問題を考える．

既存研究としては，Ohsawa(2001), Ohsawa(2002), Ohsawa and Tamura(2003) の一連の研究がある．これらにおいて最大距離を最小化する (minimax) 問題と最小距離を最大化する (maximin) 問題の 2 目的問題に関する連続平面上でのボロノイ図を用いた幾何学的解法が示されている．本章では基本的なアルゴリズムはこれらの既存研究に基づいているが，格差の概念を含め平等性を考慮した点が拡張した部分となっている．

距離の計算は需要点から施設までの 2 乗距離を用いる．これによりボロノイ図での解法を用いやすくなるためである．効率性指標は総距離を用い，小さい値ほどより施設に近く効率性が高いとする．迷惑性の指標も総距離を用いるが，こちらは大きい値ほど施設から遠く迷惑性が低いとする．平等性指標は総格差を用いる．利用者どうし互いの施設までの距離が等しいほど平等であると考えられるため，格差が小さいほど平等であるとする．

このような仮定のもとで，施設配置の効率性と平等性，迷惑性と平等性の 2 目的における最適配置問題について，パレート最適解と目的関数値を図で描くことにより視覚的に表現し，評価するための計算方法と計算例を示す．

本章で用いる変数は以下の通りである．

$$
\begin{aligned}
\Omega &: \text{対象領域} \\
n &: \text{需要点数 } (n \geq 2) \\
\mathbf{p}_i &: \text{需要点の位置 } (i = 1, \cdots, n) \in \Omega \\
\mathbf{x} &: \text{立地点の位置} \in \Omega \\
m &: \text{対象領域の境界辺の数 } (m \geq 3)
\end{aligned}
$$

4.2　1 目的施設配置問題の解法

まずはじめに，平等性・効率性・迷惑性のいずれか 1 つのみを最適とする解を求めることを考える．

4.2.1　平等性

平等性指標 $F(\mathbf{x})$ は格差の総和を用いる．施設立地点と需要点 i との距離は $\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|$ と表せるから，

$$
F(\mathbf{x}) \equiv \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|^2 - \|\mathbf{x} - \mathbf{p}_j\|^2| \tag{4.1}
$$

と表せる．また，この指標での平等性の最適解を $\mathbf{b}^*$ と表すと，

$$
F(\mathbf{b}^*) = \min_{\mathbf{x} \in \Omega} F(\mathbf{x}) \tag{4.2}
$$

となる．

2 次元平面において $\mathbf{x} = (x, y), \mathbf{p}_i = (x_i, y_j), \mathbf{p}_j = (x_j, y_j)$ と表すと式 (4.1) の右辺

$$
\begin{aligned}
\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|^2 - \|\mathbf{x} - \mathbf{p}_j\|^2 &= ((x_i - x)^2 + (y_i - y)^2) - ((x_j - x)^2 + (y_j - y)^2) \\
&= 2(x_j - x_i)x + 2(y_j - y_i)y + C_1 \qquad (4.3)
\end{aligned}
$$

となる．C_1 は定数であり，x 及び y に関する 1 次式となる．このことから図 4.1 のように等値線は平行線となる．また，式 (4.1) の右辺には絶対値がついていることから，各立地点において，それぞれの需要点までの距離を近い順（あるいは遠い順）に並び替えてから計算をしなければならない．需要点までの距離の順序が等しい範囲は，各需要点ペアの垂直二等分線を引くことで示すことができる．図 4.2 のようにボロノイ領域の境界辺で区切られた領域をボロノイ領域と呼び，垂直二等分線をボロノイ辺と呼ぶ．各ボロノイ領域内は需要点までの距離の順に並べると図 4.2 に示したように等しくなっている．

また，ボロノイ辺と平等性の等値線が平行になることは，一般にはありえない．そのため，あるボロノイ領域内で $F(\mathbf{x})$ を最小にする地点はボロノイ領域内の頂点，すなわちボロノイ辺の交点となるから，最適解は必ずボロノイ辺の交点となる．

よって，最適解を求める際，ボロノイ辺の交点についてのみ調べればよい．垂直二等分線の数は需要点数を n 個としているから，$n(n-1)/2$ 個であるため計算量は $O(n^2)$ となる．ボロノイ点の交点の数は最大で垂直二等分線の数の 2 乗であるから $O(n^4)$ となる．よって平等性の最適解を求めるための計算量は $O(n^4)$ となり，多項式時間で解ける．

定理 4.1 平等性の最適解を求めるための計算量は $O(n^4)$ となり，多項式時間で解ける．

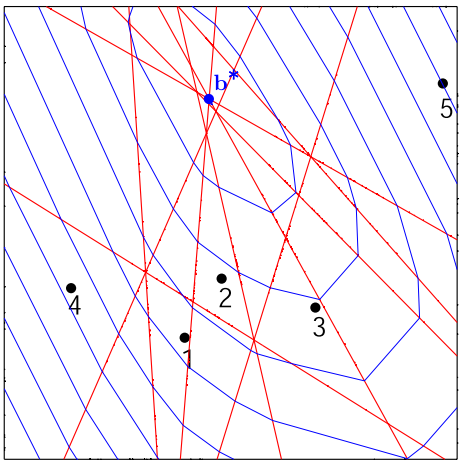


図 4.1: 平等性の等値線

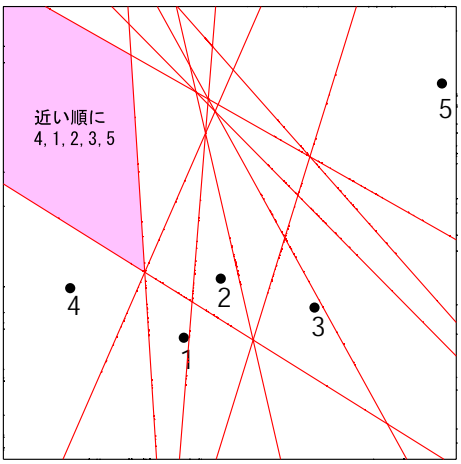


図 4.2: 垂直二等分線分割

4.2.2 効率性と迷惑性

効率性及び迷惑性の指標 $G(\mathbf{x})$ は施設までの距離の総和を用いる．施設立地点と需要点 i との距離は $\|\mathbf{x}-\mathbf{p}_i\|$ と表せるから，

$$G(\mathbf{x}) \equiv \sum_{i=1}^{n} ||\mathbf{x}-\mathbf{p}_i||^2 \tag{4.4}$$

と表現できる．また，効率性の最適解を $\mathbf{m}^*$ と表すと，

$$G(\mathbf{m}^*) = \min_{\mathbf{x}\in\Omega} G(\mathbf{x}) \tag{4.5}$$

となり，迷惑性の最適解を $\mathbf{a}^*$ と表すと，

$$G(\mathbf{a}^*) = \max_{\mathbf{x}\in\Omega} G(\mathbf{x}) \tag{4.6}$$

となる．式 (4.4) を変形すると，

$$G(\mathbf{x}) = ||\mathbf{x} - \frac{1}{n}\sum_{i} \mathbf{p_i}||^2 + C_2 \tag{4.7}$$

となる．C_2 は定数となることから，$\mathbf{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p_i}$ となるとき $G(\mathbf{x})$ は最小となり効率性の最適解となる．各需要点の座標を $\mathbf{p}_i$ とすると，各需要点の重心は $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i$ と表せる．よって，効率性の最適解 $\mathbf{m}^*$ は重心となり，また，等値線は図 4.3 のように重心を中心とする同心円となる．計算量は $O(n)$ となる．迷惑性の最適解 $\mathbf{a}^*$ は対象領域 Ω の境界線の頂点のうち，重心から最も遠いところとなる．計算量は $O(mn)$ となる．効率性と迷惑性の最適解は簡単に求められる．

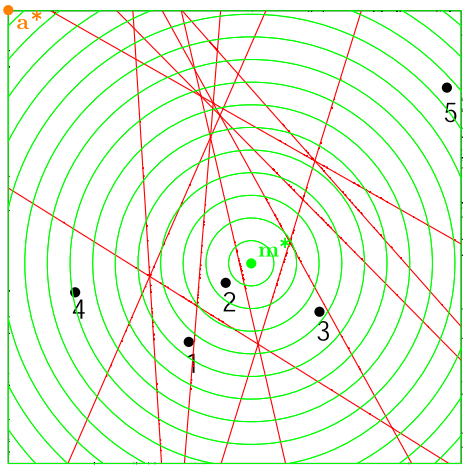


図 4.3: 効率性・迷惑性の等値線

4.3　2 目的施設配置問題の解法

前章ではそれぞれ 1 目的に対する最適化問題を考えたが，本章では効率性と平等性，迷惑性と平等性の 2 目的問題の解法を示す．

4.3.1　効率性と平等性

はじめに，効率性と平等性の両方を考慮した際のパレート最適集合を求める．目的関数は

$$\min F(\mathbf{x}), \min G(\mathbf{x}) \tag{4.8}$$

と表すことができる．

まず，対象平面のうちどこにパレート最適となる候補があるかを絞り込むための探索範囲について考える．前節で示したように各順序付きのボロノイ領域において平等性の等値線が異なることから，各ボロノイ領域にごとに考えなければならない．また，効率性の値が一定の部分のうち最も平等性の値が小さくなる地点がパレート最適の候補となる．この地点がどこになるかを図 4.4 と図 4.5 を用いて説明する．前節の結果から，効率性の値が一定となる部分は効率性の最適解を中心とする同心円上であるから，図 4.4 及び図 4.5 における $\mathbf{m}^*$ を中心とする緑色の円上になる．図 4.4 は平等性が最も小さくなる地点がボロノイ辺に相当するときである．図 4.5 はボロノイ領域の内部にある場合であり，このような状況になる点は効率性の等値線と平等線の等値線が接する点，すなわち $\mathbf{m}^*$ から引いた直線と平等性の等値線が垂直に交わる部分である．パターンとしてはこの 2 種類であるため，この範囲だけを調べればよいということになる．

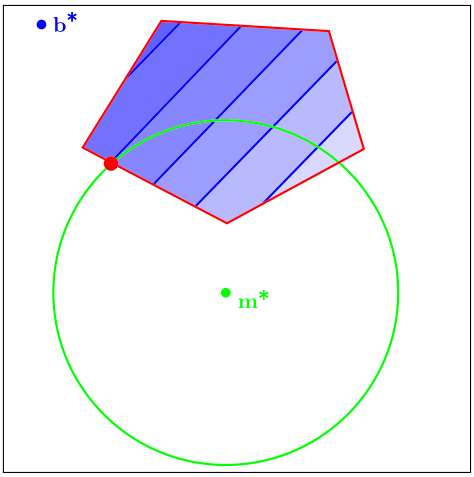


図 4.4: 効率性と平等性：探索範囲 (1)

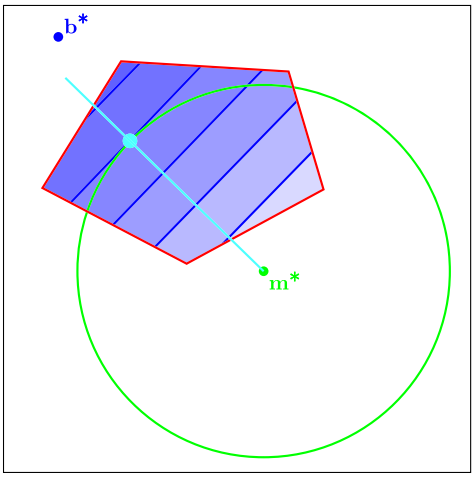


図 4.5: 効率性と平等性：探索範囲 (2)

ボロノイ辺か効率性の等値線と平等性の等値線が接する地点を探索すればよいということから，まずボロノイ辺を引く．各需要点に対して順位付きのボロノイ図，言い換えれば垂直二等分線分割を行うと図 4.6 のようになる．この操作は前節で示したように需要点数

を n とすると，計算量は $O(n^2)$ となる．また，直線によって区切られた領域の個数は直線の数の 2 乗であるから，ボロノイ領域の数は $O(n^4)$ となる．そして，各ボロノイ領域ごとに平等性の等値線を描き，さらに，各ボロノイ領域ごとに平等性の等値線と効率性の等値線が接する範囲を描くと図 4.7 の水色線部分となる．これは各ボロノイ領域につき $O(1)$ の計算で求められるから，計算量は $O(n^4)$ である．

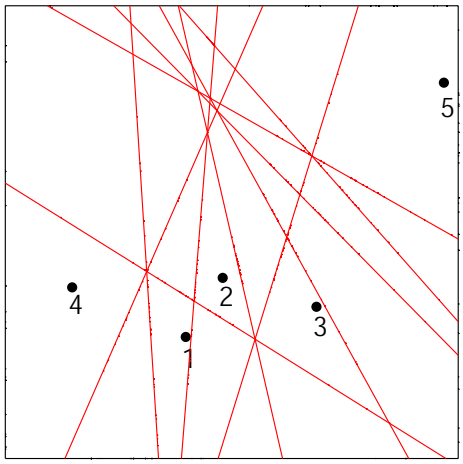


図 4.6: 垂直二等分線分割

この段階で図 4.7 のように解の候補となるボロノイ辺と効率性の等値線と平等性の等値線が接する点の軌跡である線が求まる．次に，図 4.8 のように解の候補となる各辺について，総距離と総格差をそれぞれ求め，横軸に総距離，縦軸に総格差をとった平面（以後，関数値平面と呼ぶ）に値をプロットする．この操作は各辺について $O(1)$ の計算で求められるから，すべての辺について求めるとしても $O(n^4)$ である．

そして，関数値平面の中で，総距離が最小となる点 $(G(\mathbf{m}^*), F(\mathbf{m}^*))$ をみつけ，そこから効率性指標の増加に対して平等性指標が小さくなる方向，すなわちパレート最適となる方向にある辺を調べていく．最終的に平等性指標が最小となる点 $(G(\mathbf{b}^*), F(\mathbf{b}^*))$ に一致した時点で終了となる．その結果が図 4.9 である．この操作はある辺に対して他のすべての辺について調べなければならないため，辺数の 2 乗の計算が必要となる．辺数が $O(n^4)$ であるから計算量は $O(n^8)$ となる．

最後に，関数値平面でパレート最適となった辺をもとの対象平面の辺に移すことで，図 4.10 のようにパレート最適となる地点が求まる．この操作は各辺に対する操作であるから $O(n^8)$ である．

このように効率性と平等性の 2 目的のパレート最適地点を求めることができる．最終的

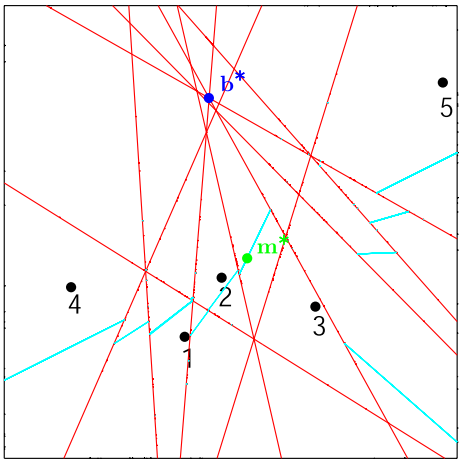


図 4.7: 効率性と平等性：解の候補

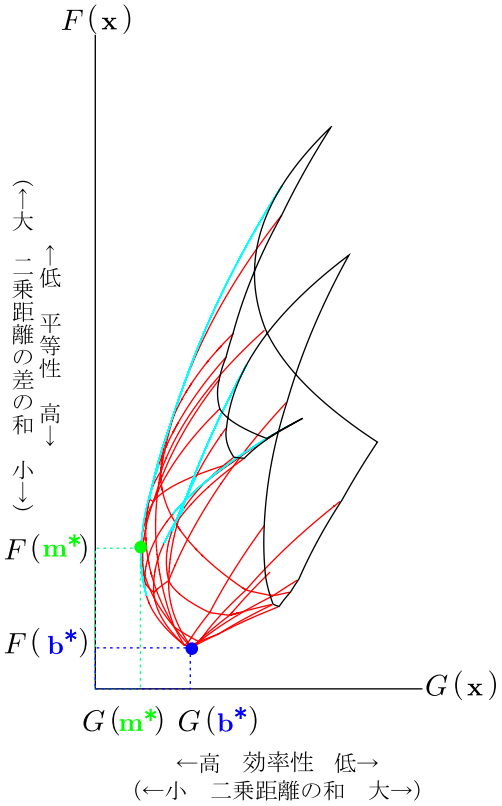


図 4.8: 効率性と平等性：2 目的プロット

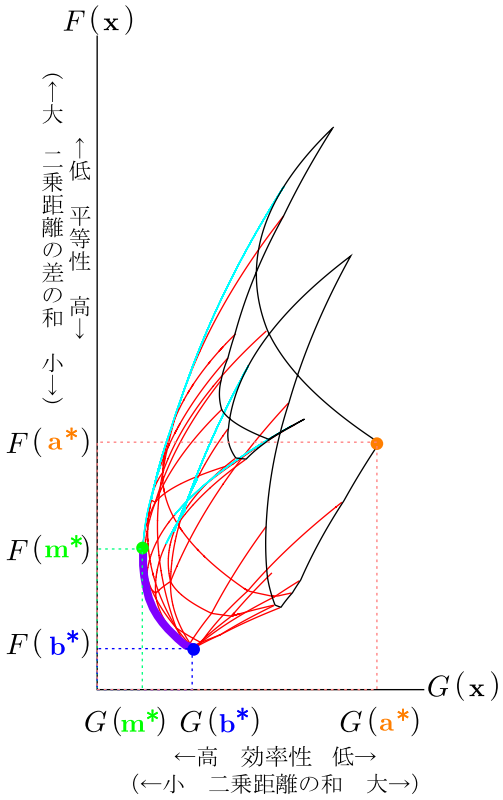


図 4.9: 効率性と平等性：2 目的プロット上のパレート最適地点

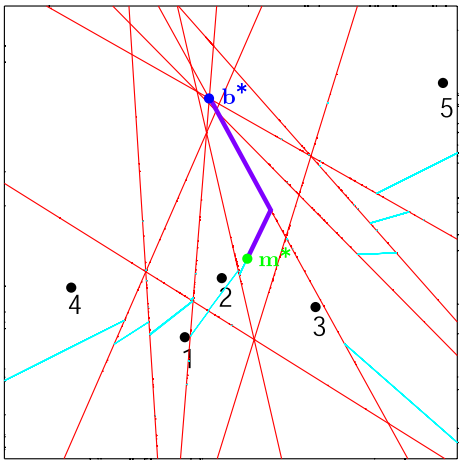


図 4.10: 効率性と平等性：パレート最適地点

に計算量は $O(n^8)$ となり，多項式時間で求めることができる．

定理 4.2 効率性と平等性の 2 目的のパレート最適解を求めるための計算量は $O(n^8)$ となり，多項式時間で解ける．

4.3.2 迷惑性と平等性

次に迷惑性と平等性の 2 目的問題の解法を示す．方法としては前項の方法に準じているが，探索範囲が異なるため導出方法が異なる．

迷惑性と平等性の両方を考慮した際のパレート最適集合を求める．目的関数は

$$\min F(\mathbf{x}), \max G(\mathbf{x}) \tag{4.9}$$

と表せる．

まず，対象平面のうちどこにパレート最適となる候補があるかを絞り込むための探索範囲について考える．前節で示したように各順序付きのボロノイ領域において平等性の等値線が異なることから，各ボロノイ領域ごとに考えなければならない．また，迷惑性の値が一定の部分のうち最も平等性の値が小さくなる地点がパレート最適の候補となる．この地点がどこになるかを考えると探索範囲は図 4.11 と図 4.12 に示した範囲となる．前節の結果から，迷惑性の値が一定となる部分は効率性の最適解 $\mathbf{m}^*$ を中心とする同心円上であるから，図 4.11 及び図 4.12 における緑色の部分になる．図 4.11 はある迷惑性のときに平等性が最も小さくなる地点がボロノイ辺に相当するときである．図 4.12 はそれが境界辺上の場合である．パターンとしてはこの 2 種類のみが考えられるため，この範囲だけを調べればよいということになる．

ボロノイ辺か効率性の等値線と平等性の等値線が接する場合を探索すればよいということから，まずボロノイ辺を引く．各需要点に対して順位付きのボロノイ図，言い換えれば垂直二等分線分割を行うと図 4.13 のようになる．この操作は前節で示したように需要点数を n とすると，計算量は $O(n^2)$ となる．境界辺については $O(m)$ となるからあわせて計算量は $O(n^2 + m)$ となる．

次に，図 4.14 のように各探索範囲となる辺について，総距離と総格差の値をそれぞれ求め，関数値平面に値をプロットする．この操作は各辺について $O(1)$ の計算で求められるから，すべての辺について求めるとしても $O(n^2 + m)$ である．

そして，関数値平面のなかで，迷惑性指標が最大となる点 $(G(\mathbf{a}^*), F(\mathbf{a}^*))$ をみつけ，そこから迷惑性指標の減少に対して最も平等性指標が小さくなる方向，すなわちパレート最適となる方向にある辺を調べていく．最終的に総格差が最小となる点 $(G(\mathbf{b}^*), F(\mathbf{b}^*))$ に

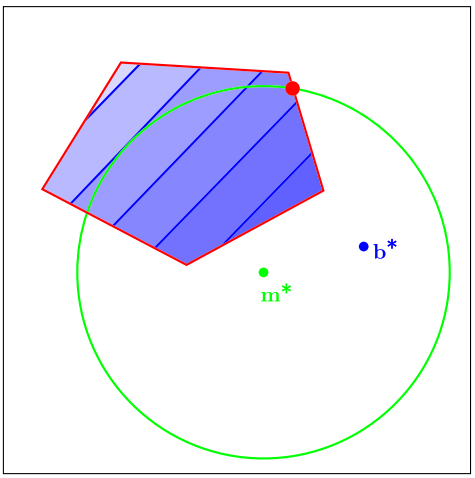


図 4.11: 迷惑性と平等性：探索範囲 (1)

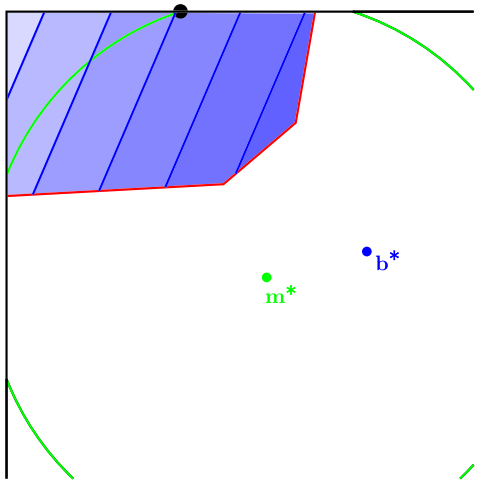


図 4.12: 迷惑性と平等性：探索範囲 (2)

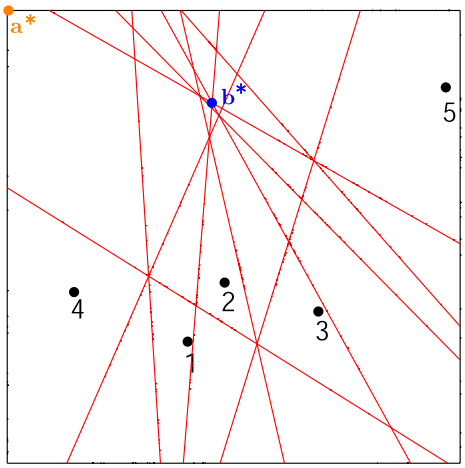


図 4.13: 迷惑性と平等性：解の候補

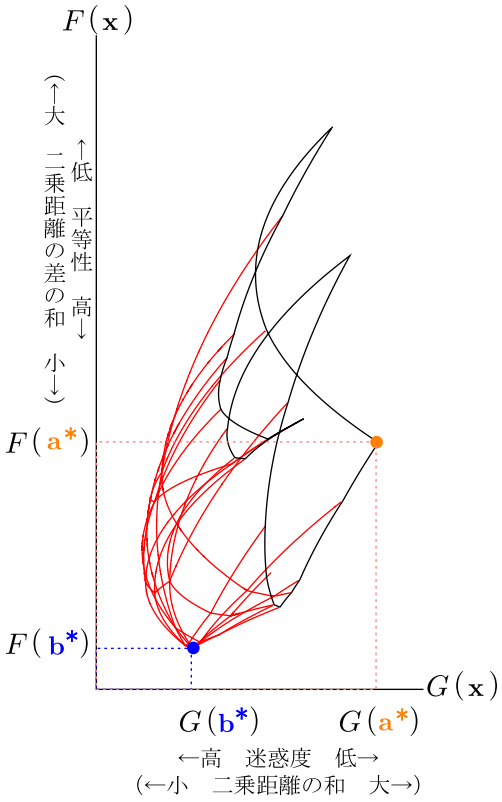


図 4.14: 迷惑性と平等性 : 2 目的プロット

一致した時点で終了となる．その結果が図 4.15 である．この操作はある辺に対して他のすべての辺について調べなければならないため，辺数の 2 乗の計算が必要となる．辺数が $O(n^2+m)$ であるから計算量は $O(n^4+m^2)$ となる．

最後に，関数値平面でパレート最適となった辺をもとの対象平面の辺に移すことで，図 4.16 のようにパレート最適となる地点が求まる．この操作は各辺に対する操作であるから $O(n^4+m^2)$ である．

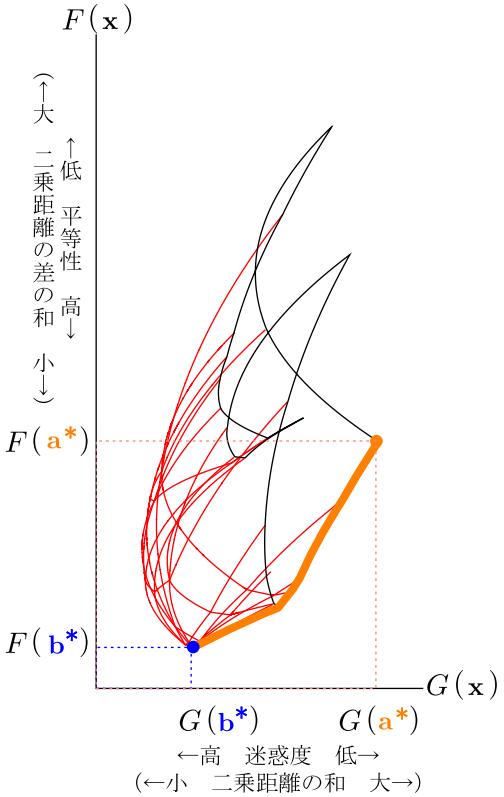


図 4.15: 迷惑性と平等性 : 2 目的プロット上のパレート最適地点

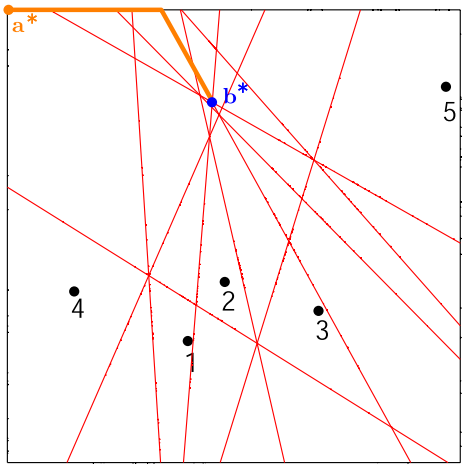


図 4.16: 迷惑性と平等性 : パレート最適地点

このように効率性と平等性の 2 目的のパレート最適地点を求めることができる．最終的に計算量は $O(n^4+m^2)$ となり，多項式時間で求めることができる．

定理 4.3 迷惑性と平等性の 2 目的のパレート最適解を求めるための計算量は $O(n^4+m^2)$ となり，多項式時間で解ける．

4.4　つくば市の施設配置への応用

茨城県つくば市を例にパレート最適解の導出を行う．需要点は合併前の旧市町村役場 6 か所で，現在は市庁舎及び支所となっている点とし，それぞれの需要点の重みは等しいものとする．範囲はつくば市域の凸包をとった範囲（図 4.17）とする．

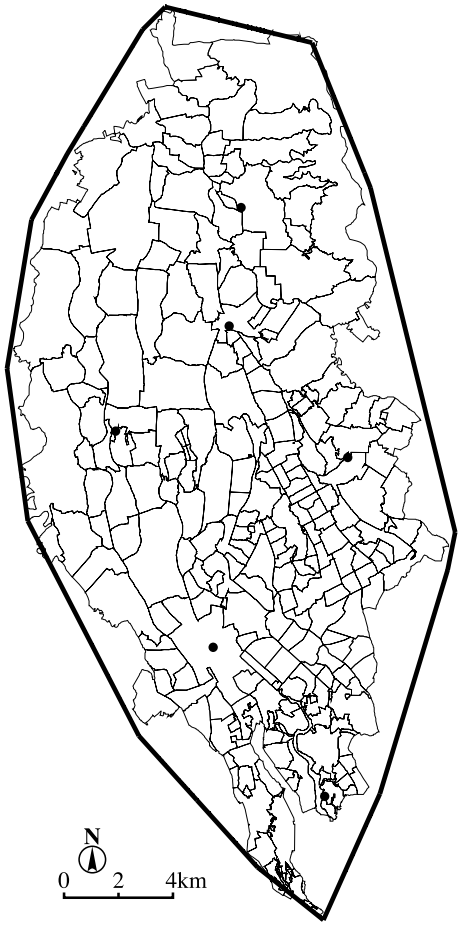


図 4.17: 対象領域とその凸包

4.4.1　効率性と平等性：新庁舎立地点を例に

効率性と平等性の 2 目的パレート最適配置問題を，前章で示した方法で解いた結果が図 4.18, 図 4.19 である．想定できる施設としては新庁舎の立地点が考えられる．緑色の点が効率性のみでの最適地点であり，つくばエクスプレス研究学園駅近くの葛城地区，青色の点が平等性のみでの最適地点であり，中心市街地の近くである小野崎地区となっている．

紫色の線がパレート最適地点である．パレート最適地点は市域のほぼ中心部となり，効率性と平等性どちらをとっても市域の中心部がふさわしいと考えられる．また，現状の市庁舎位置（白丸の点）と比較しても，いずれの指標もパレート最適地点が良くなっている．

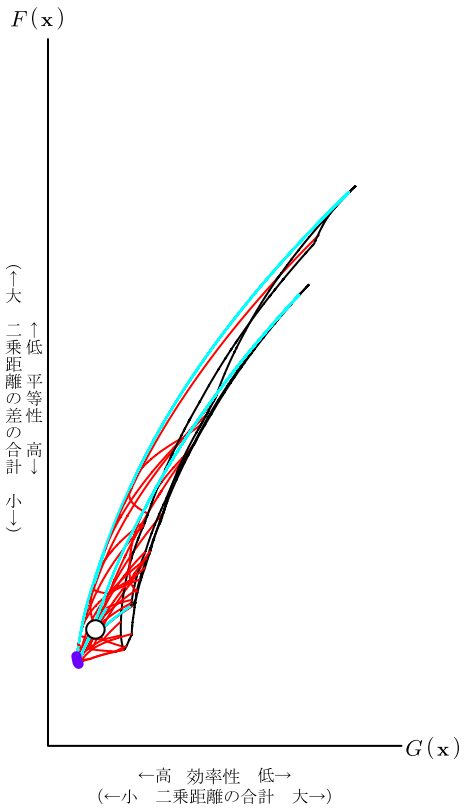


図 4.18: 新市役所位置：2 目的プロット

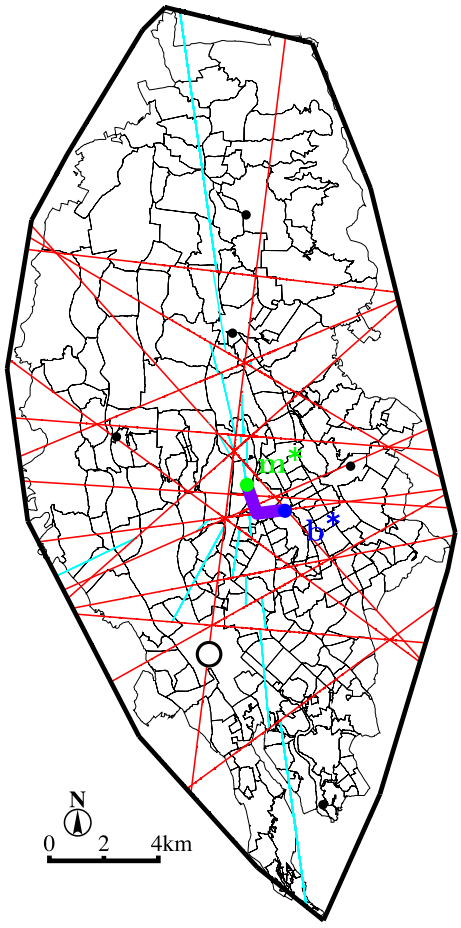


図 4.19: 新市役所位置：パレート最適

4.4.2 迷惑性と平等性：ゴミ処理場を例に

迷惑性と平等性の 2 目的パレート最適配置問題を，前章で示した方法で解いた結果が図 4.20，図 4.21 である．想定できる施設としてはゴミ処理場などが考えられる．橙色の点が迷惑性のみでの最適地点でありつくば市の北端となっている．青色の点が平等性のみでの最適地点であり市域のほぼ中心である小野崎地区となっている．橙色の線がパレート最適地点である．パレート最適地点は平等性を重視するほど市域の中心部であり，迷惑性を重

視するほど市域の端点になることがわかる．また，パレート最適地点は不連続であることもわかる．

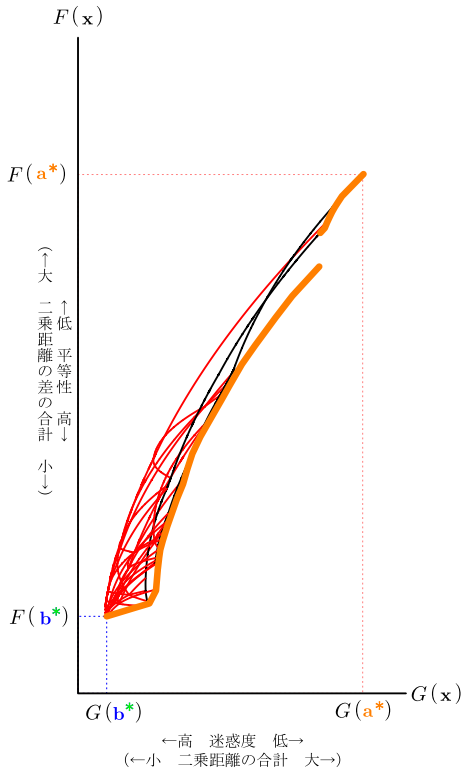


図 4.20: ごみ処理場：2 目的プロット

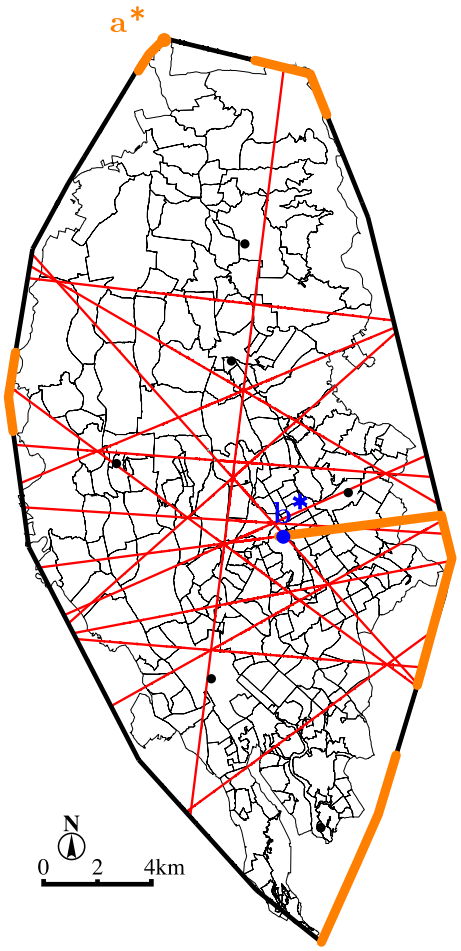


図 4.21: ごみ処理場：パレート最適

また，現在のゴミ処理場の位置（白丸の点）の値と比較した結果，迷惑性・平等性ともに現在より良くなる地点は図 4.22，図 4.23 に示された橙色の線の部分である．市域の南東の部分が最適解となる．

4.5　まとめ

本章では，第 3 章の拡張として，連続平面上での平等性と効率性，迷惑性のトレードオフに着目した 2 目的最適配置問題を取り上げた．連続平面上の凸包内で需要点が離散的にあり，立地候補点が凸包内すべての点を想定した問題である．最初に平等性のみの最適化

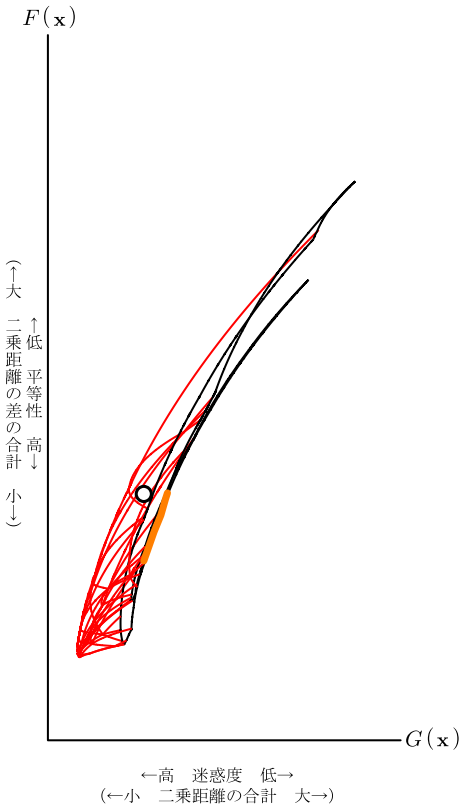


図 4.22: 現在のごみ処理場位置との比較：パレート最適

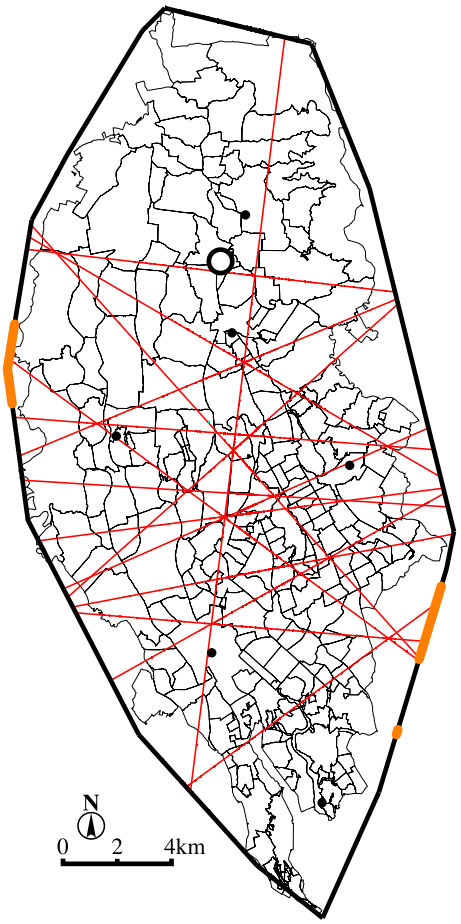


図 4.23: 現在のごみ処理場位置より改善される点

を考えたときの最適立地点の導出方法について示した．平等性の等値線が直線分になるという特徴を活用しボロノイ図を用いた多項式時間での解法を示した．次に，効率性と迷惑性それぞれを最適化する 1 目的最適立地点を導出するた多項式時間の解法を示した．そして，効率性と平等性，迷惑性と平等性という 2 つの組み合わせの 2 目的最適配置問題を考え，ボロノイ図を用いた多項式時間で解けるアルゴリズムを提示した．これらの方法は結果が図解で示されるという点からも理解がしやすく，実用上利便性が高いと考えられる．

第5章　空間単位の平等性指標

5.1　はじめに

施設分布の平等性を考えるときに，1 人あたりの施設数，1km^2 あたりの施設数，1 市町村あたりの施設数など，各区域ごとに算出される指標で比較されることが多い．例えば，横田・柏原 (1998) は日本と英国の地域施設の量について人口 1 万人あたりの施設数によって比較を行っている．県や州といった空間単位ごとの施設数から施設のばらつきをみるためにジニ係数を用いた研究は数多くある．Krugman(1991) は産業施設の集積についてジニ係数を用いて分析を行っている．平等性に関して区域ごとのデータを用いたジニ係数によって分析している研究には以下のようなものがある．大澤 (2000) は学会員の分布に関してジニ係数やウエーバー問題を用いて会員の偏在について分析を行っている．勅使河原 (2001) は余暇施設の分布について市町村別の人口と施設数との関係から求めたジニ係数によって分析を行っている．各都道府県ごとのように人口・区域数・総施設数の異なる地域を比較する際にジニ係数の単純な比較によって不平等なのか平等なのかを判断するのは難しい．ジニ係数には集計単位の影響を受けるという問題点があるためである．

前章までは施設までの距離による平等性指標を用いた分析を行ったが，本章では空間単位で集計された施設量の平等性を判断することを考える．よく用いられているジニ係数について，集計単位の変化によって値がどのように変わるのかを示し，集計単位が異なるものを比較する際の基準を考える．

5.2　ジニ係数とローレンツ曲線

本節では空間単位での施設数からジニ係数の算出方法について説明を行う．また，ジニ係数とローレンツ曲線との関係について説明する．

区域数を m，各区域の人口を $p_i(i = 1, \cdots, m)$，施設数を $n_i(i = 1, \cdots, m)$ とする．また，それぞれの合計を $p = \sum_{i=1}^{m} p_i, n = \sum_{i=1}^{m} n_i$ とすると，ジニ係数 G は次式で定義される．

$$G = \frac{1}{4np} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} p_i p_j \left| \frac{n_i}{p_i} - \frac{n_j}{p_j} \right| \tag{5.1}$$

これは，各区域間の人口 1 人あたりの施設数 $\frac{n_i}{p_i}, \frac{n_j}{p_j}$ の差にそれぞれの区域の人口 p_i, p_j をかけ，それを全ての区域の組み合わせについて総和をとったものを，総人口 p と総施設数 n で割ったものである．

また，ジニ係数はローレンツ曲線を介しても求めることができる．各区域ごとに $p'_i = p_i/p, n'_i = n_i/n$ を求め，その比率 n'_i/p'_i を計算する．この比率は単位人口あたりの施設数ととらえることができる．比率が大きいと施設が集中していると考えられる．そして，横軸に人口，縦軸に施設数の比率を設定し，比率 n'_i/p'_i を小さい順に並び替え，最も小さい比率から最も大きい比率まで順にそれぞれの施設数，人口の割合を累積してグラフ化すると描くことができる．別の説明をすると，最も小さい比率を持つ区域の幾何ベクトル (p'_i, n'_i) の始点を原点 $(0,0)$ に置く．そして，比率 n'_i/p'_i の小さい順に幾何ベクトルの始点を前の幾何ベクトルの終点につなぎ合わせていく．その結果，原点から (1,1) までを結ぶ軌跡が表れる．このように描かれた曲線をローレンツ曲線と呼び，図 5.1 のようになる．

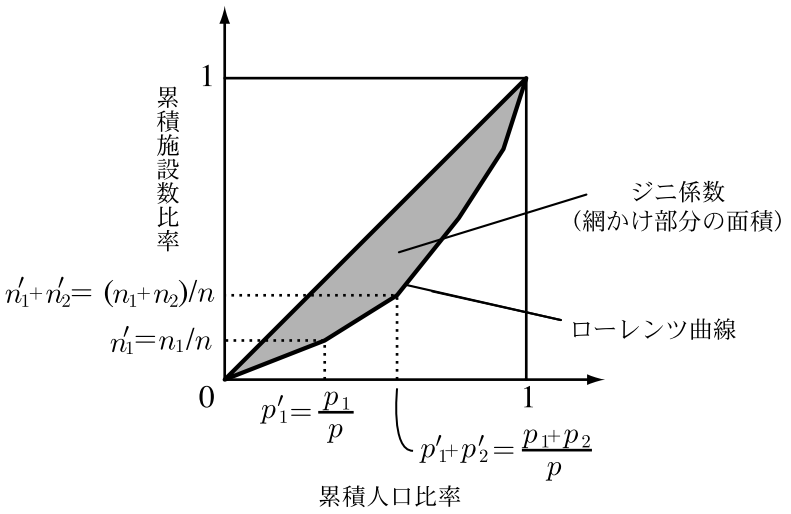


図 5.1: 区域単位によるローレンツ曲線とジニ係数

ジニ係数とはローレンツ曲線を単一指標へスカラー化したものである．幾何学的にはローレンツ曲線と 45 度線（対角線）にはさまれた部分の面積であり，図 5.1 において網かけした部分がそれを示している．人口あたりの施設数の違いが大きく平等性が小さければローレンツ曲線は大きくふくらみ，それに対応してジニ係数も大きくなる．すべての区

域の単位人口あたりの施設数が等しい場合は完全平等となり，ローレンツ曲線は 45 度線と一致しジニ係数の値は 0 となる．逆に，完全不平等の場合のジニ係数の値は 0.5 となる．よってジニ係数は 0 と 0.5 の間をとる．ジニ係数を G をローレンツ曲線から導出すると，

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{2} - \frac{1}{np}\left(\frac{p_1 n_1}{2} + \frac{p_2(n_1 + (n_1 + n_2))}{2} \right. \\ &\quad \left. + \cdots + \frac{p_k\left(\sum_{i=1}^{k} 2n_i - n_k\right)}{2} + \cdots + \frac{p_m\left(\sum_{i=1}^{m} 2n_i - n_m\right)}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2np}\left(\sum_{k=1}^{m} p_k \left(\sum_{i=1}^{k} 2n_i - n_k \right) \right) \end{aligned} \tag{5.2}$$

となる．ローレンツ曲線による値と定義式による値が一致することの証明は Sen(1973) を参照されたい．

5.3 ジニ係数の問題点

ジニ係数は簡単に計算できることや，実際の施設数データは市町村や都道府県別のように集計されたものがほとんどであることからよく用いられる．しかし，尾崎他 (2001) が示しているようにジニ係数は集計単位によって求まる値が異なるという問題点がある．本節ではその問題点を例示する．

公共図書館の分布

はじめに，例として公共図書館の分布を挙げる．図書館数のデータは図書館について全国的に網羅し集計した日本図書館協会 (1999) による日本の図書館，人口データは総務庁 (1995) による平成 7 年国勢調査を用いた．都道府県別の市町村人口と公共図書館数のデータによるジニ係数を求めた結果が表 5.1 である．

ジニ係数で判断すると東京が最も低い値であり，栃木がほぼ全国と等しく，長崎が最も高い値となっている．これから考えると，東京が最も平等性が高く，栃木が全国と同じレベル，長崎が最も平等性が低いということになる．しかし，このように単純にジニ係数で比較するのが妥当であるとは考えにくい．なぜなら，各都道府県によって市町村数，各市町村の人口，総施設数は異なるからである．全く同じ地域に対して同じ区分で時系列的にジニ係数によって比較するのであれば，単純に比較することが可能であるが，異なる地域で考える際には単純に比較するのは妥当であるとはいえない．

表 5.1: 公共図書館：都道府県別ジニ係数

	市町村数	図書館数	ジニ係数		市町村数	図書館数	ジニ係数
全国	3249	2462	0.282	岡山	78	40	0.293
東京	63	354	0.145	新潟	112	48	0.294
大阪	44	122	0.154	山梨	64	29	0.294
神奈川	37	74	0.171	茨城	84	41	0.295
富山	35	57	0.175	宮城	71	27	0.309
京都	44	50	0.182	秋田	69	36	0.309
山形	44	28	0.212	福島	90	35	0.312
埼玉	90	124	0.217	愛媛	70	26	0.312
静岡	74	68	0.226	和歌山	50	19	0.320
愛知	88	79	0.230	香川	43	20	0.320
兵庫	88	70	0.239	三重	69	33	0.328
福岡	97	76	0.246	山口	56	45	0.329
高知	53	31	0.249	北海道	212	127	0.333
奈良	47	24	0.254	宮崎	44	15	0.335
沖縄	53	24	0.257	滋賀	50	33	0.338
千葉	80	120	0.264	佐賀	49	16	0.345
広島	86	49	0.266	徳島	50	26	0.351
岩手	59	41	0.275	大分	58	20	0.353
福井	35	30	0.276	島根	59	25	0.354
岐阜	99	50	0.279	鹿児島	96	42	0.354
栃木	49	39	0.280	鳥取	39	14	0.370
長野	120	72	0.289	熊本	94	33	0.371
石川	41	42	0.291	青森	67	27	0.378
群馬	70	36	0.292	長崎	79	25	0.413

格子状施設配置

そこで，単純な例である格子状施設配置によって，地域区分の違いによるジニ係数の変化をみる．図 5.2 のように，1×1 の正方形に縦に s 個（間隔 $1/s$），横に t 個（間隔 $1/t$）あり全部で st 個の施設が格子状に配置されているとする．また，区域が縦に u 個，横に v 個（各区域の面積は $1/(uv)$）あり区域が uv 個とする．利用者サイドの視点でみるとどのような地域の区切り方でも享受するサービス水準は一定である．しかし，この区域単位の施設数により算出されるジニ係数は区分の仕方に直接影響を受ける．この場合の区分の仕方によるジニ係数の変化を求める．

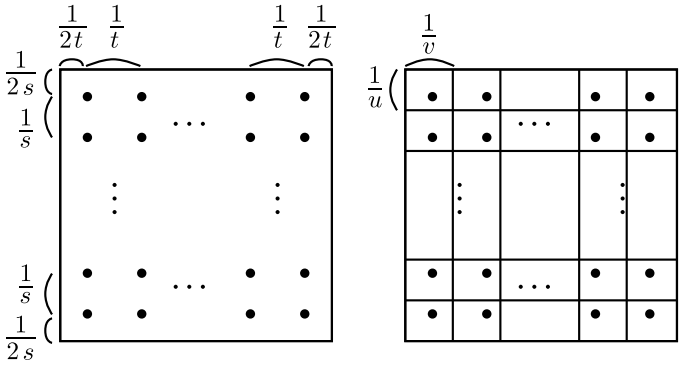


図 5.2: 格子状配置

$$k = \left\lceil \frac{s}{u} \right\rceil, l = \left\lceil \frac{t}{v} \right\rceil \tag{5.3}$$

とする．$\lceil x \rceil$ は x は小数点以下切り上げを意味する． $\frac{k-1}{s} < \frac{1}{u} \leq \frac{k}{s}, \frac{l-1}{t} < \frac{1}{v} \leq \frac{l}{t}$ の場合を考えると，各区域内の施設数とそれに対応する区域数は

(1) 区域の中に施設が kl 個の区域数 $= (s-(k-1)u)(t-(l-1)v)$

(2) 区域の中に施設が $k(l-1)$ 個の区域数 $= (s-(k-1)u)(lv-t)$

(3) 区域の中に施設が $l(k-1)$ 個の区域数 $= (ku-s)(t-(l-1)v)$

(4) 区域の中に施設が $(k-1)(l-1)$ 個の区域数 $= (ku-s)(lv-t)$

の 4 パターンとなる．これを用いてローレンツ曲線からジニ係数を求める．このときのローレンツ曲線は図 5.3 のようになる．

この場合のジニ係数は解析的に次のように表現できる．

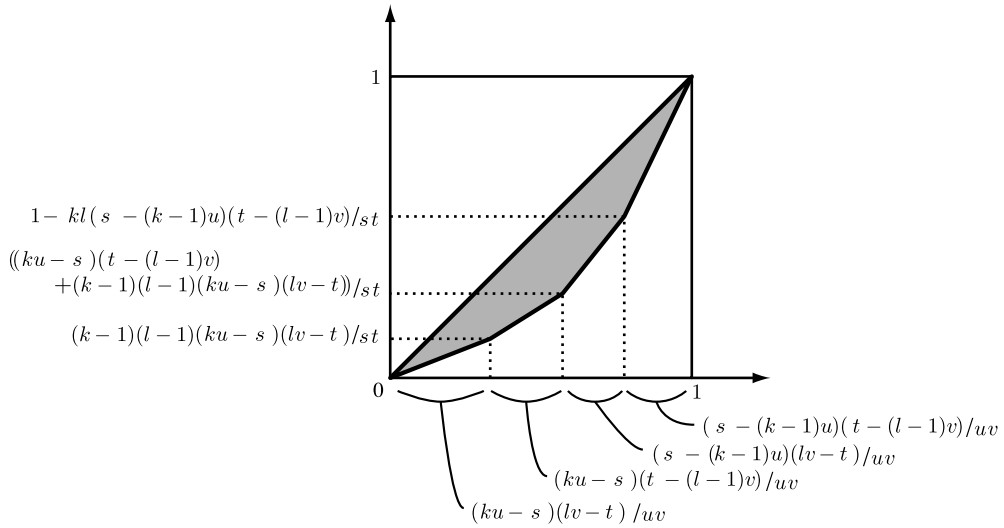


図 5.3: 格子状配置によるローレンツ曲線とジニ係数

$$
\begin{aligned}
G \;=\; & \frac{1}{2} - \frac{1}{2stuv} \\
& \Big((k-1)(l-1)(ku-s)^2(lv-t)^2 \\
& +(ku-s)(t-(l-1)v)(l(k-1)(ku-s) \\
& \quad (t-(l-1)v) + (k-1)(l-1)(ku-s)(lv-t)) \\
& +(s-(k-1)u)(lv-t)(st - kl(s-(k-1)u)(t-(l-1)v) \\
& +l(k-1)(ku-s)(t-(l-1)v) + (k-1)(l-1)(ku-s)(lv-t)) \\
& +(s-(k-1)u)(t-(l-1)v)(2st - kl(s-(k-1)u)(t-(l-1)v)) \Big). \quad (5.4)
\end{aligned}
$$

施設が 8×8 の格子状配置 $(s = 8, t = 8)$ とし，縦の区域数 u と横の区域数 v を変化させたときのジニ係数の変化のグラフを図 5.4 に示す．また，u を一定とした場合の変化を図 5.5 に示す．

これより，施設配置が同じであっても地域区分が変化することによってジニ係数の値が異なるとともに，区域数が少ないときはジニ係数は安定しないことがわかる．また，ジニ係数は集計単位によって大きく異なる．このようなことから，異なる地域どうしを比較する際に単純にジニ係数で比較することはできない．そこで，集計単位に影響を受けない基準を提案し，それを用いて平等性について考察する．

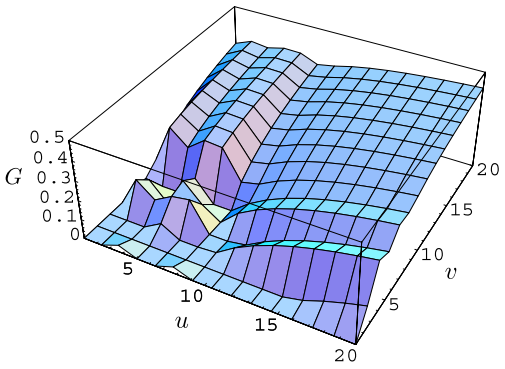


図 5.4: 格子状配置のジニ係数 (1)

5.4　ジニ係数の期待値

前節で示したように，ジニ係数は異なる地域どうしを比較する上で問題点があることがわかった．そこで，施設数や区域数の違いによってジニ係数の値がどのように異なるかを期待値によって比較する．

5.4.1　期待値の導出

区域数，区域別人口，総施設数を与え，施設をランダムに配置した場合，各地域に配置される施設の数は多項分布に従うと考えられる．m を区域数，p_i を区域 $i(i=1,\cdots,m)$ の人口，n_i を区域 $i(i=1,\cdots,m)$ の施設数，$p=\sum_{i=1}^{m} p_i$ を地域全体の人口，$n=\sum_{i=1}^{m} n_i$ を地域全体の施設数とする．多項分布は各区域人口の p_i と，各区域に入る施設数 n_i を決めたときにその事象がどのような確率で起こるかによる確率分布である．多項分布において，区域 1 に施設が n_1 個かつ，区域 2 に施設が n_2 個かつ，$\cdots$，区域 m に施設が n_m 個ある確率を $P(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)$ とすると，

$$P(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)=\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_m!}\left(\frac{p_1}{p}\right)^{n_1}\left(\frac{p_2}{p}\right)^{n_2}\cdots\left(\frac{p_m}{p}\right)^{n_m} \tag{5.5}$$

となる．これよりジニ係数の期待値を求める．各区域の人口 $p_1,\cdots,p_m$ と各区域内の施設数 $n_1,\cdots,n_m$ を与えたときのジニ係数は

$$G(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)=\frac{1}{4np}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}p_ip_j\left|\frac{n_i}{p_i}-\frac{n_j}{p_j}\right| \tag{5.6}$$

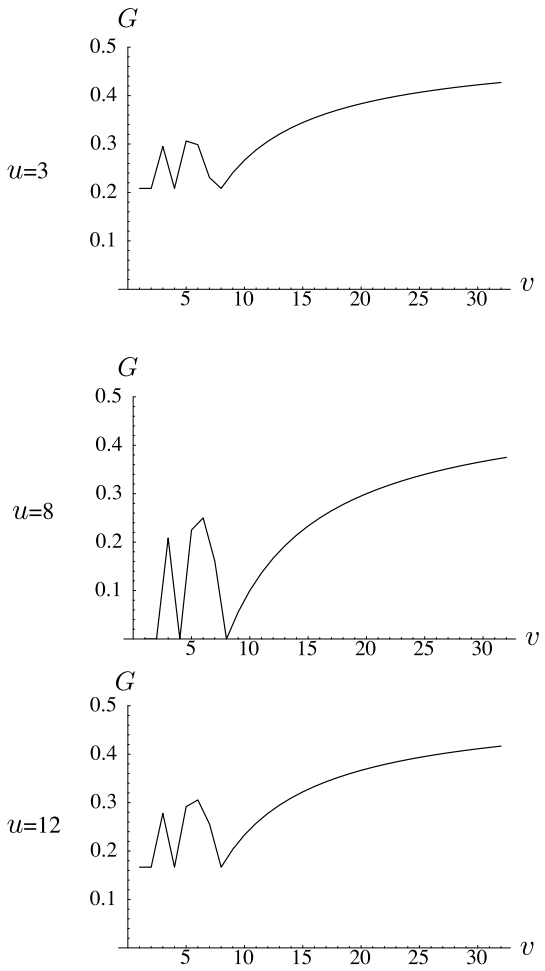


図 5.5: 格子状配置のジニ係数 (2)

となる．これにそのときの確率 $P(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)$ をかけたもの

$$P(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)G(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m) \tag{5.7}$$

を，$n_1+\cdots+n_m=n$ となる $n_1,\cdots,n_m$ 全ての組み合わせについて足したものが，ジニ係数の期待値 $E(G)$ となり，

$$\begin{aligned} E(G) &= \sum_{n_1+\cdots+n_m=n} (P(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)G(n_1,\cdots,n_m,p_1,\cdots,p_m)) \\ &= \sum_{n_1+\cdots+n_m=n} \left(\frac{n!}{n_1!\cdots n_m!} \left(\frac{p_1}{p}\right)^{n_1} \cdots \left(\frac{p_m}{p}\right)^{n_m} \frac{1}{4np} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} p_i p_j \left| \frac{n_i}{p_i} - \frac{n_j}{p_j} \right| \right) \end{aligned} \tag{5.8}$$

となる．特に，各区域の人口が等しい場合について求めると $p_i=p/m, p_j=p/m$ より，

$$E(G) = \sum_{n_1+\cdots+n_m=n} \left(\frac{n!}{n_1!\cdots n_m!} \left(\frac{1}{m}\right)^{n} \frac{1}{4mn} \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} |n_i - n_j| \right) \tag{5.9}$$

となる．

このように多項分布による期待値は定式化できる．しかし，$n_1+\cdots+n_m=n$ となる $n_1,\cdots,n_m$ の組み合わせは，${}_{n+m-1}C_{m-1} = \frac{(n+m-1)!}{n!(m-1)!}$ となる．これは総施設数・区域数が増えると組み合わせの数が指数関数的に大きくなることを示している．そのため n や m が大きい場合において現段階では計算結果を示すことができない．つまり，解析的には得られていない．

5.4.2 シミュレーションによる期待値の推定

このように，多項分布による計算は容易でないことから，シミュレーションによって求めることを考える．シミュレーションはC言語を用いて作成したプログラムによって行った．計算の流れをフローチャートで示すと図5.6の通りである．

5.4.3 二項分布の期待値による近似

さらに，シミュレーションではなく解析的な手法によって値を求めることを考えるために二項分布によって近似することを考える．多項分布では全ての区域にそれぞれ施設数がいくつあるかという状況を考えたのだが，二項分布で考えるときはある区域 i とそれ以外の区域と考える．

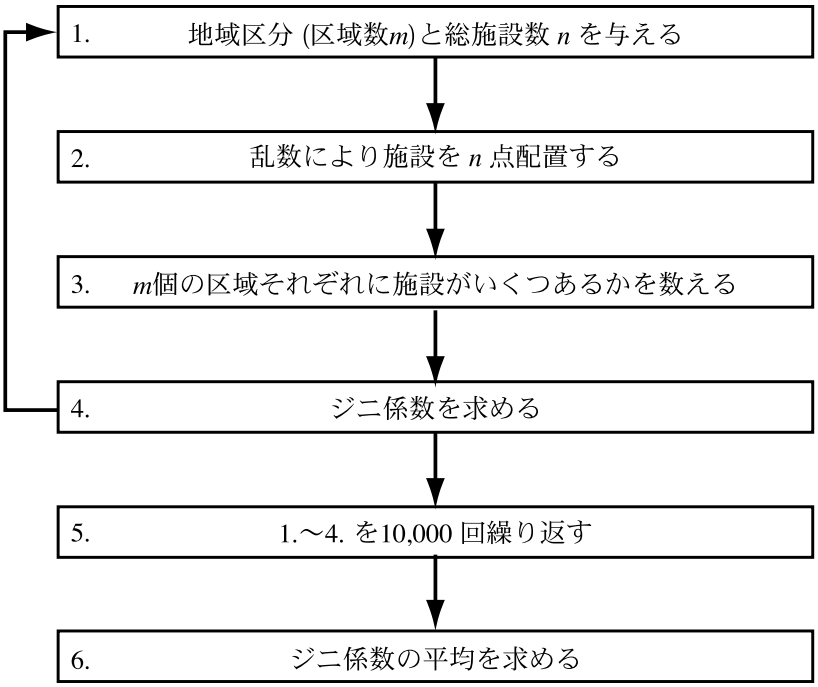


図 5.6: シミュレーション方法

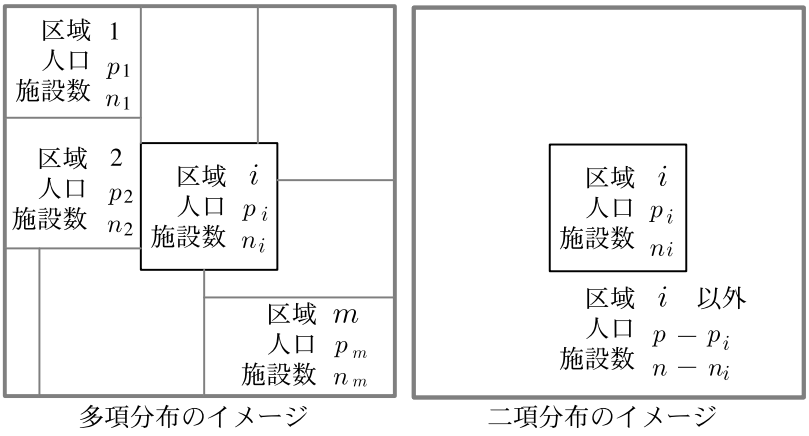


図 5.7: 多項分布と二項分布の違い

二項分布を用いると，人口 p_i の区域 i に施設が k 個含まれる確率 $P_B(k,p_i)$ は

$$P_B(k,p_i) = \frac{n!}{k!(n-k!)}\left(\frac{p_i}{p}\right)^k\left(1-\frac{p_i}{p}\right)^{n-k} \tag{5.10}$$

となり，人口 p_j の区域 j に施設が l 個含まれる確率 $P_B(l,p_j)$ は

$$P_B(l,p_j) = \frac{n!}{l!(n-l!)}\left(\frac{p_j}{p}\right)^l\left(1-\frac{p_j}{p}\right)^{n-l} \tag{5.11}$$

となる．これより，ジニ係数の期待値 $E_B(G)$ は

$$\begin{aligned} E_B(G) &= \frac{1}{4np}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\left(P_B(k,p_i)P_B(l,p_j)p_ip_j\left|\frac{k}{p_i}-\frac{l}{p_j}\right|\right) \\ &= \frac{1}{4np}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\left(\frac{n!}{k!(n-k!)}\left(\frac{p_i}{p}\right)^k\left(1-\frac{p_i}{p}\right)^{n-k}\right. \\ &\quad \left.\frac{n!}{l!(n-l!)}\left(\frac{p_j}{p}\right)^l\left(1-\frac{p_j}{p}\right)^{n-l}p_ip_j\left|\frac{k}{p_i}-\frac{l}{p_j}\right|\right) \end{aligned} \tag{5.12}$$

となる．これ以上簡単な式で表現はできないと思われるため，実際の計算は数値計算によるものとする．特に，各区域の人口が等しい場合について求めると $p_i = p/m, p_j = p/m$ より，

$$E_B(G) = \frac{1}{4mn}\sum_{k=0}^{n}\sum_{l=0}^{n}\left(P_B(k,\frac{1}{m})P_B(l,\frac{1}{m})\,|k-l|\right) \tag{5.13}$$

となる．

5.4.4 3 つの算出方法で求めた期待値の比較

多項分布から求めた期待値，シミュレーションによる推定，二項分布の期待値による近似の 3 種類の結果が一致するかを示す．各区域の人口が等しいと仮定する．まず，多項分布による期待値 $E(G)$ に関しては，総施設数 n，区域数 m が大きくなる場合においては計算が容易ではないため，$n = \{2,3,4\}, m = \{2,3,4\}$ の場合のみ計算した．二項分布による近似は施設数を 64 と固定し区域数を変化させた場合と 1 区域あたりの施設数を 4 に固定した場合について求めた．また，二項分布による近似値 $E_B(G)$ が，シミュレーションによる期待値 $E_S(G)$ とどの程度一致するかについて示すためにシミュレーションによる期待値 $E_S(G)$ と，25 パーセント点，75 パーセント点を求め，二項分布による結果と比較する．これらの結果を表 5.2 に示す．なお，表中の「−」は多項分布による計算が容易でないため算出していないものを示す．

表 5.2: 3 つの算出方法の比較

施設数	地域数	期待値	シミュレーションによる推定			二項近似値
n	m	$E(G)$	25 %点	$E_S(G)$	75 %点	$E_B(G)$
2	2	0.125	0.000	0.126	0.250	0.188
2	3	0.222	0.167	0.222	0.333	0.259
2	4	0.281	0.250	0.281	0.375	0.305
3	2	0.125	0.083	0.126	0.250	0.157
3	3	0.185	0.222	0.186	0.222	0.218
3	4	0.234	0.125	0.235	0.292	0.261
4	2	0.094	0.000	0.094	0.125	0.137
4	3	0.160	0.083	0.160	0.250	0.191
4	4	0.205	0.188	0.204	0.250	0.231
64	4	-	0.035	0.053	0.066	0.060
64	8	-	0.070	0.087	0.102	0.092
64	16	-	0.113	0.130	0.145	0.134
64	32	-	0.172	0.186	0.203	0.190
64	64	-	0.245	0.258	0.272	0.260
64	128	-	0.327	0.335	0.444	0.335
64	256	-	0.396	0.400	0.304	0.400
64	512	-	0.443	0.444	0.446	0.444
16	4	-	0.078	0.104	0.125	0.120
64	16	-	0.113	0.130	0.145	0.134
256	64	-	0.128	0.137	0.145	0.137
1024	256	-	0.134	0.138	0.142	0.138

多項分布から求められるような総施設数・区域数が小さい場合，多項分布による値 $E(G)$ とシミュレーションによる値 $E_S(G)$ はほぼ一致することが示された．よって，以後の分析においてはシミュレーションによって求める．

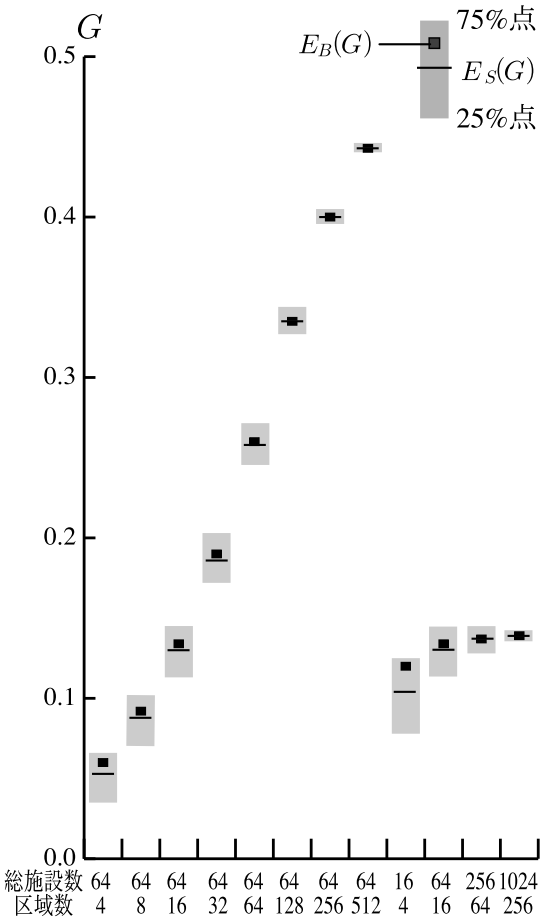


図 5.8: 期待値比較

表 5.2 のシミュレーションによる値と二項分布による値を図で表現したものが図 5.8 である．二項分布による期待値はいずれもシミュレーションによる分布の 25 %点と 75 %点の間に収まっていることがわかる．二項分布のほうが大きい値となっている．また，区域数・総施設数が多いほど期待値とのずれが小さくなっていることがわかる．ある程度区域数・総施設数が大きい場合においては，シミュレーションによる数値と二項分布による数値はほぼ一致するといえる．

表 5.2 のように地域区分と総施設数を変えたときの区分とローレンツ曲線を示したもの

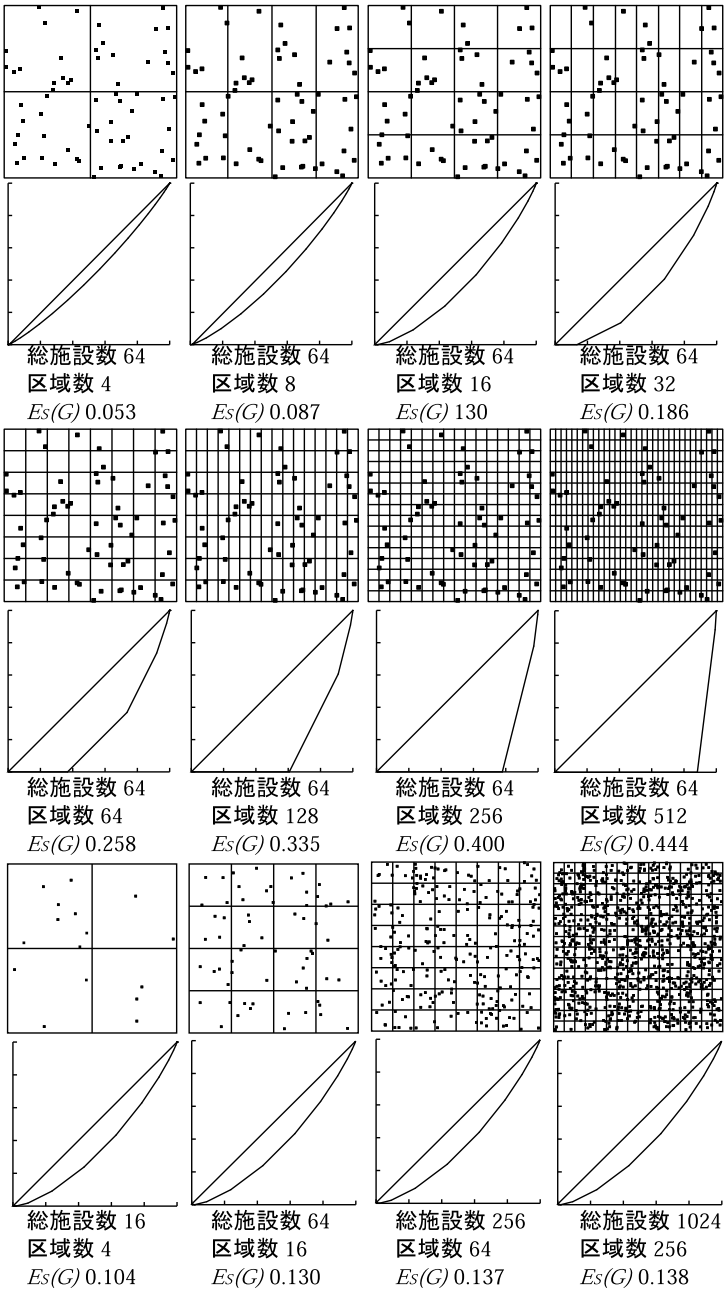


図 5.9: 地域区分・総施設数を変えた場合のジニ係数期待値 $E_S(G)$ とローレンツ曲線

が図 5.9 である．これからもわかるように，1 区域平均の施設数が大きいほど期待値は小さい値をとる．1 区域平均の施設数を一定にした場合，総施設数が大きいほど期待値は大きい値をとる傾向を示している．これは，区域数に対して総施設数が小さいほど 1 区域平均の施設数が少なくなることから，各区域間の格差が大きくなるためである．

5.5 ジニ係数の基準分布

前節で求めた期待値を平等性の基準値と考えると，基準値を上回れば不平等，下回れば平等であるとみなすことができる．しかし，これではどの程度平等であるかを詳しくみることができない．そこで，施設をランダムに配置したときの，ジニ係数の分布を考えることでより詳しく平等性を評価することを考える．実際の施設分布から求めたジニ係数がシミュレーションで求めた分布の何パーセント点に相当するかによって平等性を示す．分布はシミュレーションを用いて求めたものを用いる．ジニ係数の基準分布の例を図 5.10 に示す．本来，確率密度関数で示す場合，実際の値が 0 パーセント点以下，あるいは 100 パーセント点以上になることは無いが，シミュレーションによって求めていることから，そのようなことも起こることに注意されたい．パーセント点の値が 50 パーセントを超えているとランダムに配置したものより平等性が低く，50 パーセントより小さい場合は平等性が高いとみなす．

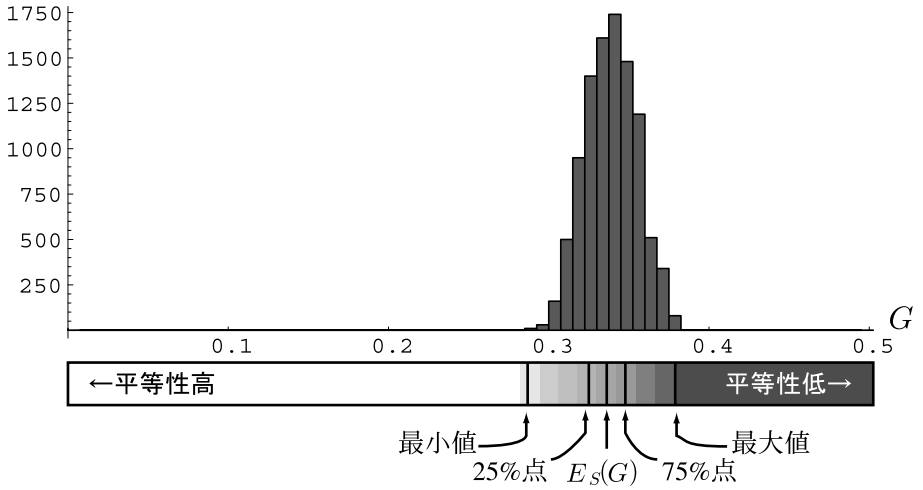


図 5.10: 基準分布の例

5.6　実際の施設分布への応用

期待値と基準分布を実際の施設分布に応用し，平等性の評価を行う．

5.6.1　全国都道府県別公共図書館

全国の都道府県別に市町村ごとの公共図書館数によってジニ係数 G，1 市町村あたりの施設数，シミュレーションによる期待値 $E_S(G)$，25 %点，75 %点に相当するジニ係数を求めた結果が表 5.3, 表 5.4 である．各都道府県どうしを比較する際に，このパーセント点の大小によって平等性の違いをみることができる．なお，パーセント点の項目が「+」となっているのは実際の分布によるジニ係数 G が基準分布の最大値（100 パーセント点）を超えたものである．

47 都道府県の 1 市町村あたりの施設数と期待値のプロットを図 5.11 に示す．5.4 節では各区域の人口が等しい場合で 1 市町村あたりの施設数が大きくなるにつれジニ係数の期待値が小さくなっていることを示したが，実際の人口データをもとに求めた場合においても同様の傾向が見られることがわかる．

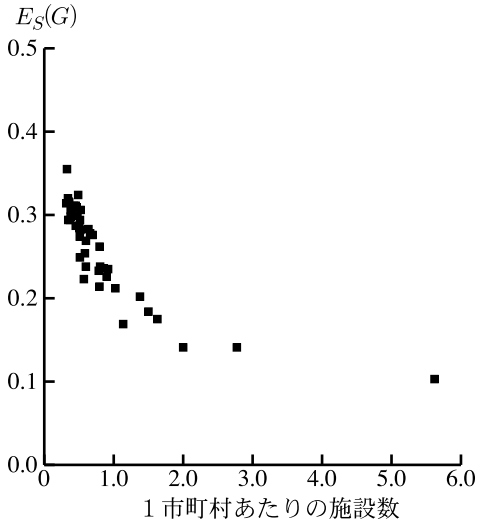


図 5.11: 公共図書館：1 市町村あたりの施設数と期待値

平等性の比較は 47 都道府県のうち特徴的なものに絞って考察を行う．表 5.5 に示した 5 都県をとりあげる．それぞれの都県の基準分布と実際の分布によるジニ係数 G の値，ローレンツ曲線を示したものが図 5.12，実際の分布によるジニ係数が基準分布の何パーセント点に相当するかを図示したものが図 5.13 である．

表 5.3: 図書館／人口ジニ係数 (1)

	G	%点	シミュレーション 最小値	期待値 $E_S(G)$	最大値	1 市町村あたり施設数
北海道	0.333	+	0.188	0.238	0.291	0.599
青森	0.378	99.8	0.202	0.302	0.395	0.403
岩手	0.275	48.1	0.220	0.276	0.356	0.695
宮城	0.309	68.1	0.211	0.298	0.395	0.380
秋田	0.309	57.7	0.238	0.306	0.384	0.522
山形	0.212	0.2	0.199	0.283	0.386	0.636
福島	0.312	66.5	0.219	0.302	0.387	0.389
茨城	0.295	9.5	0.258	0.324	0.394	0.488
栃木	0.280	79.2	0.174	0.262	0.350	0.796
群馬	0.292	46.6	0.215	0.294	0.404	0.514
埼玉	0.217	83.3	0.153	0.202	0.271	1.378
千葉	0.264	+	0.128	0.184	0.260	1.500
東京	0.145	+	0.067	0.103	0.141	5.619
神奈川	0.171	93.3	0.071	0.141	0.220	2.000
新潟	0.294	18.7	0.241	0.311	0.383	0.429
富山	0.175	51.0	0.103	0.175	0.274	1.629
石川	0.291	99.9	0.138	0.212	0.306	1.024
福井	0.276	92.8	0.138	0.236	0.348	0.857
山梨	0.294	24.4	0.228	0.311	0.397	0.453
長野	0.289	87.3	0.197	0.269	0.338	0.600
岐阜	0.279	41.4	0.200	0.284	0.359	0.505
静岡	0.226	31.8	0.167	0.235	0.317	0.919
愛知	0.230	60.2	0.155	0.226	0.296	0.898

表 5.4: 図書館／人口ジニ係数 (2)

	G	%点	シミュレーション 最小値	期待値 $E_S(G)$	最大値	1 市町村あたり施設数
三重	0.328	89.3	0.215	0.299	0.386	0.478
滋賀	0.338	99.4	0.200	0.278	0.359	0.660
京都	0.182	73.6	0.103	0.169	0.248	1.136
大阪	0.154	79.9	0.083	0.141	0.216	2.773
兵庫	0.239	89.5	0.152	0.214	0.294	0.795
奈良	0.254	24.8	0.182	0.274	0.375	0.511
和歌山	0.320	68.3	0.214	0.306	0.408	0.380
鳥取	0.370	94.6	0.215	0.315	0.444	0.359
島根	0.354	95.1	0.219	0.310	0.408	0.424
岡山	0.293	96.7	0.181	0.249	0.343	0.513
広島	0.266	97.9	0.156	0.223	0.313	0.570
山口	0.329	+	0.163	0.238	0.326	0.804
徳島	0.351	99.4	0.196	0.282	0.390	0.520
香川	0.320	68.0	0.227	0.309	0.424	0.465
愛媛	0.312	74.6	0.200	0.294	0.394	0.371
高知	0.249	44.1	0.158	0.254	0.360	0.585
福岡	0.246	76.3	0.166	0.233	0.300	0.784
佐賀	0.345	35.1	0.265	0.355	0.442	0.327
長崎	0.413	99.9	0.223	0.314	0.415	0.316
熊本	0.371	99.2	0.237	0.316	0.404	0.351
大分	0.353	96.8	0.185	0.294	0.404	0.345
宮崎	0.335	68.2	0.207	0.320	0.437	0.341
鹿児島	0.354	98.8	0.235	0.310	0.389	0.438
沖縄	0.257	15.2	0.191	0.287	0.418	0.453

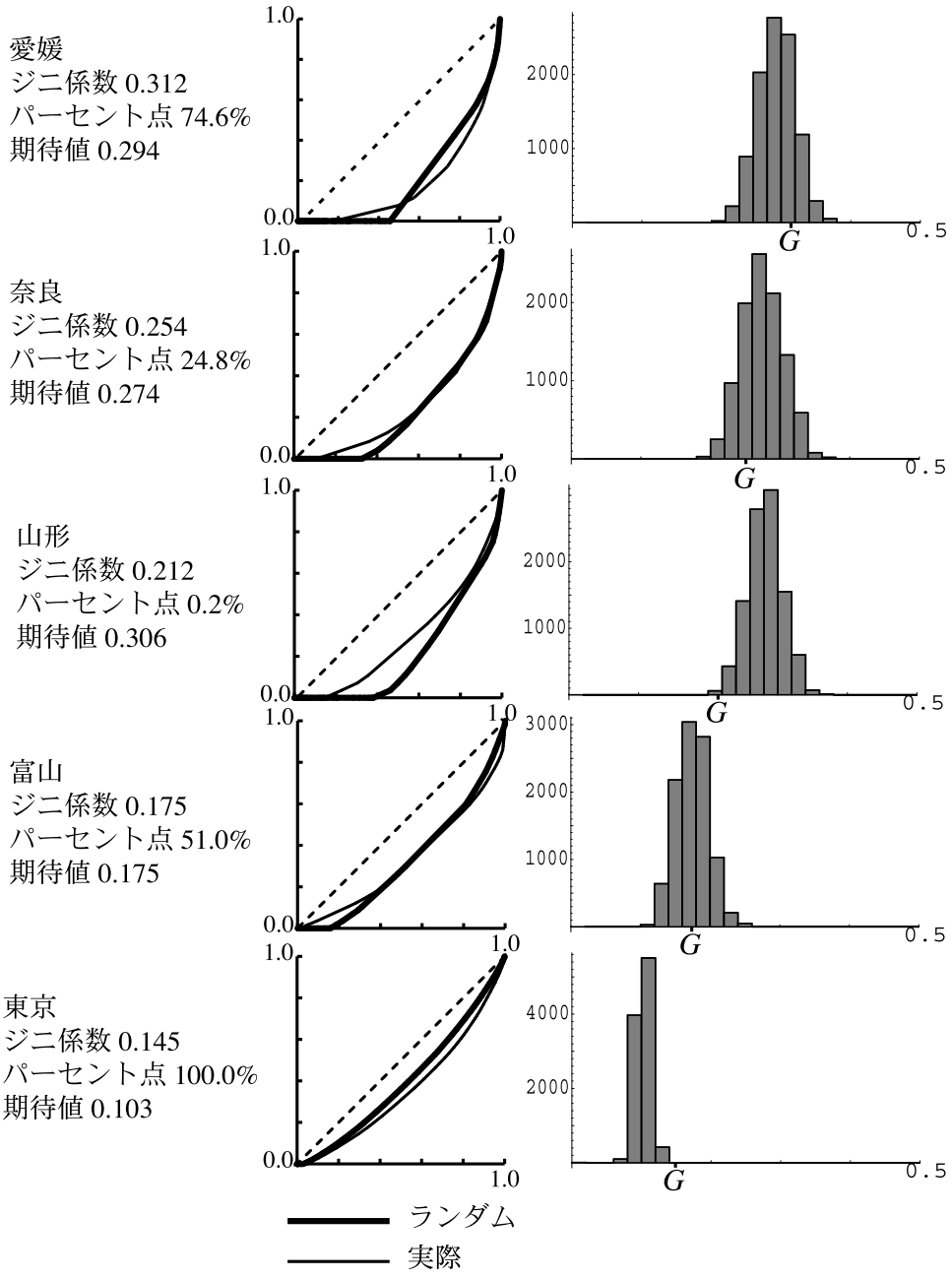


図 5.12: 公共図書館：ローレンツ曲線と基準分布

表 5.5: 公共図書館：ジニ係数とパーセント点による平等性比較

都県(施設数/市町村数)	G	%点	シミュレーション 最小値	25 %点	$E_S(G)$	75 %点	最大値
愛媛 (26/70)	0.312	74.6	0.200	0.276	0.294	0.312	0.394
山形 (28/44)	0.212	0.2	0.199	0.265	0.283	0.300	0.386
奈良 (24/47)	0.254	24.8	0.182	0.254	0.274	0.293	0.375
富山 (57/35)	0.175	51.0	0.103	0.160	0.175	0.190	0.274
東京 (354/63)	0.145	+	0.067	0.096	0.103	0.109	0.141

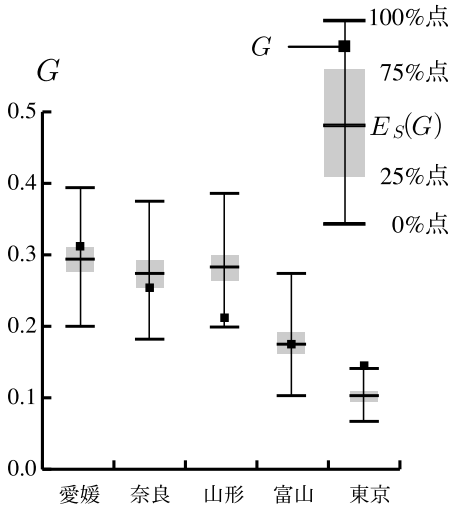


図 5.13: 公共図書館：ジニ係数とパーセント点による平等性比較

表 5.5 より，ジニ係数を見ると高い順に愛媛・山形・奈良・富山・東京となっていることから，ジニ係数によって判断すると，愛媛が最も平等性が低く，東京が最も高いとみなされる．しかし，パーセント点で比較すると高い順に東京・愛媛・富山・奈良・山形となり，ジニ係数が最も低い東京がパーセント点では最も高くなり，ジニ係数が 2 番目に高い山形がパーセント点では最も低いという結果になった．また，東京は期待値と基準分布の山がジニ係数の小さいところにある．一方，山形は大きいところにある．そのため実際の分布によるジニ係数 G が小さくてもパーセント点では大きい値となることがある．また，図 5.13 からもわかるように，ジニ係数が低いからといってパーセント点が低いとは限らない．そのためジニ係数を比較する場合と，基準分布によるパーセント点を用いた場合で平等性の判断が異なる．

図 5.12 に示したローレンツ曲線をみるとパーセント点が低いほど，グラフ上では実際の施設分布によるローレンツ曲線が上回っている割合が高い．これは実際の施設分布による単位人口あたりの施設数を小さい順に並べたときに，ランダム分配の場合の単位人口あたりの施設数と比べて上回っている割合が高いことを示している．

このように比較することによって，この 5 都県の中では東京が最も平等性が高く，山形が最も低いといえる．

5.6.2 茨城県市町村別公共施設

前項では，異なる地域どうしによって比較を行ったが，本項では 1 つの地域において異なる施設における平等性の比較を行う．例として茨城県の市町村別公共施設によって施設ごとの平等性の違いをみる．各市町村の人口は総務庁 (1995) による国勢調査，図書館数のデータは日本図書館協会 (1999) による日本の図書館，その他の公共施設数は国土地理院 (1999) による数値地図 25000 を用いた．茨城県の市町村数は 84 である．

県全体の施設数と期待値のプロットを図 5.14 に示す．前節では各区域の人口が等しい場合で 1 市町村あたりの施設数が大きくなるにつれジニ係数の期待値の値が小さくなっていることを示したが，実際の人口データをもとに求めた場合においても同様の傾向が見られることがわかる．

表 5.6 において，パーセント点の項目が「＋」となっているのは実際の分布によるジニ係数 G が基準分布の最大値（100 パーセント点）を超えたものである.「－」となっているのは基準分布の最小値（0 パーセント点）を下回ったものである．ジニ係数で単純に比較すると，高い順に図書館・病院・小学校・警察署・高校・郵便局・中学校となっているから，これらの施設の中では図書館が最も平等性が高く，中学校が最も低いとみなされる．しかし，パーセント点で比較をすると，高い順に小学校・警察署・郵便局・病院・図書館・高

表 5.6: 茨城県内公共施設：ジニ係数とパーセント点による平等性比較

			シミュレーション				
施設 (施設数)	G	%点	最小値	25 %点	$E_S(G)$	75 %点	最大値
図書館 (41)	0.295	9.5	0.269	0.312	0.312	0.339	0.381
病院 (159)	0.196	75.5	0.142	0.177	0.187	0.196	0.235
小学校 (594)	0.178	＋	0.074	0.091	0.098	0.102	0.128
警察署 (369)	0.168	＋	0.091	0.118	0.124	0.131	0.157
高校 (139)	0.161	0.3	0.152	0.189	0.199	0.208	0.248
郵便局 (524)	0.110	76.2	0.079	0.098	0.104	0.110	0.133
中学校 (237)	0.087	－	0.114	0.147	0.154	0.163	0.195

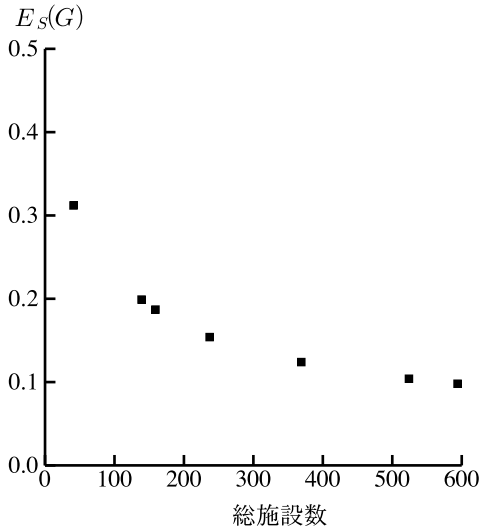


図 5.14: 茨城県内公共施設：総施設数と期待値

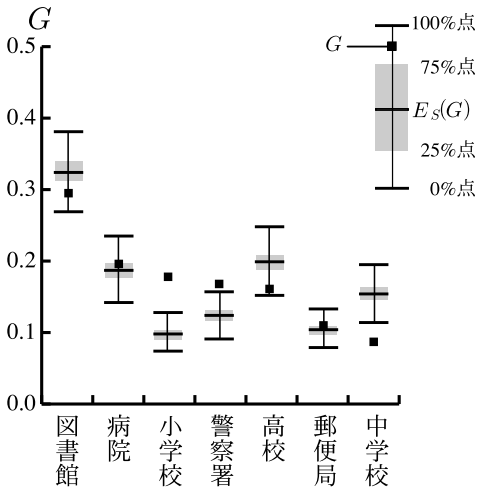


図 5.15: 茨城県内公共施設：ジニ係数とパーセント点による平等性比較

校・中学校となり，ジニ係数が最も高い図書館がパーセント点では低くなる．図 5.16 のように期待値と基準分布の形状が施設によって異なるからである．そのため実際の分布によるジニ係数 G が小さくてもパーセント点では大きい値となることがある．また，図 5.15 からも分かるようにジニ係数を比較する場合と，基準分布によるパーセント点を用いた場合で平等性の判断が異なる．

この結果からみると，中学校が最も平等性が高く，小学校・警察署が低いといえる．小学校や警察署は人口が少なくても多くても面積に応じて必ずある施設であり，一方で中学校や高校などはカバーできる人口にあわせて配置されているためこのような結果となると考えられる．

5.7 まとめ

区域単位に集計された施設数のデータは入手が容易である．しかし，集計データを用いて計算されたジニ係数は集計単位や総施設数に大きく影響を受ける．そのため，ジニ係数の地域間比較や施設間比較には注意を要する．まず，ジニ係数がどのような傾向を持つのかを，区域の大きさと施設数を変化させ期待値を求めることで示した．1 区域平均の施設数が小さい場合，ジニ係数が大きくなることを例証した．

そこで，異なる地域間での共通のものとして，施設をランダムに配置したときのジニ係数の期待値を閾値として平等なのか不平等なのかを判別する方法を提案した．また，平等

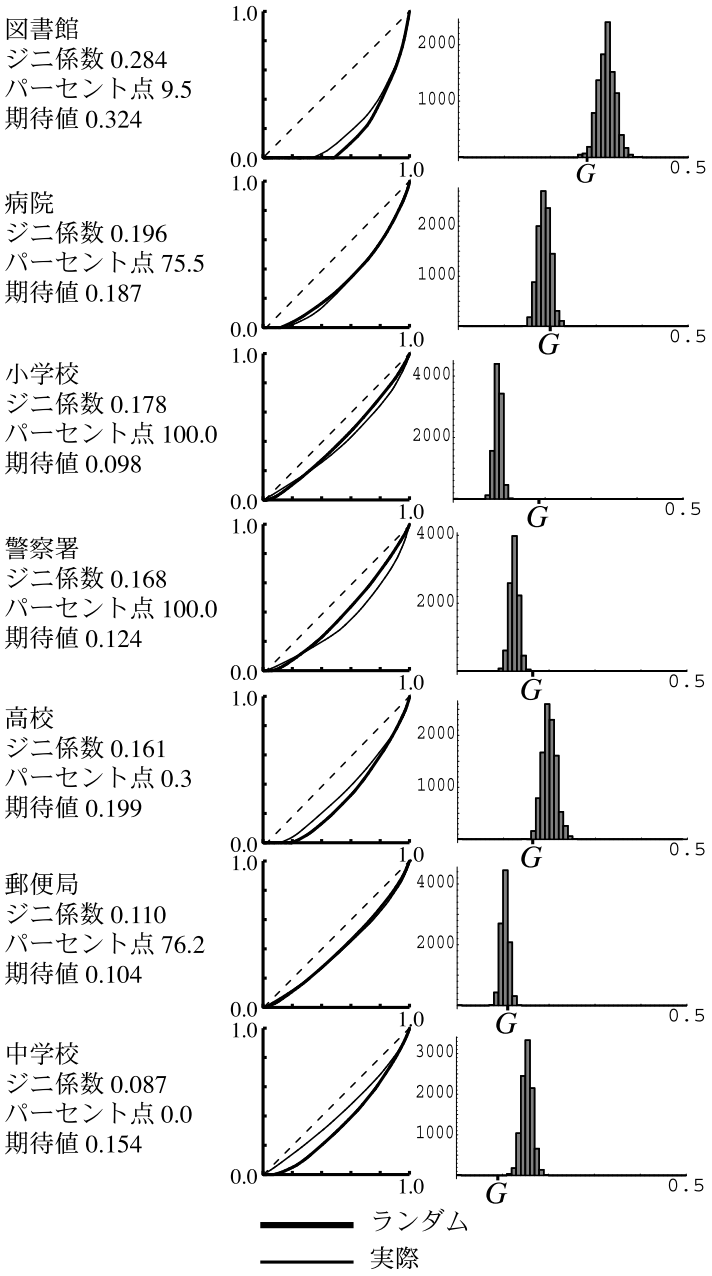


図 5.16: 茨城県内公共施設：ジニ係数とパーセント点による平等性比較

の程度を示すためにランダムに施設を配置をした際のジニ係数の分布を基準分布とし，実際の施設分布によるジニ係数が基準分布の何パーセント点に相当するかによって施設分布の平等性の度合いを計量化した.

第II部

広域化に関連したサービス圏域の数理的考察

第6章　巡回サービスの施設配置

6.1　はじめに

本章では，巡回サービスの施設配置について考える．自動車に本を載せ巡回し図書の貸出しを行う移動図書館は，図書館の本館や分館のような固定施設まで行く時間的余裕のない住民，あるいは交通手段を持たない住民にもサービスを提供することが目的の 1 つである．このような巡回サービスは，施設の統廃合などにより固定施設が利用しにくくなった住民に対しての補完的サービスとしても考えられ，広域化のデメリットへの対策ともなる．

しかし，巡回サービス 1 回のサービスは短時間であるため，近くにサービス地点があってもサービスの時間に都合がつかなければ利用できない．つまり，距離制約は弱いが時間制約を受ける．一方，固定施設ではサービス時間が長いため，都合のよい時間に合わせて利用できるが，近隣の住民を除いてその施設までの交通手段を持つ人しか利用できない．つまり，時間制約は弱いが距離制約を受ける．

一部の郵便局では夜間・休日窓口を開設している．これにより平日昼間に利用できない人や急ぎの用で利用する人もサービスを受けられる．24 時間営業のコンビニエンスストアはいつでも利用できることから時間制約を受けない．利用者サイドの利便性を考える場合，空間的配置だけではなくサービスの時間的配置も重要となる．

施設によって利用者の行動属性には特徴がある．小学校であれば，利用者は小学生に限られる．高齢者福祉施設であれば利用者は高齢者に限られる．このように利用者層がほぼ決まっている施設においては，利用者の行動属性に合わせて施設の配置を考えればよい．一方，図書館は読書に興味のある住民や図書館の資料で調査・研究をする住民など，不特定多数が利用する．このような施設では様々な行動属性の利用者を想定すべきである．

移動図書館では，巡回地点の場所や時刻が利用者の利便性に大きな影響を与える．では，いつ，どこでサービスを提供すればよいのだろうか．様々な行動属性を持つ利用者にサービスを提供する場合，時間的にも空間的にも分散させることが利用者にとって便利であることは直感的にわかるが，具体的にどのように分散させればよいのだろうか．

様々な行動属性を持つ利用者に対し，サービスを提供する施設について空間上のみならず時間上での配置について，移動図書館を具体例として議論する．

図書館の配置についてはこれまでに様々な議論が行われている．中井・今井 (1996)，中井・今井 (1998), 中村・栗原 (1998), 大佛・山口 (1999) など，その多くが空間的配置のみを論点に置き，利用者の行動を同一属性として仮定し議論したものである．しかし，実際のサービスを考えると空間配置に加え時間の要素も含め，さらに多種多様な属性を持つ利用者を考えることが必要である．

人々の時間及び空間における行動について考察するものとして時間地理学という分野がある．荒井他 (1989a)，荒井他 (1989b)，荒井・川口 (1992)，荒井他 (1996) 等によって人々の行動パターンについて研究を行っている．しかし，これらはある特定の属性の行動パターンについての研究が主となっており，様々な行動属性を想定していない．

また，保育所の立地について時空間モデルを用いて分析しているものとして，武田 (1999) があるが，これも保育所利用者ということで行動形態が限定されている状況での導出である．

以上をふまえ，利用者の利便性を基準に，利用者の行動属性の多様性を考慮した時空間施設配置モデルを提示する．そして，実例を用いて時間的・空間的に分散した施設配置の意義について議論する．

6.2　時空間上での施設配置と利用者行動の表現

まずはじめに，時空間の表現と施設立地や利用者行動の表現方法の説明と分析における仮定を行う．

6.2.1　時空平面

武田・伊理 (1984) により示されているように 1 次元の対象地域を想定し，縦軸に地点 x，横軸に時刻 t をとった空間を考える (図 6.1)．これを「時空平面」と呼ぶことにする．この時空平面上の 1 点はある時刻のある地点に対応している．そして対象地域の長さとサービスの 1 周期をそれぞれ規準化し 1 とする．サービス時間は短い場合は点で表し，長い場合は線で表す．

サービスを行っている時間と地点の集合を I とし，サービス $i \in I$ の行われる時刻を t_i，地点を x_i とすると，時空平面上でのこのサービスは図 6.1 のように座標 (t_i, x_i) で表わされる．

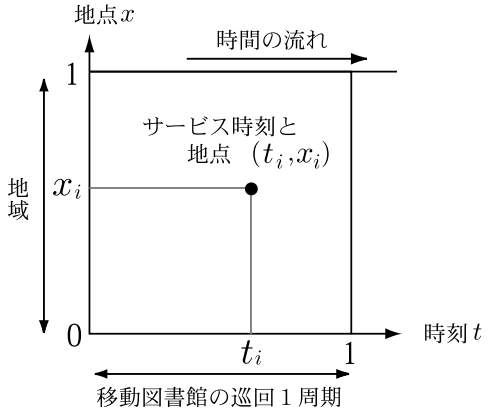


図 6.1: 時空平面

6.2.2 利用者行動の設定

次に，利用者の行動について考える．仮定として，就寝中などの非行動時間を除いて考え，サービスは周期的に無限に繰り返すものとする．時空平面上での施設配置を評価する基準として，次の 2 点を用いる．1 つは，サービスを欲した時刻とサービスを享受する時刻の差である待ち時間と移動距離を合算した「利用者コスト」である．この基準を用いるとき，距離と時間の制約を設けず最もコストの小さい点を利用するものとする．もう 1 つは，利用者全体のうち移動距離と時間の制約の中でサービスを受けられる割合を示す「サービス利用可能率」である．

利用者コストについて，岡部・鈴木 (1995) は時空平面上の直線距離により定義しているが，ここでは距離と時間とは次元が異なることを考慮し，待ち時間と移動距離との加重和で定義する．つまり，単位待ち時間あたりのコストを α，単位移動距離あたりのコストを β とし，時刻 t 地点 x にいる利用者 (t, x) がサービス i を利用するコスト $\phi_i(t, x)$ を

$$\phi_i(t, x) = \alpha|t_i - t| + \beta|x_i - x| \tag{6.1}$$

とする (図 6.2)．また，時間は過去に戻ることができないため $t \leq t_i$ の時空間領域のみを考慮する．利用者は $\phi_i(t, x)$ が最小となるサービス点を利用するため，利用者コスト $\phi(t, x)$ は

$$\phi(t, x) = \min_{i \in I} \phi_i(t, x) \tag{6.2}$$

となる．α/β が大きい時，その利用者は移動距離より待ち時間をより重視することに対応する．例えば，自動車などの交通手段を持つモビリティの高い利用者である．逆に，徒歩しか交通手段のない利用者は，長距離の移動より近い地点でサービスを受けたいから α/β

を小さくすることで表現できる．α 及び β の値を変えることによって様々な行動属性を持つ利用者を想定できる．

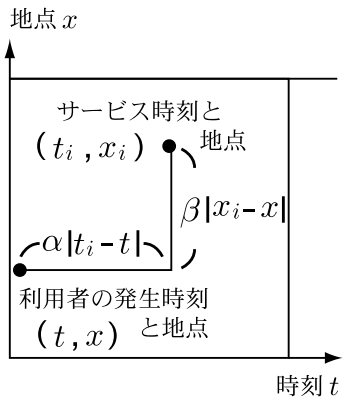


図 6.2: 利用者コスト

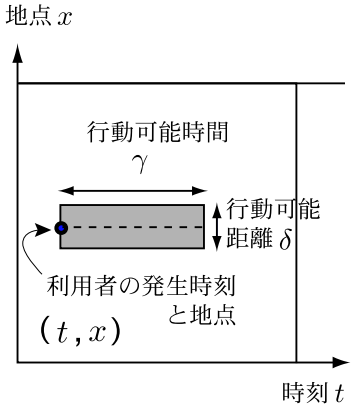


図 6.3: 行動可能範囲

サービス利用可能率について，利用者の行動可能範囲を，Hägerstrand(1970) により示されている Time Space Prism の概念を受け時空平面上の図形で定義する．その施設を利用するために行動できる時間の長さを γ ，行動できる距離を δ とすると，図 6.3 の網かけを施した部分のように矩形で表現される．時間地理学では一般にプリズム型の範囲を用いるが，それでは利用可能率を解析的に求めることが難しく，非行動時間を含めて考えるとモデルが複雑になる．そこで本章では，利用者の行動属性を移動速度差の代わりに行動可能距離で表現する．この矩形の縦横の辺の長さにより利用者の行動属性を表現できる．利用者の移動方法に関しては，自動車・自転車・徒歩など様々である．γ が大きいことはサービス享受のために使える時間が多いことを表し，δ が大きいことは長距離移動が可能であることを表す．つまり，時間の融通はきくが徒歩しか交通手段のない利用者は γ を大きくし，δ を小さくすることで表現できる．逆に時間は限られるが長距離交通手段を持つ利用者は γ を小さくし，δ を大きくすることで表現できる．γ, δ を変化させることによって多様な行動属性を持つ利用者を想定できる．

6.2.3　配置パターン

次に，サービス地点の配置パターンを設定する．点配置についての議論は様々な分野で議論されている．久保 (1997) などの数理生態学の分野では生物の生存位置や生物間の相互関係を数理的に分析している．谷口 (1996) などの画像解析の分野ではノイズやにじみ

を取り除くために空間的パターンを解析する手法として点配置の議論がある．様々な分野での点配置の研究を統計学から見るものとして空間統計学の分野がある．この分野はさまざまな分野への応用の基礎となる数理的研究であり，これをまとめているものとしてRipley(1981)，間瀬・武田 (2001) などがある．他の点との距離などの関係を仮定し確率的枠組みの中で点配置がどのようになるかを議論している．例えば，隣接する点の距離が一定値以下あるいは一定値以上であるとき，また隣接点までの距離が確率的に与えられたときに結果としてどのような点配置になるかといった問題を議論している．ただし，主に 2 次元平面あるいは 3 次元空間での議論であり，時空間を想定したものではないためそのまま適用しにくい．

そこで，時空平面におけるサービス地点の配置のパターンとして，格子状配置・ランダム配置・(t,m,s)-net 配置の 3 種類の配置を想定する．これら 3 つの配置はそれぞれ時空間で解釈すると以下のような特徴を持っている．格子状配置は距離軸と時間軸で等間隔で固定され規則性がある．ランダム配置はその反対で規則性のない配置である．(t,m,s)-net 配置はその中間で分散しているが規則性もある．その他にも様々な配置が考えられるが，この 3 種類の配置を代表的なものとして扱う．(t,m,s)-net とはここ数年の間に金融工学などの分野で注目されてきたものである．本来の目的としては，多重数値積分の精度を落とさずにより速く近似値を計算するために考えられている準乱数であるが，本研究ではこれを施設配置に用いるための 1 つの方法として考える．厳密な説明や詳細については，手塚 (1995) を参考にしていただきたい．(t,m,s)-net はここ最近になって考えられてきたものであり，その特徴をみることは意義深いことである．

格子状配置

時空平面において格子状に点を配置したもので，空間的にも時間的にも等間隔に並ぶようになっている．サービス時間の回数は m ，サービス地点の数を n とすると，サービス点 (t_s, x_s) は

$$(t_s, x_s) = \left(\frac{i}{m}, \frac{j}{n} - \frac{1}{2n} \right) \quad (i = 1, \cdots, m \quad j = 1, \cdots, n) \tag{6.3}$$

と式で表すことができ，図 6.4 のように配置する．この配置の特徴は，時間の間隔が $1/m$，距離の間隔が $1/n$ と一定であり，すなわち同じ地点で同じ時間間隔でサービスを繰り返すということである．

ランダム配置

時空平面のなかに点をランダム配置したものである．この配置の特徴は，格子状配置の

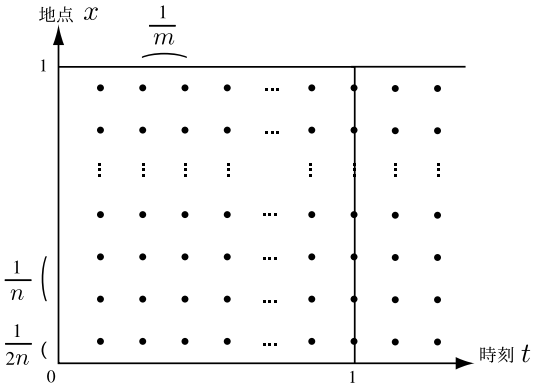


図 6.4: 格子状配置

まったくの対極として，時間の間隔も距離の間隔も規則性がないということである．点の発生はプログラム言語 Pascal の乱数発生命令を用いる．

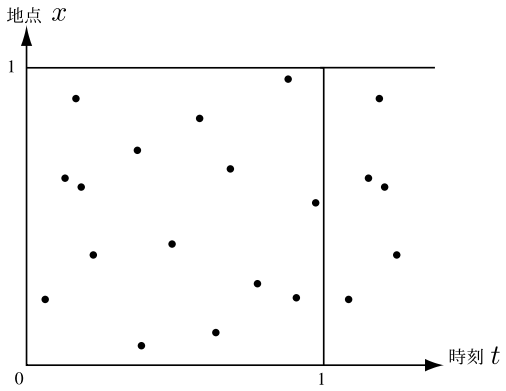


図 6.5: ランダム配置

(t,m,s)-net 配置

(t,m,s)-net について，本研究で用いる定義を簡単に説明すると，2 次元において点を n 個配置した場合に，$(1/m) \times (m/n)$ (m は n の約数）の長方形のなかに点が 1 つ含まれるような点列，と表現できる．

図 6.6 によって説明すると以下のようになる．16 点の (t,m,s)-net 場合，$(1/1) \times (1/16)$, $(1/2) \times (1/8)$, $(1/4) \times (1/4)$, $(1/8) \times (1/2)$, $(1/16) \times (1/1)$ の各長方形で 1×1 の正方形を区切ったとき，どのように区切っても各長方形に点が 1 つ入るような配置になっている．このような配置を (t,m,s)-net と呼ぶ．この配置の特徴は，時間のみまたは距離のみ

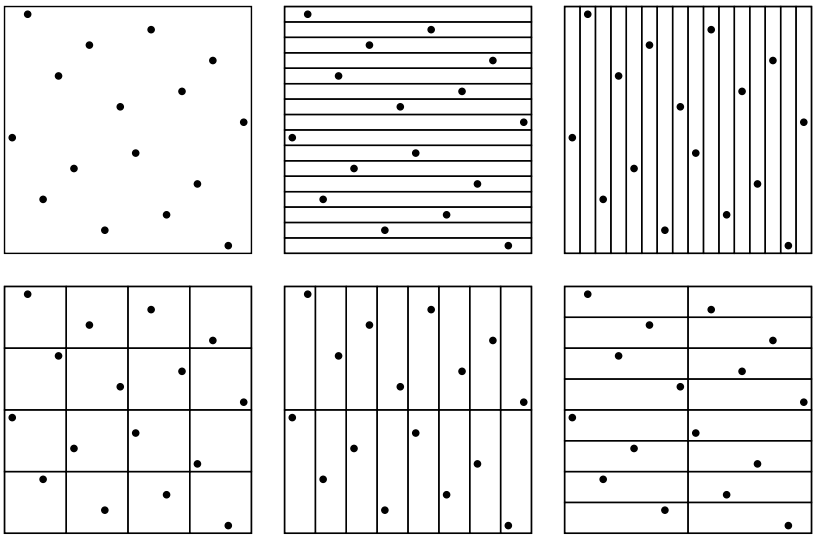


図 6.6: (t,m,s)-net

に着目すると等間隔になっている．また，時間や空間を等間隔に区切ったときに，すべての 1 区切りに点が 1 つ含まれる．点の数が等しい場合，その間隔は格子状配置と比べ狭く，点が分散している．ランダム配置と比べると点の配置に規則性がある．このような特徴から格子状配置とランダム配置の中間といえるだろう．ただし，(t,m,s)-net は点の数を設定しても一意に定まるとは限らないということに注意しなければならない．また，2 次元では (t,m,s)-net は自然数の 2 乗の数の点でしか生成できない．今後，図 6.7 のような (t,m,s)-net を用いて議論する．

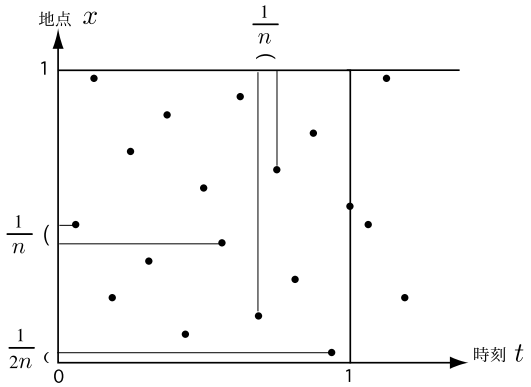


図 6.7: (t,m,s)-net 配置

利用者の発生密度

本来は，利用者の発生密度は時間や場所により異なるものではあるが，簡単のために利用者の密度は時空平面において，時間的にも空間的にも発生密度が一定であると仮定する．また，後の計算において簡単のため密度は 1 とする．

利用者の移動の速さ

実際には，利用者はサービスを受けに行くために時間をかけて移動する．そのため，利用者の移動を考慮しなければならない．本来移動の速さは利用者によってまちまちである．時空平面上において傾きを持った線によって利用者の移動の速さを表すことは可能であるが，各軸の単位のとり方により同じ速さでも傾きは変わってくる．また，時間の 1 周期の長さが大きく線的地域の長さが小さい場合，移動の速さは無限大として扱うことができる．また，様々な利用者を一律に示すことは難しい．このようなことから，本研究では移動の速さは無限大とする．

6.3　移動コストによる分析

利用者がサービス点を利用するために移動する距離と待ち時間とをあわせたものをサービスを受けるためのコストとする．そして，それぞれの配置パターンによって利用者の平均コストがどのように異なるかについて考察する．

6.3.1　格子状配置

はじめに，格子状配置の利用者の平均コストの理論式を求める．

サービス点の数を時間軸方向に m 点，距離軸方向に n 点とし，全部で mn 点とする．そして，サービス時間の長さは l とする．

平均コストの導出

格子状配置の場合，サービス時刻・地点の間隔がそれぞれ一定であることから，コストの重み付けにかかわらず 1 つのサービス点を利用する範囲を一意に決定することができる．その範囲は図 6.8 のように $(1/m) \times (1/n)$ の範囲となる．全てのサービス点においてもその対象とするサービス範囲が同じであることから，この範囲内での利用者の平均コストは全体の利用者の平均コストとなる．よって，$(1/m) \times (1/n)$ の範囲だけで計算をすればよい．

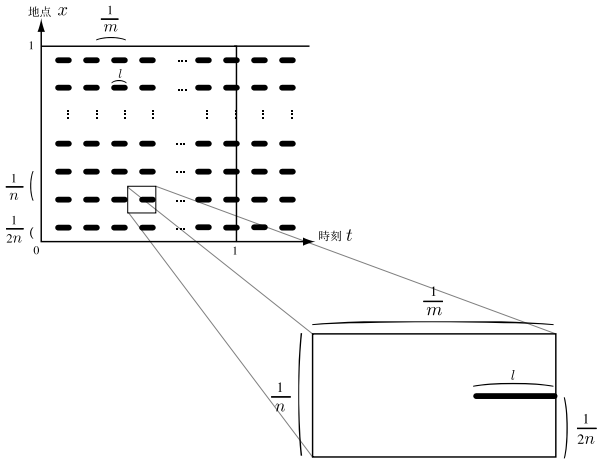


図 6.8: 1 サービス点の利用者の範囲

次に，サービス地点から r 以内の利用者の範囲を考える．これは，コスト r 以内で利用できる利用者の範囲と同じとなる．そこで，コスト r 以内で利用できる利用者の範囲の面積を $F(r)$ とする．これより移動コスト分布を表す確率密度関数 $f(r)$ を求め，平均コストを求める．コストを計算するときに時間軸 (α) と距離軸の重み (β) を考慮して $(\alpha/m)\times(\beta/n)$ の範囲で考える．すると，コスト r 以内で利用できる範囲は 4 つに場合分けされ，図 6.9 のようになる．場合分けにより，$F(r), f(r)$ を求めると以下のようになる．

$\alpha(\frac{1}{m}-l) \geq \beta\frac{1}{2n}$ の場合

$$F(r) = \begin{cases} r^2 + 2\alpha l r & 0 \leq r \leq \frac{\beta}{2n} \\ \left(\dfrac{\beta}{2n}\right)^2 + \dfrac{\beta}{n}\left(r + \alpha l - \dfrac{\beta}{2n}\right) & \frac{\beta}{2n} \leq r \leq \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \\ \dfrac{\alpha\beta}{mn} - \left(\alpha\left(\dfrac{1}{m}-l\right) + \dfrac{\beta}{2n} - r\right)^2 & \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \leq r \leq \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) + \frac{\beta}{2n} \end{cases}$$

これを微分し，総面積 $\alpha\beta/mn$ で割ると，確率密度関数 $f(r)$ は，

$$f(r) = \begin{cases} \dfrac{mn}{\alpha\beta}(2r + 2\alpha l) & 0 \leq r \leq \frac{\beta}{2n} \\ \dfrac{mn}{\alpha\beta}\dfrac{\beta}{n} & \frac{\beta}{2n} \leq r \leq \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \\ \dfrac{mn}{\alpha\beta}\left(2\dfrac{\alpha}{m} + \dfrac{\beta}{n} - 2r - 2\alpha l\right) & \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \leq r \leq \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) + \frac{\beta}{2n} \end{cases}$$

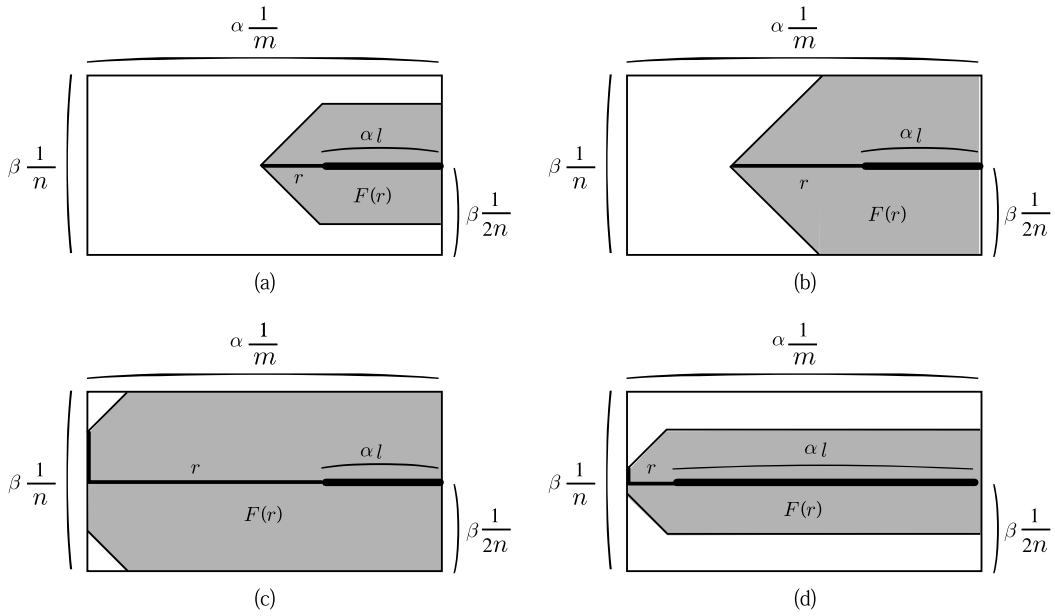


図 6.9: コスト r 以内で利用できる範囲

と求められる．

$\alpha(\frac{1}{m}-l) \le \beta\frac{1}{2n}$ の場合

$$F(r) = \begin{cases} r^2 + 2\alpha l r & 0 \le r \le \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \\ r^2 + 2\alpha l r - \left(r + \alpha l - \dfrac{\alpha}{m}\right)^2 & \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \le r \le \frac{\beta}{2n} \\ \dfrac{\alpha\beta}{mn} - \left(\alpha\left(\dfrac{1}{m}-l\right) + \dfrac{\beta}{2n} - r\right)^2 & \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \le r \le \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) + \frac{\beta}{2n} \end{cases}$$

これを微分し，総面積 $\alpha\beta/mn$ で割ると，確率密度関数 $f(r)$ は，

$$f(r) = \begin{cases} \dfrac{mn}{\alpha\beta}(2r + 2\alpha l) & 0 \le r \le \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \\ \dfrac{mn}{\alpha\beta}\dfrac{2\alpha}{m} & \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \le r \le \frac{\beta}{2n} \\ \dfrac{mn}{\alpha\beta}\left(2\dfrac{\alpha}{m} + \dfrac{\beta}{n} - 2r - 2\alpha l\right) & \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) \le r \le \alpha\left(\frac{1}{m}-l\right) + \frac{\beta}{2n} \end{cases}$$

と求められる．これより平均コスト $E(R)$ を求めると，2 つの場合どちらも等しくなり

$$E(R) = \int_0^{\alpha\left(\frac{1}{m}-l\right)+\frac{\beta}{2n}} rf(r)\mathrm{d}r = \alpha\frac{m}{2}\left(\frac{1}{m}-l\right)^2 + \beta\frac{1}{4n} \tag{6.4}$$

となる．

定理 6.1 格子状配置における平均コストは以下の式で表される．

$$\alpha\frac{m}{2}\left(\frac{1}{m}-l\right)^2 + \beta\frac{1}{4n} \tag{6.5}$$

別の方法で求めると以下のようになる．

時間軸方向と距離軸方向は別々に考えることができる．図 6.8 のように $(1/m) \times (1/n)$ の範囲において計算を行う．

まず，時間軸方向の平均値を求める．時間軸方向の総コストを求めると，

$$\int_0^{\frac{1}{m}-l} \frac{1}{n} r\mathrm{d}r = \frac{1}{2n}\left(\frac{1}{m}-l\right)^2 \tag{6.6}$$

となり，これを面積 $1/mn$ で割ると平均値が求まり，

$$\frac{m}{2}\left(\frac{1}{m}-l\right)^2 \tag{6.7}$$

となる．

次に，距離軸方向の平均値を求める．距離軸方向の総コストは

$$\int_0^{\frac{1}{2n}} \frac{1}{m} 2r\mathrm{d}r = \frac{1}{4mn^2} \tag{6.8}$$

となり，これを面積 $1/mn$ で割ると平均値が求められ，

$$\frac{1}{4n} \tag{6.9}$$

となる．そして，時間軸の重み α と距離軸の重み β をかけ，それぞれの平均値を合計すると次のように平均コスト $E(R)$ が求められる．

$$E(R) = \alpha\frac{m}{2}\left(\frac{1}{m}-l\right)^2 + \beta\frac{1}{4n} \tag{6.10}$$

これは最初に確率密度関数より求めたものと一致する．

これより重み付け α, β に関しては線形であり，n に関しては $1/n$，m に関しては $1/2m$ でコストに効いてくることがわかる．

表 6.1: 格子状配置：$mn = 16$ で m, n の取り方と平均コスト

	$m = 1$ $n = 16$	$m = 2$ $n = 8$	$m = 4$ $n = 4$	$m = 8$ $n = 2$	$m = 16$ $n = 1$
$E(R)$	0.455	0.223	0.133	0.140	0.250

シミュレーションと理論値の比較

シミュレーションにより，コストの分布を求め，理論値が適合しているかどうかを確認する．シミュレーションの方法は以下の通りである．サービス点の数は 16 点とし，$m = n = 4$ の配置とする．サービス時間の長さは $l = 1/16$ とし，距離軸・時間軸の重み付けは $\alpha = \beta = 1$ とする．利用者をランダムに 10,000 発生させ，それぞれのコストを計算し，ヒストグラムで表した．図 6.10 のように，理論値とシミュレーションはよく適合している

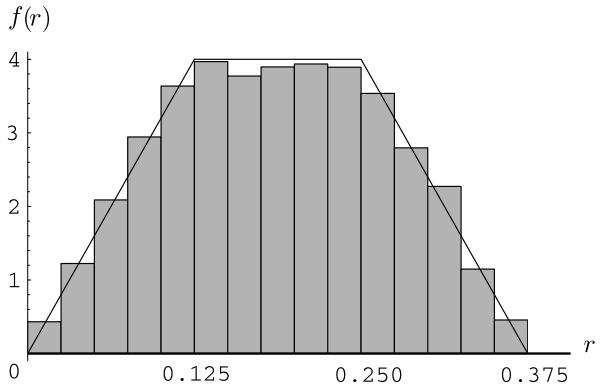


図 6.10: 格子状配置：理論値とシミュレーション比較

ことがわかる．

各パラメータと平均コストとの関係

次に，点の数が同じ場合に m, n の取り方により点の配置を変えたときの平均コストの変化を示す．

$mn = 16, \alpha = \beta = 1, l = 1/16$ としたときの m, n の変化による平均コストの変化を計算した．表 6.1 のように，$m = n = 4$ がもっとも平均コストが小さくなっている．これは $\alpha = \beta = 1$ とし，距離と時間のどちらも特に重視する利用者を考えているため，時間軸・距離軸の両方において分散している配置のほうが平均コストが小さくなっていると考えられる．

次に，m, n それぞれの変化により点の数を変えたときの平均コストの変化を示す.

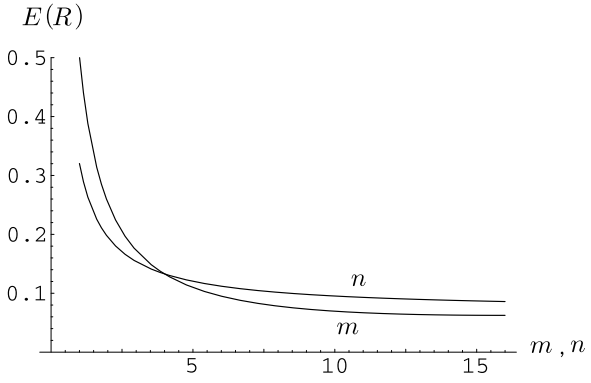


図 6.11: 格子状配置：m, n の変化と平均コスト

$n = 4, \alpha = \beta = 1, l = 1/16$ としたときの m の変化と，$m = 4, \alpha = \beta = 1, l = 1/16$ としたときの n の変化による平均コストの変化を計算した．図 6.11 のように，m, n が大きくなるにつれ平均コストは減少するが，m, n が大きくなるにつれ減少の度合いが小さくなっている．$m = 5, n = 5$ あたりからほぼ変わらなくなってくる．ある一定数をこえると点を増加させても平均コストで考えるとあまり意味がないといえる．また，理論式 (6.10) からもわかるように，n は $1/n$ でコストに効き，m は $1/2m$ で効いてくることから n より m のほうが減少の割合が大きくなっている．また，m を大きくしていくと $\beta\frac{1}{4n}$ に収束し，n を大きくしていくと $\alpha\frac{m}{2}(\frac{1}{m} - l)^2$ に収束する.

次に，α, β の変化により時間および距離の重み付けを変えたときの平均コストの変化を示す．$m = n = 4, \beta = 1, l = 1/16$ としたときの α の変化と，$m = n = 4, \alpha = 1, l = 1/16$

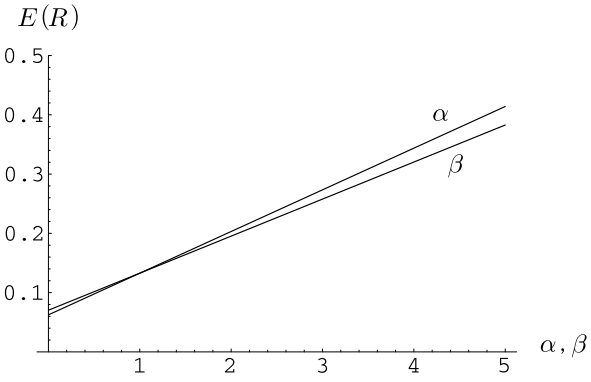


図 6.12: 格子状配置：α, β の変化と平均コスト

としたときの β の変化による平均コストの変化を計算した．図 6.12 のように，α, β が大きくなるにつれコストも増加している．理論式 (6.10) からもわかるように線形に変化している．これは利用するサービス点が固定されていて，重み付けが変化しても利用者はサービス点を変えることができないため，重み付けの変化の影響をそのまま受けるからであると考えられる．

最後に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの平均コストの変化を示す．$m = n = 4, \alpha = \beta = 1$ としたとき，図 6.13 のように，l が大きくなると平均コストは小さ

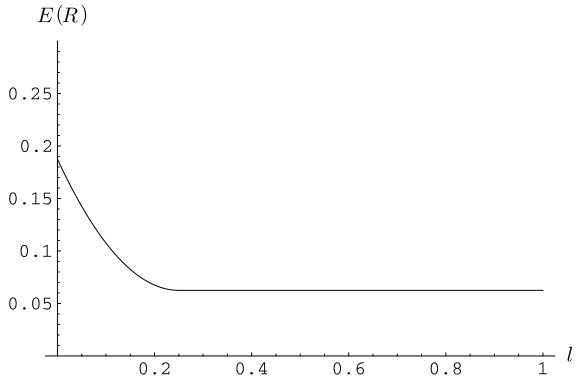


図 6.13: 格子状配置：l の変化と平均コスト

くなるが，ある点からは l が大きくなっても変化しなくなる．これは，格子状配置の特徴として，同じ地点で何度もサービスを繰り返すということがあり，サービス時間の長さ l がサービス間隔 $1/m$ より長くなってしまうと，それ以上はサービスの長さは変わらないということになるからである．

6.3.2　ランダム配置

ランダム配置の利用者の平均コストの理論式を求める．

平均コストの導出

Clark ad Evans(1954) による，最近隣距離の考え方を用いて計算する．最近隣距離とは任意の点から，最も近いサービス点までのコストと定義できる．ここで，対象領域における最近隣距離 R の確率密度関数を $f(R)$ とすると，任意の点から最近隣距離が $0 < R < r$ となる確率は面積 S の中に点が少なくとも 1 つある確率と等しくなる．この面積 S のなかに x 点ある確率を $P(x, S)$ とすれば，1 から点が 0 個の確率を引いたものとなり，

$$\int_0^r f(R)\mathrm{d}R = 1 - P(0,S) \tag{6.11}$$

と表される．この式の両辺を r で微分すると，確率密度関数 $f(r)$ は

$$f(r) = -\frac{\mathrm{d}P(0,S)}{\mathrm{d}r} \tag{6.12}$$

となる．

ここで面積 S を求めるのだが，長さ l の線分がコスト r 以内にあるということは，利用できる範囲を時間軸方向へ l の長さ分延ばした範囲内に点があることと同じである．そして図 6.14 より

$$S = \frac{1}{\alpha\beta}r^2 + \frac{2l}{\beta}r \tag{6.13}$$

となる．

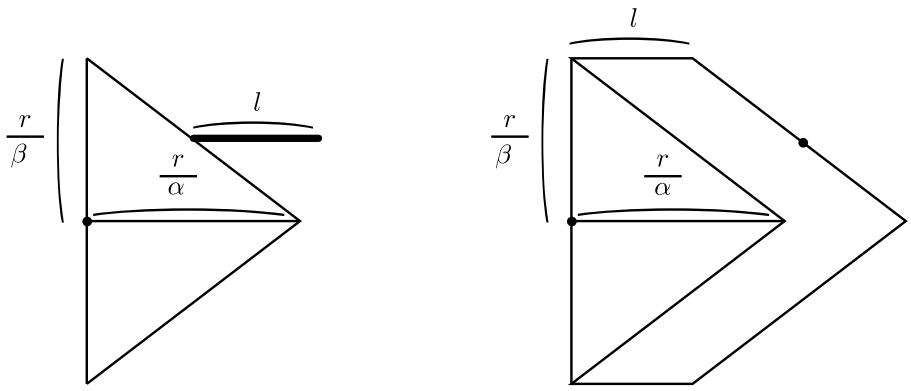


図 6.14: ランダム配置：コスト r 以内で利用できる範囲

点の分布がランダムなとき，大局的密度を ρ とすると，$P(x,S)$ はポアソン分布に従い，

$$P(0,S) = e^{-\rho S} \tag{6.14}$$

となる．コスト r 以内の範囲が図 6.14 の右図のようになるから，S に式 (6.13) を代入し式 (6.12) より確率密度関数 $f(r)$ を求めると

$$f(r) = \frac{2\rho}{\beta}\left(\frac{r}{\alpha} + l\right)e^{-\rho(\frac{1}{\alpha\beta}r^2 + \frac{2l}{\beta}r)} \tag{6.15}$$

が得られる．平均コストを求めると

$$E(R) = \int_0^\infty rf(r)\mathrm{d}r = \frac{\sqrt{\alpha\beta\pi}}{2\sqrt{\rho}} e^{\frac{l^2\alpha\rho}{\beta}} \left(1 - Erf\left(l\sqrt{\frac{\alpha\rho}{\beta}}\right)\right) \tag{6.16}$$

$$\text{ただし, } Erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2}\mathrm{d}t \tag{6.17}$$

となる．

定理 6.2 ランダム配置における平均コストは以下の式で表される．

$$\frac{\sqrt{\alpha\beta\pi}}{2\sqrt{\rho}} e^{\frac{l^2\alpha\rho}{\beta}} \left(1 - Erf\left(l\sqrt{\frac{\alpha\rho}{\beta}}\right)\right) \tag{6.18}$$

ただし，$Erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

シミュレーションと理論値の比較

次に，シミュレーションにより，コストの分布を求め，理論値が適合しているかどうかを確認する．シミュレーションの方法は以下の通りである．サービス点の数は 16 点とし，$m = n = 4$ の配置とする．サービス時間の長さは $l = 1/16$ とし，距離軸・時間軸の重み付けは $\alpha = \beta = 1$ とする．利用者の発生点はランダムに 10,000 として，それぞれのコストを計算し，ヒストグラムで表した．図 6.15 のように，シミュレーションの結果と理論値

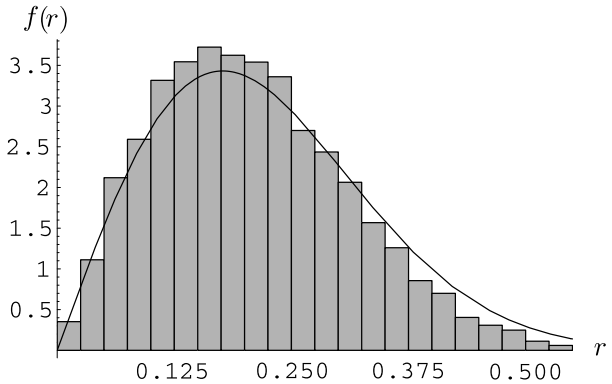


図 6.15: ランダム配置：理論値とシミュレーション比較

を比較すると，理論値のほうが長い距離の分布が多くなっており若干ずれている．これは，シミュレーションは有限平面を仮定し，理論値は無限平面を仮定しているためと考えられる．しかし，全体の傾向として合っているのでこれを用いてもよいものとして考える．

各パラメータと平均コストとの関係

次に，ρ の変化により点の数を変えたときの平均コストの変化を示す.

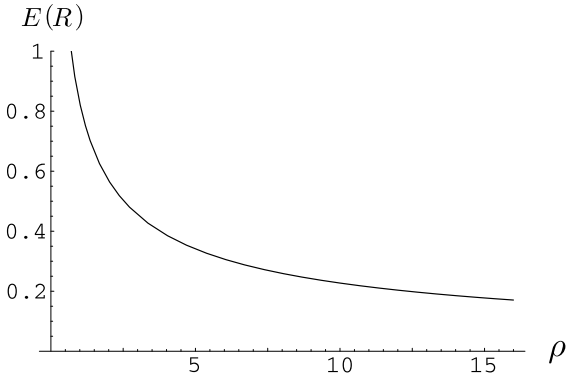


図 6.16: ランダム配置：ρ の変化と平均コスト

$\alpha = \beta = 1, l = 1/16$ としたときの ρ の変化による平均コストの変化を計算した．図 6.16 のように，ρ が大きくなるにつれ平均コストは減少するが，ρ が大きくなるにつれ減少の度合いが小さくなっている．一定数以上点を増やしても意味がなくなっていく.

次に，α, β の変化により時間および距離の重み付けを変えたときの平均コストの変化を示す.

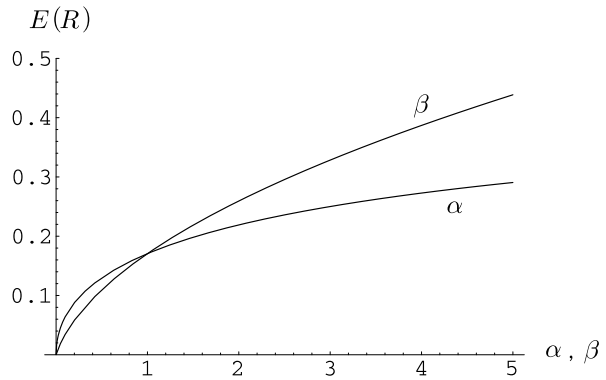


図 6.17: ランダム配置：α, β の変化と平均コスト

$\rho = 16, \beta = 1, l = 1/16$ としたときの α の変化と，$\rho = 16, \alpha = 1, l = 1/16$ としたときの β の変化による平均コストの変化を計算した．図 6.17 のように，α, β が大きくなるにつれコストも増加している．増加率は α, β が大きくなるにつれ小さくなっている．これは重み付けが変わることにより，利用者がよりコストの小さい点へシフトするためだと考え

られる．また，あまりに α, β の比が大きくなるともう一方の意味を持たなくなる．つまり時間軸の重み付け (α) が大きくなると，利用者は距離だけを考えてサービス地点を選ぶようになる．距離軸の重み付け (β) に関しても同様である．$\alpha, \beta < 1$ では α のほうが平均コストは大きく，$\alpha, \beta > 1$ では β のほうが平均コストは大きくなっている．時間軸の重みより距離軸の重みのほうがコストに効いてくる．

最後に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの平均コストの変化を示す．

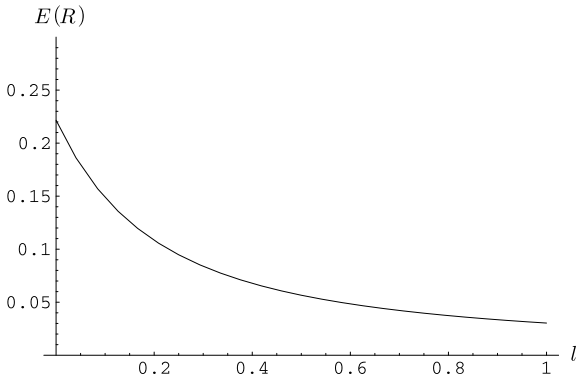


図 6.18: ランダム配置：l の変化と平均コスト

$\rho = 16, \alpha = \beta = 1$ としたときの l の変化による平均コストの変化を計算した．図 6.18 のように，l が大きくなるにつれ平均コストは減少するが，l が大きくなるにつれ減少の度合いが小さくなっている．

6.3.3　(t,m,s)-net 配置

(t,m,s)-net 配置に関しては，理論式を求めることは難しく点の生成が容易でないため，16 点のシミュレーションのみとする．シミュレーションの方法は以下の通りである．

平均コストの算出

サービス点の数は $k = 16$ とする．サービス時間の長さは $l = 1/16$ とし，距離軸・時間軸の重み付けは $\alpha = \beta = 1$ とする．利用者の発生点はランダムに 10,000 として，それぞれのコストを計算し，ヒストグラムで表した．図 6.10 の格子状配置と図 6.15 のランダム配置と比較すると図 6.19 のようになる．

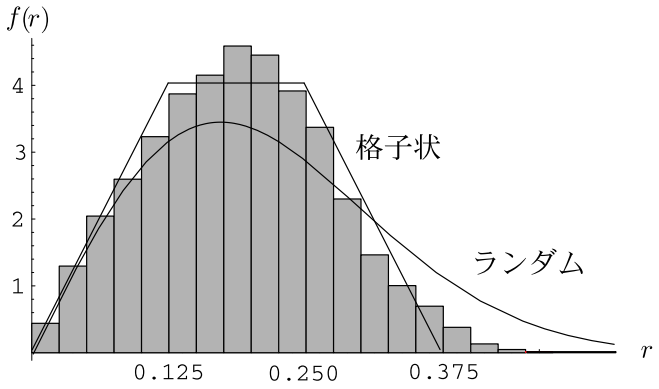


図 6.19: (t,m,s)-net 配置：シミュレーション

各パラメータと平均コストとの関係

次に，α, β の変化により時間および距離の重み付けを変えたときの平均コストの変化を示す．$k = 16, l = 1/16$ としたときの α と β の変化による平均コストの変化を計算した．

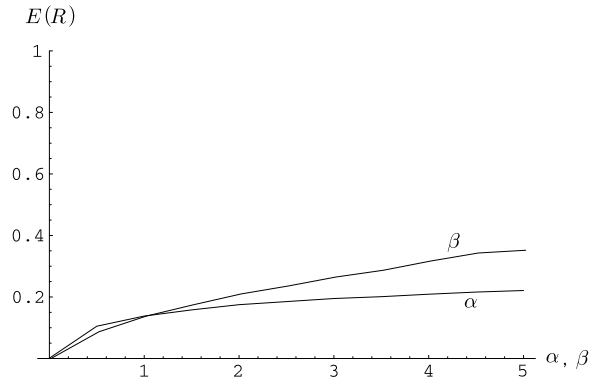


図 6.20: (t,m,s)-net 配置：α, β の変化と平均コスト

図 6.20 のように，α, β が大きくなるにつれコストも増加している．増加率は α, β が大きくなるにつれ小さくなっている．これは重み付けが変わることにより，利用者がよりコストの小さい点へシフトすることからこのような変化になると考えられる．また $\alpha < 1, \beta < 1$ では α のほうが平均コストは大きく，$\alpha > 1, \beta > 1$ では β のほうが平均コストは大きくなっている．次に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの平均コストの変化を示す．

$k = 16, \alpha = \beta = 1$ としたときの l の変化による平均コストの変化を計算した．図 6.21 のように，l が大きくなるにつれ平均コストは減少するが，l が大きくなるにつれ減少の度

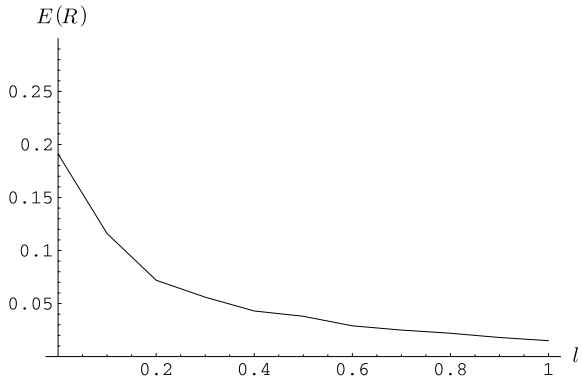


図 6.21: (t,m,s)-net 配置：l の変化と平均コスト

合いが小さくなっている．サービス時間をある程度長くすると，それ以上は長くしても平均コストはあまり小さくならないことがわかる．

6.3.4　3 配置パターンの比較

これまでは 3 配置パターンについて個々に考察をしてきたが，ここでは 3 配置パターンの比較を行う．

はじめに，α, β の変化により時間および距離の重み付けを変えたときの平均コストの変化を示す．

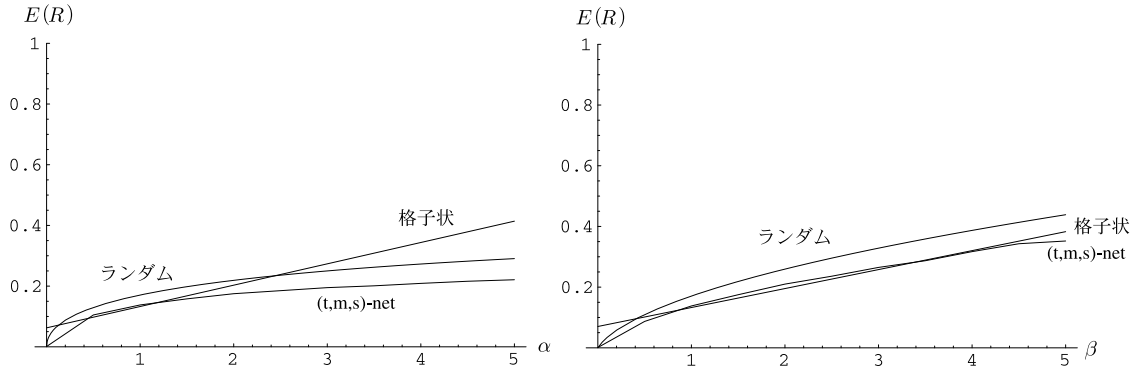


図 6.22: 3 配置パターン：α, β の変化と平均コストの比較

$m = n = 4, \rho = 16, k = 16, l = 1/16, \beta = 4$ としたときの α による平均コストの変化と $m = n = 4, \rho = 16, k = 16, l = 1/16, \alpha = 4$ としたときの β による平均コストの変化が図

6.22 である．格子状配置とランダム配置は理論値，(t,m,s)-net 配置に関してはシミュレーションの値となっている．

これら 3 種類の配置を平均コストと時間軸・距離軸の重み付けの違いという面から考えると (t,m,s)-net 配置が良いといえる．格子状配置は線形に平均コストが増加していくため良くない．また，ランダムは傾向が (t,m,s)-net 配置に似ているが，(t,m,s)-net 配置を下回ることはない．全体的に (t,m,s)-net 配置がもっとも平均コストが小さくなっている．

次に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの平均コストの変化について考察する．

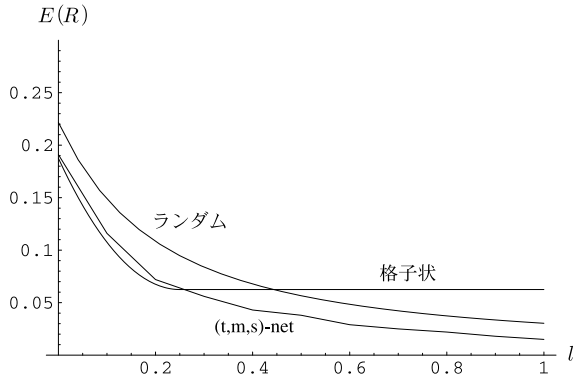


図 6.23: 3 配置パターン：l の変化と平均コストの比較

$m = n = 4, \rho = 16, k = 16, \alpha = \beta = 1$ としたときの l による平均コストの変化が図 6.23 である．格子状配置とランダム配置は理論値，(t,m,s)-net 配置に関してはシミュレーションの値となっている．

これら 3 種類の配置を平均コストとサービス時間の長さの違いという面から考えると (t,m,s)-net 配置が良いといえる．全体的に (t,m,s)-net 配置がもっとも平均コストが小さくなっている．格子状配置は l が小さいうちは (t,m,s)-net 配置とほぼ変わらないのだが，平均コストが変化しなくなってからは，(t,m,s)-net 配置よりコストが高くなっている．また，ランダムは傾向が (t,m,s)-net 配置に似ているが，(t,m,s)-net 配置より大きくなっている．l が大きくなるにつれ，格子状配置は他の配置と比べコストが高いため，不便な配置といえる．

6.4　利用可能率による分析

次に，行動可能範囲から求める利用可能率によって分析を行う．利用可能率とは，利用しようとする人のうち，実際に利用できる人の割合と定義する．時間・距離両方含めて，すべての利用者の行動可能な範囲を一定に定めたときに，どのくらいの割合の人がサービスを享受できるかということである．施設の配置により，利用可能率がどのように異なるかについて考察する．

6.4.1　利用者の行動範囲の設定方法

利用者の行動範囲を距離と時間をあわせたものを矩形で示す．図 6.24 で示したように時間軸方向の行動可能時間は γ ，距離軸方向の行動可能距離を δ とする．

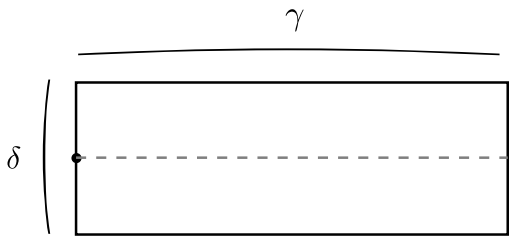


図 6.24: 利用者の行動範囲

利用者の行動範囲は 1 つのサービス点を利用できる範囲と一致することから，サービス時間 l のサービスを受けられる範囲は，$l = 0$ のとき利用者の行動範囲の大きさと一致し，$l > 0$ の場合は，時間軸方向に l だけ延ばした範囲の大きさとなっている．

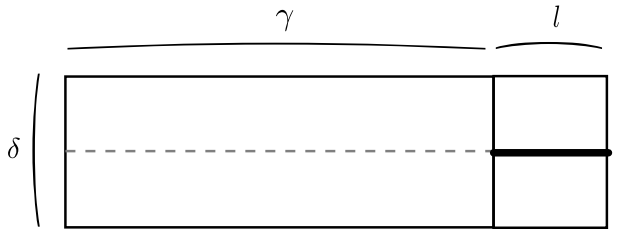


図 6.25: サービスを受けられる範囲

6.4.2 格子状配置

はじめに，格子状配置について考える．

利用可能率の導出

まず，格子状配置の場合における利用者の利用可能率の理論式を求める．前節と同様にサービス地点数を距離軸方向に m 点，時間軸方向に n 点とし，全部で mn 点とする．そして，サービス時間の長さを l とする．図 6.8 のように 1 つのサービス点を利用する利用者の範囲は決まり，$(1/m) \times (1/n)$ の範囲となる．全てのサービス点においてもその対象とするサービス範囲が同じであることから，この範囲内での利用可能率は全体の利用可能率と一致する．よって，この範囲内だけで計算をする．1 つのサービス地点を考えたときに，行動範囲により図 6.26 のように，サービスを受けられる範囲，1 つのサービスが受け持つ範囲は 4 つのパターンに分けることができる．

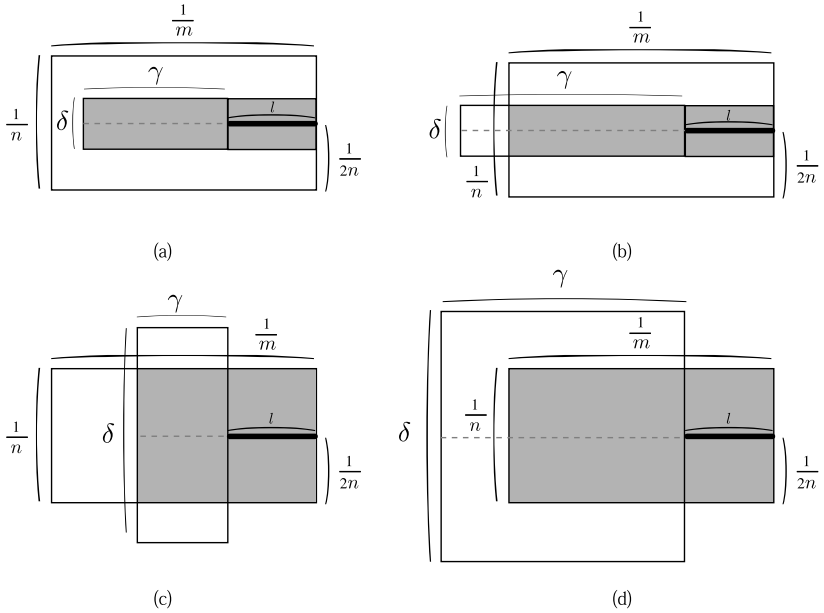


図 6.26: 1 サービス点のサービス範囲の場合分け

それぞれの場合について，利用可能率を $P(\gamma, \delta)$ と表すと，

$$P(\gamma,\delta) = \begin{cases} mn(\delta(\gamma+l)) & \delta \le \frac{1}{n}, \gamma \le \frac{1}{m} - l \quad \text{(a)} \\ \delta n & \delta \le \frac{1}{n}, \gamma \ge \frac{1}{m} - l \quad \text{(b)} \\ m(\gamma+l) & \delta \ge \frac{1}{n}, \gamma \le \frac{1}{m} - l \quad \text{(c)} \\ 1 & \delta \ge \frac{1}{n}, \gamma \ge \frac{1}{m} - l \quad \text{(d)} \end{cases} \tag{6.19}$$

となる．$\gamma \leq (1/m) - l$ のとき $P(\gamma, \delta)$ は線形に変化するが，$\gamma \geq (1/m) - l$ のときは γ は $P(\gamma, \delta)$ に関係しない．また，$\delta \leq 1/n$ のとき $P(\gamma, \delta)$ は δ に比例している．$\delta \geq 1/n$ のときは δ は $P(\gamma, \delta)$ に関係しない．

シミュレーションと理論値の比較

次に，シミュレーションにより，利用可能率を求め，理論値が適合しているかどうかを確認する．シミュレーションの方法は以下の通りである．行動可能距離，行動可能時間を $(\gamma, \delta) = (1, 1/16), (1/2, 1/8), (1/4, 1/4), (1/8, 1/2), (1/16, 1)$ の 5 種類と設定する．サービス地点の数は 16 点とし，$m = n = 4$ の配置とする．サービス時間の長さは $l = 1/16$ とし，距離軸・時間軸の重み付けは $\alpha = \beta = 1$ とする．利用者の発生点はランダムに 10,000 として利用可能率を計算した．この結果から，理論値とシミュレーション結果はよく適合

表 6.2: 格子状配置：理論値とシミュレーション比較

	$\gamma = 1/16$ $\delta = 1$	$\gamma = 1/8$ $\delta = 1/2$	$\gamma = 1/4$ $\delta = 1/4$	$\gamma = 1/2$ $\delta = 1/8$	$\gamma = 1$ $\delta = 1/16$
理論値	0.500	0.750	1.000	0.500	0.250
シミュレーション	0.504	0.753	1.000	0.501	0.248

しているといえる．

各パラメータと利用可能率との関係

次に，点の数が同じ場合に m, n の取り方により点の配置を変えたときの利用可能率の変化を示す．$mn = 16, l = 1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの m, n, γ, δ の変化による利用可能

表 6.3: 格子状配置：$mn = 16$ で m, n の変化と利用可能率

	$\gamma = 1/16$ $\delta = 1$	$\gamma = 1/8$ $\delta = 1/2$	$\gamma = 1/4$ $\delta = 1/4$	$\gamma = 1/2$ $\delta = 1/8$	$\gamma = 1$ $\delta = 1/16$
$m = 1, n = 16$	0.125	0.188	0.313	0.563	1.000
$m = 2, n = 8$	0.250	0.375	0.675	1.000	0.500
$m = 4, n = 4$	0.500	0.750	1.000	0.500	0.250
$m = 8, n = 2$	1.000	1.000	0.500	0.250	0.125
$m = 16, n = 1$	1.000	0.500	0.250	0.125	0.063

率の変化を計算した．表 6.3 のように，利用者の利用範囲の取り方によって利用可能率は大きく異なる．行動可能距離が少なく，行動可能時間の長い利用者 $(\gamma = 1, \delta = 1/16)$ にとっては $m = 1, n = 16$ のように配置したほうがよく，逆に行動可能距離が長く，行動可能時間の短い利用者 $(\gamma = 1/16, \delta = 1)$ にとっては $m = 16, n = 1$ のように配置したほうがよいということになる．

次に，m, n の変化により点の数を変えたときの利用可能率の変化を示す．$n = 4, l =$

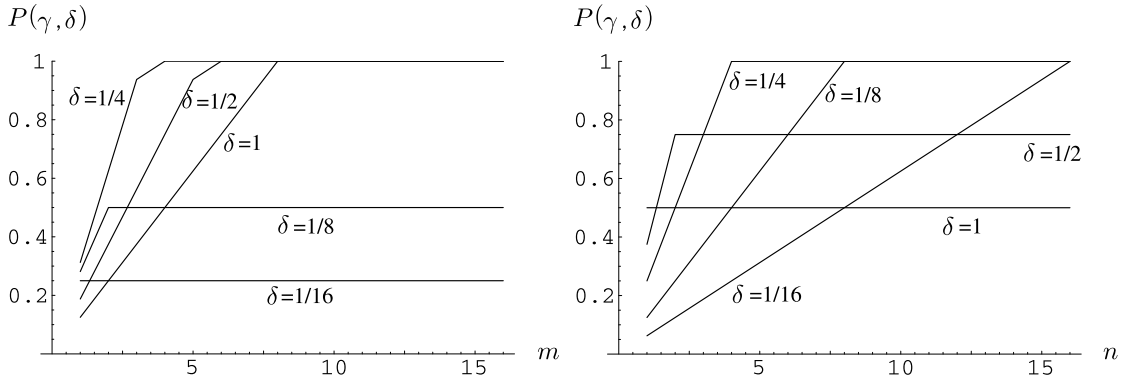


図 6.27: 格子状配置：m, n の変化と利用可能率

$1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの m と $P(\gamma, \delta)$ の関係と，$m = 4, l = 1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの n と $P(\gamma, \delta)$ の関係を計算した．図 6.27 のように，m に関しては $\gamma = \delta = 1/4$ の場合が最も率が高くなっている．$\gamma = 1, \delta = 1/16$ の場合，距離のみが率に関係してくることから，m のみの増加には影響を受けない．n に関しては $n = 1$ においては $\gamma = 1/16, \delta = 1$ の場合が最も率が高くなっているが，n が大きくなると，$\gamma = \delta = 1/4$ の場合が最も率が高くなっている．$\gamma = 1/16, \delta = 1$ の場合，時間のみが率に関係してくることから，n のみの増加には影響を受けない．

また，δ の変化により行動可能距離を変えたときの利用可能率の変化を図 6.28 に示す．$m = n = 4, l = 1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの δ の変化による利用可能率の変化を計算した．図 6.28 のように，$\delta = 1/4$ 周辺で $P(\gamma, \delta) = 1$ になっている．その両側では率が下がっている．行動可能距離が大きく，行動可能時間が少ない利用者，あるいはそのまったく逆の利用者にとっては使いにくい配置であるといえる．

最後に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの利用可能率の変化を示す．$m = n = 4, \gamma\delta = 1/16$ としたときの l の変化による利用可能率の変化を計算した．図 6.29 のように，$\delta = 1/4$ の場合は l の変化にかかわらず常に率は 1 となっている．$\delta = 1/8, 1/16$ のときは l の変化にかかわらず，常に一定となり率は低い．このことから，行動可能距離

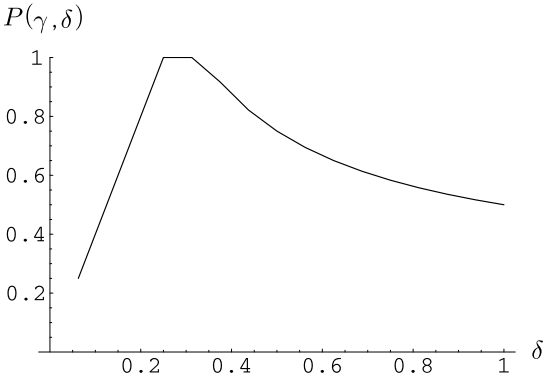


図 6.28: 格子状配置：δ の変化と利用可能率

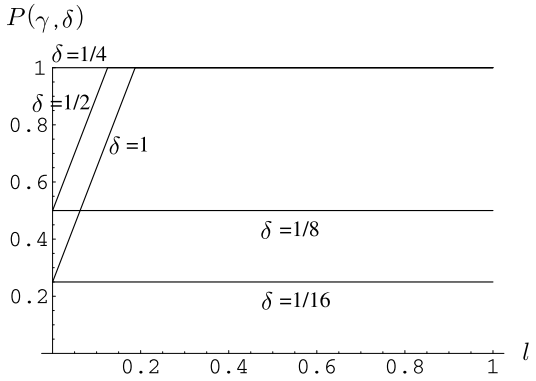


図 6.29: 格子状配置：l の変化と利用可能率

が少なく，行動可能時間の長い利用者 $(\gamma = 1, \delta = 1/16)$ にとっては利用しにくい配置であるといえる．

6.4.3　ランダム配置

次に，ランダム配置について考える．

利用可能率の導出

まず，利用可能率の理論式を求める．前節と同様に最近隣距離の考え方を用いて計算する．面積 S を求めるために，前節と同じような工夫をし，図 6.30 のように長さ l の線分がコスト r 以内にあるということは，行動可能範囲を時間軸方向へ l の長さ分延ばした範囲内に点があることと同じである．これにより，面積 S は，

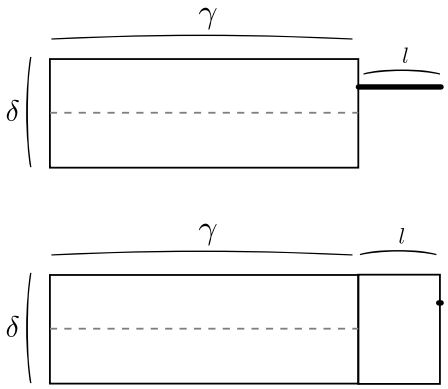


図 6.30: 行動可能範囲

$$S = \delta(\gamma + l) \tag{6.20}$$

となる．

点の分布がランダムなとき，大局的密度を ρ とすると，面積 S に点が x 個ある確率 $P(x, S)$ はポアソン分布に従い，$x = 0$ としたとき，

$$P(x, S) = e^{-\rho S} \tag{6.21}$$

となる．少なくとも点が 1 つあれば利用可能であるから，利用可能率は

$$1 - P(0, S) = 1 - e^{-\rho(\delta(\gamma+l))} \tag{6.22}$$

となる．

シミュレーションと理論値の比較

次に，シミュレーションにより，利用可能率を求め，理論値が適合しているかどうかを確認する．シミュレーションの方法は以下の通りである．行動可能距離，行動可能時間を $(\gamma, \delta) = (1, 1/16), (1/2, 1/8), (1/4, 1/4), (1/8, 1/2), (1/16, 1)$ の 5 種類と設定する．サービス地点の数は 16 点とし，$\rho = 16$ の配置とする．サービス時間の長さは $l = 1/16$ とする．利用者の発生点はランダムに 10,000 として利用可能率を求めた．

理論値に比べシミュレーションの値が若干小さくなっているのは，理論値が無限平面を対象として計算されており，シミュレーションは有限平面を対象として計算しているためであると考えられる．しかし，全体の傾向として合っていることから理論式を用いてもよいものとして考える．

表 6.4: ランダム配置：理論値とシミュレーション比較

	$\gamma = 1/16$ $\delta = 1$	$\gamma = 1/8$ $\delta = 1/2$	$\gamma = 1/4$ $\delta = 1/4$	$\gamma = 1/2$ $\delta = 1/8$	$\gamma = 1$ $\delta = 1/16$
理論値	0.865	0.777	0.714	0.675	0.654
シミュレーション	0.786	0.748	0.657	0.602	0.584

各パラメータと利用可能率との関係

次に，各パラメータを利用可能率との関係を示す.

はじめに，ρ の変化により点の数を変えたときの利用可能率の変化を示す. $l = 1/16, \gamma\delta =$

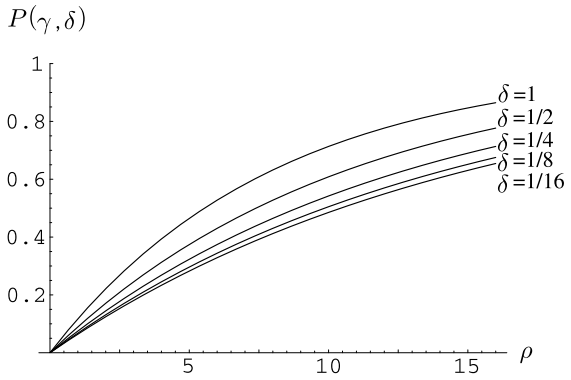


図 6.31: ランダム配置：ρ の変化と利用可能率

$1/16$ としたときの ρ の変化による利用可能率の変化を計算した．図 6.31 のように，点が多くなれば利用可能率が高くなるのであるが，δ が大きいほどより率は高くなっている．しかし，点が増えるにつれ，率の増加の割合が小さくなっている．行動可能距離が少なく，行動可能時間の多い利用者にとっては多少不便な状況となっている.

また，δ の変化により行動可能距離を変えたときの利用可能率の変化を示す. $\rho = 16, l = 1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの δ の変化による利用可能率の変化を計算した．図 6.32 のように，δ の変化による率の変化の割合は少なく，δ の長さによる影響は大きくない.

最後に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの利用可能率の変化を示す. $\rho = 16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの l の変化による利用可能率の変化を計算した．図 6.33 のように，$l = 0$ のときは δ に関係なく一定となっている．$l > 0$ においては，δ が大きくなるほど率は高い．この場合も，行動可能距離が少なく，行動可能時間の多い利用者にとっては多少不便な状況であることがわかる.

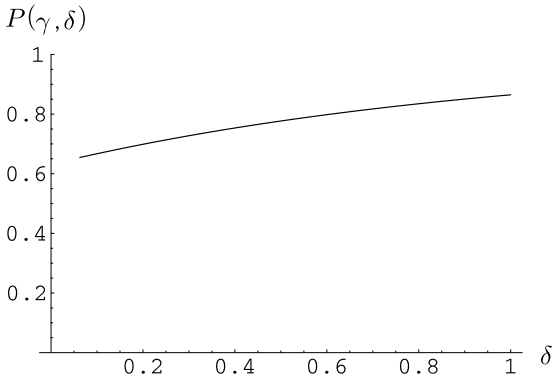


図 6.32: ランダム配置：δ の変化と利用可能率

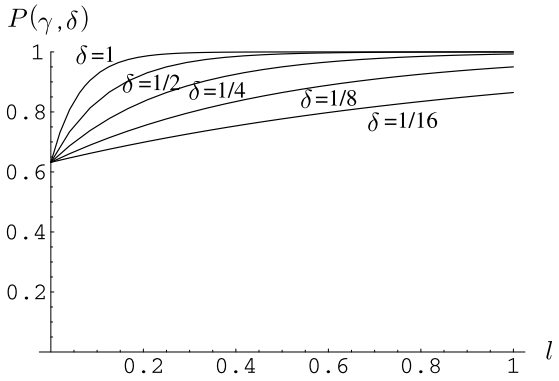


図 6.33: ランダム配置：l の変化と利用可能率

6.4.4 (t,m,s)-net 配置

(t,m,s)-net 配置に関しては，理論式を求めることは難しく点の生成が容易でないため，16 点のシミュレーションのみとする．シミュレーションの方法は以下の通りである．サービス点の数は $k = 16$ とする．サービス時間の長さは $l = 1/16$ とする．利用者の発生点はランダムに 10,000 として，利用可能率を計算した．

まず，δ の変化により行動可能距離を変えたときの利用可能率の変化を示す．

$k = 16, l = 1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの δ の変化による利用可能率の変化をシミュレーションにより求めた．図 6.34 のように，多少の変化はあるものの δ の変化にかかわらず高い率を示している．利用者の行動形態にかかわらず率が高いといえる．

次に，l の変化によりサービス時間の長さを変えたときの利用可能率の変化を示す．$k = 16, \rho = 16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの l の変化による利用可能率の変化を計算した．図 6.35

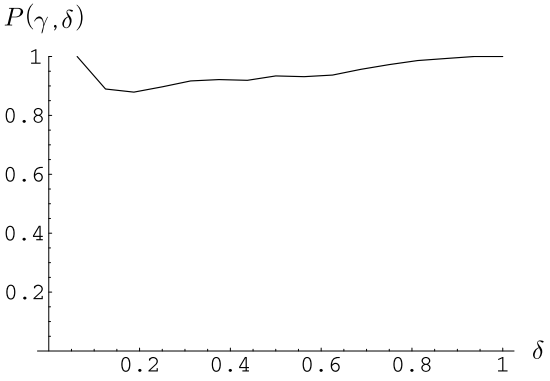


図 6.34: (t,m,s)-net 配置：δ の変化と利用可能率

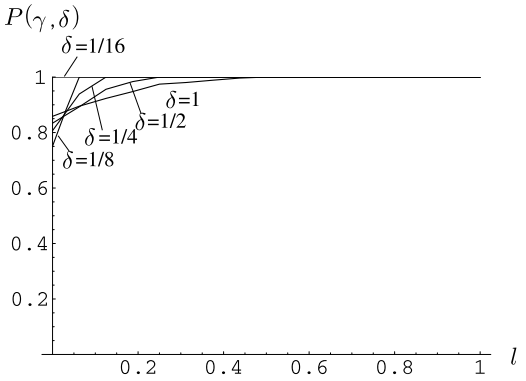


図 6.35: (t,m,s)-net 配置：l の変化と利用可能率

のように，全体的に高い率ではあるが，$\delta = 1/16$ の場合は l にかかわらず率は 1 となっている．δ が大きくなるにつれ若干率は下がるが，$l = 0, \delta = 1/8$ であっても 0.75 と高い率になっている．行動可能距離が短く，行動可能時間の多い利用者にとって有利になっている．

6.4.5　3 配置パターンの比較

これまでは別々に 3 配置パターンについて考察をしてきたが，ここでは 3 配置パターンの比較を行う．

はじめに，δ の変化により行動可能距離を変えたときの利用可能率の変化を示す．$m = n = 4, \rho = 16, k = 16, l = 1/16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの δ による利用可能率の変化が図 6.36 である．格子状配置とランダム配置は理論値，(t,m,s)-net 配置に関してはシミュレー

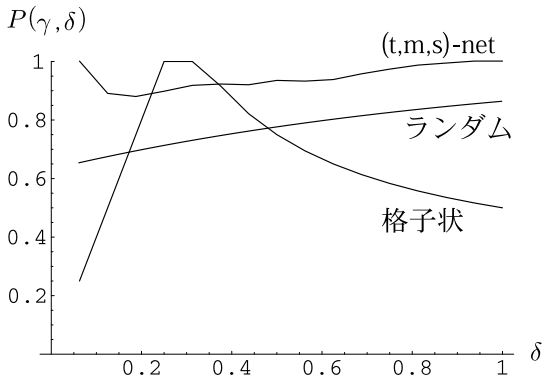


図 6.36: 3 配置パターン：δ の変化と利用可能率

ションの値である．

$\delta = 1/4$ 周辺では，格子状の配置の率 $P(\gamma, \delta) = 1$ となっている．時空平面上での行動可能範囲がほぼ正方形の場合に対応する．そして，3 配置パターンのうち最も率が高くなっている．δ がその他の値になっているときは，(t,m,s)-net 配置が最も率が高い．行動可能範囲の時間と距離の比が大きい利用者にとっては (t,m,s)-net 配置がふさわしく，行動可能範囲がほぼ正方形の場合は格子状配置が良いと考えられる．

次に，l に変化によりサービス時間の長さを変えたときの利用可能率の変化を示す．$m = n = 4, \rho = 16, \gamma\delta = 1/16$ としたときの l による利用可能率の変化が図 6.37 である．格子状配置とランダム配置は理論値，(t,m,s)-net 配置に関してはシミュレーションの値となっている．

$\delta = 1$ においては，$l > 0.5$ では，どの配置でも率 $P(\gamma, \delta) = 1$ となり配置の違いはない．しかし，$l < 0.5$ においては l の長さによって変わってくる．しかし，$l < 0.2$ においては，格子状の配置が最も小さくなっている．利用者の行動可能距離が大きく，行動可能時間が小さい場合は，(t,m,s)-net 配置が良いと考えられる．

$\delta = 1/4$ においては，格子状配置が常に率 $P(\gamma, \delta) = 1$ となっている．(t,m,s)-net 配置でも $l > 0.2$ では率 $P(\gamma, \delta) = 1$ となっている．ランダムは率 $P(\gamma, \delta) = 1$ にはならない．利用者の行動可能距離も，行動可能時間もある程度ある場合は格子状の配置が最もふさわしくなる．

$\delta = 1/16$ においては，(t,m,s)-net 配置が常に率 $P(\gamma, \delta) = 1$ となっている．格子状配置は常に率 $P(\gamma, \delta) = 0.25$ となっている．利用者の行動可能距離が小さく，行動可能時間が大きい場合は，(t,m,s)-net 配置が良いと考えられる．

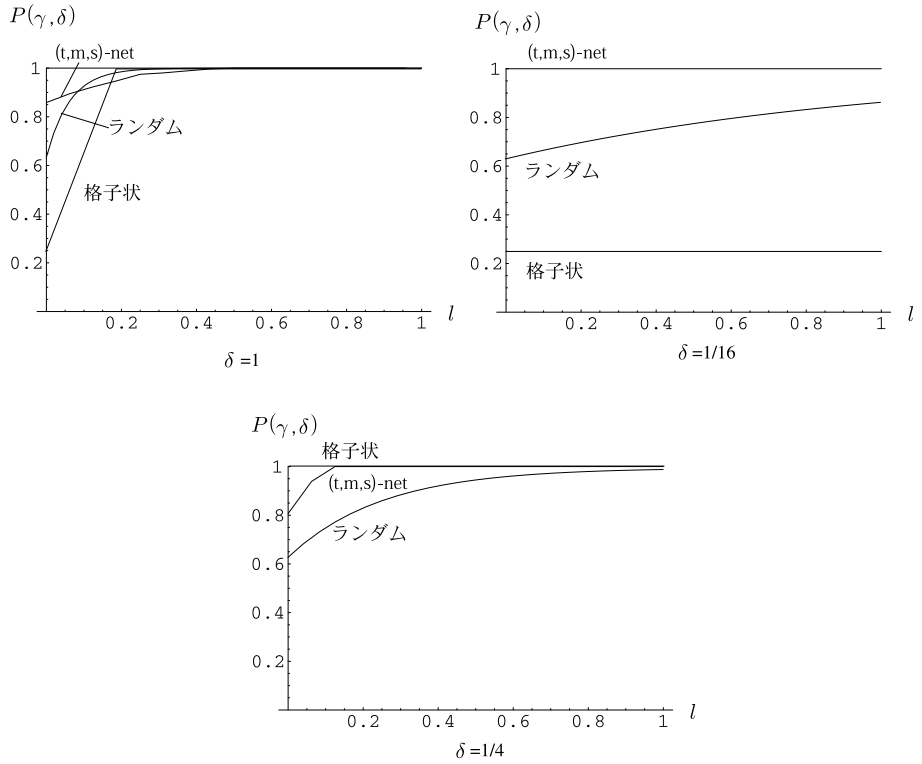


図 6.37: 3 配置パターン : l の変化と利用可能率

6.4.6　行動範囲が異なる利用者

最後に，行動範囲が異なる利用者を考慮した場合について考える．利用者の行動範囲の 1 つのパターン i について，行動可能時間を γ_i，行動可能距離を δ_i，利用者全体を 1 としたときのパターン i で行動する利用者の割合を ω_i とする．パターンの数を N とすると，すべての利用者を合わせて考えた利用可能率 $P_N(\gamma,\delta)$ は

$$P_N(\gamma,\delta)=\sum_{i=1}^{N}\omega_i P(\gamma_i,\delta_i)\quad \text{ただし,}\sum_{i=1}^{N}\omega_i=1 \tag{6.23}$$

と計算できる．

これを用いて，行動範囲が異なる利用者を考慮したときの 3 配置パターンの比較を行う．点の配置は $m=n=4,\rho=16,k=16,l=0$ とし，利用者の行動パターンは 3 種類とする．それぞれの利用者の行動パターンは $(\omega_1,\gamma_1,\delta_1)=(a,1/16,1)$,$(\omega_2,\gamma_2,\delta_2)=(b,1,1/16)$,$(\omega_3,\gamma_3,\delta_3)=(1-a-b,1/4,1/4)$ と仮定する．このような仮定のもとで 3 配

置パターンの利用可能率を P_g, P_r, P_t として求めると，格子状配置は式 (6.19) から，

$$P_g = 1 - 0.75a - 0.75b \tag{6.24}$$

となる．ランダム配置は式 (6.22) から，

$$P_r = 0.63 \tag{6.25}$$

となる．ランダム配置の場合は $\gamma\delta = 1/16$ と一定であるから，a, b に依らない値となる．(t,m,s)-net 配置はシミュレーションにより求めると

$$P_t \approx 0.83 + 0.17a + 0.17b \tag{6.26}$$

となる．これらから a, b がどのような場合，どの配置が最も利用可能率が高いかを計算する．格子状配置とランダム配置を比較した場合，

$$a + b < 0.49 \text{ のとき } P_g > P_r \tag{6.27}$$

$$a + b > 0.49 \text{ のとき } P_g < P_r \tag{6.28}$$

となる．格子状配置と (t,m,s)-net 配置を比較した場合，

$$a + b < 0.18 \text{ のとき } P_g > P_t \tag{6.29}$$

$$a + b > 0.18 \text{ のとき } P_g < P_t \tag{6.30}$$

となる．ランダム配置と (t,m,s)-net 配置を比較した場合は常に (t,m,s)-net 配置のほうが高くなっている．a, b を変化させたときにどの配置が最も利用率の高いかを図 6.38 に示す．

ほとんどの場合において (t,m,s)-net 配置の利用可能率が高くなっていることがわかる．$a + b$ が小さいとき，つまり時間制約も距離制約も厳しい利用者が少ないときは格子状配置が良く，それ以外では (t,m,s)-net 配置が良いことがわかる．また，ランダム配置は最も利用可能率が高くなることはない．

次に，行動可能範囲が利用者それぞれ異なる場合のシミュレーションの結果を考察する．利用者の発生地点とともに，利用者の行動可能範囲 (γ, δ) もランダムに 10,000 パターンとってシミュレーションを行った結果が表 6.5 である．サービス点は $m = n = 4, \rho = 16, k = 16, l = 0$ と設定した．このとき，(t,m,s)-net 配置，格子状配置，ランダム配置の順に率が高くなっている．利用者の 100%をカバーすることは無理にせよ，(t,m,s)-net 配置は様々な利用者を考えたときにより良い配置であるといえる．

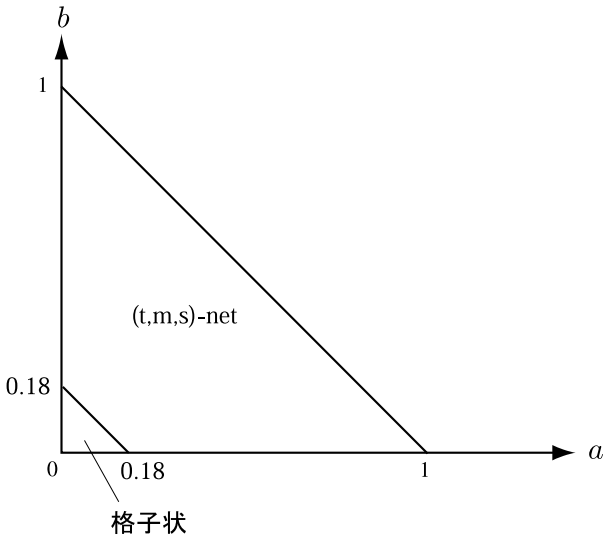


図 6.38: 行動範囲が異なる場合の 3 配置パターン比較

表 6.5: 利用者行動範囲がランダムのときの利用可能率

	格子状	ランダム	(t,m,s)-net
$P(\gamma, \delta)$	0.763	0.694	0.837

6.5　神戸市の移動図書館配置への応用

図 6.39 に示した，神戸市北区を考察の対象とする．この地区の選定理由のひとつは移動図書館サービスを行っていることである．この地域には図 6.39 のように本館・分館は 2 地点あり，移動図書館の巡回地点は 18 点ある．もうひとつの理由は，太線で示した道路に沿った線的地域とほぼみなすことができることである．図 6.39 において網かけを施した領域は平成 7 年の国勢調査による人口集中地区であり，太線で示された道路にほぼ沿って存在する．そのため，前述の理論的結果が活用できる．このような 2 つの主な理由から対象とした．

図 6.39 の太線部分を 1 次元空間とし，サービス地点を直線距離で最も近い太線上に写像すると，図 6.40 のような時空平面上配置となる．この配置と，前章でより利便性が高いことが示された (t,m,s)-net(16 点) 配置 (図 6.42) とを人口分布一様という前提で比較する．時空平面の縦軸には図 6.39 及び図 6.41 に示された主要道路の長さ (30km) をとる．横軸には移動図書館の巡回の 1 周期 (4 週間) をとる．1 日の行動時間を 8 時間とし，1 周期を

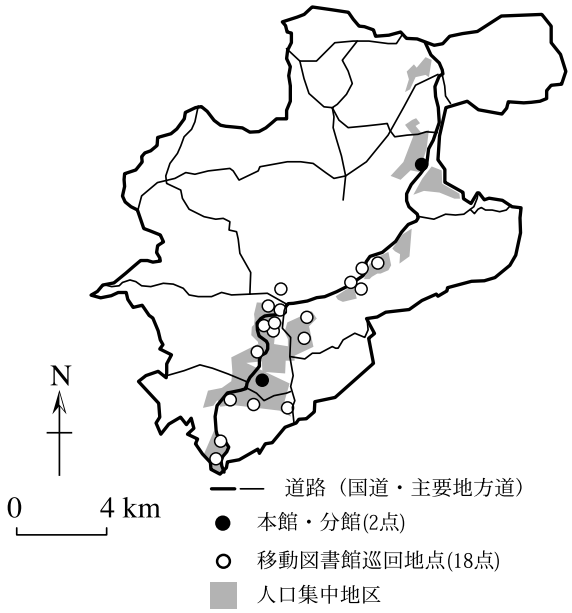


図 6.39: 神戸市北区図書館配置図（現状）

8 × 28=224 時間とする．なお，時空平面上において本館・分館はサービス時間が長いため線となり，移動図書館はサービス時間が短いため点となる．

6.5.1 平均コストによる分析

平均利用者コストは以下の 3 パターンを設定して求めた．(1)1 時間待つこと=1km 移動すること，(2)1 時間待つこと=3km 移動すること，(3)1 時間待つこと=5km 移動することである．(2) は健常者の大人の徒歩のスピードであり，(1) のパターンの利用者はより移動に負担がかかり，(3) のパターンの利用者はより待ち時間に負担のかかる利用者を表わすことと考えられる．時空平面上の 1 時間は横軸の $\frac{1}{224}$ であり，1km は縦軸の $\frac{1}{30}$ であるから，それぞれのパターンにおいて時間及び距離のウエイトは $(\alpha, \beta) = (\frac{1}{224}, \frac{1}{30}), (\frac{1}{224}, \frac{1}{30 \times 3}), (\frac{1}{224}, \frac{1}{30 \times 5})$ とする．

計算結果を表 6.6 に示す．いずれのパターンにおいても，(t,m,s)-net 配置の平均利用者コストは現状の配置より小さくなっている．特に，より待ち時間にウエイトを置くパターン (1) においては現状と比べ (t,m,s)-net 配置が約 2/3 のコストとなっている．このことから交通手段の限られた利用者にとっては (t,m,s)-net 配置は利便性を大きく向上させることがわかる．一方，より移動距離にウエイトを置くパターン (3) においては両配置にほとんど差異はない．自動車等の交通手段のある利用者にとって，(t,m,s)-net 配置は現状と大

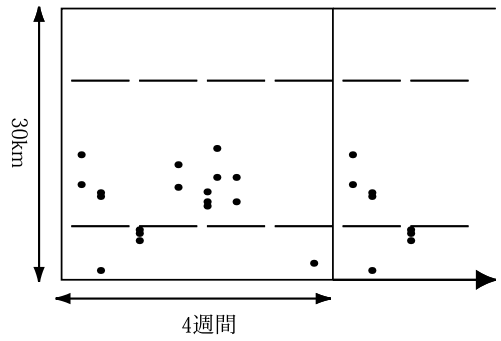


図 6.40: 神戸市北区図書館時空平面図（現状）

きく変わらないことがわかる．ただし，現状の 18 地点より (t,m,s)-net 配置の 16 地点のほうが巡回地点数が少ないことに注意されたい．

表 6.6: 神戸の例による平均利用者コスト

行動属性	現状	(t,m,s)-net
(1)1 時間=1km	2.623×10^{-3}	1.871×10^{-3}
(2)1 時間=3km	1.075×10^{-3}	0.958×10^{-3}
(3)1 時間=5km	0.699×10^{-3}	0.668×10^{-3}

6.5.2　利用可能率による分析

次にサービス利用可能率による分析を行う．行動属性として以下の 2 パターンを設定して求めた．(1) いつでも 1km まで移動可能な場合，(2)1 周期に 1 日限り 5km まで移動可能な場合である．パターン (1) は交通手段が徒歩しかないが時間制約のない利用者を表わす．パターン (2) は自動車等の交通手段を持つが時間制約のある利用者を表わす．計算ではそれぞれ $(\gamma, \delta) = (1, \frac{2}{30}), (\frac{1}{28}, \frac{10}{30})$ とした．

計算結果を表 6.7 に示す．いずれの場合においても巡回地点が少ないにもかかわらず，現状より (t,m,s)-net 配置のほうが利用可能率はより大きくなっている．特に時間制約は小さいが移動制約の大きい利用者にとっては (t,m,s)-net 時空間配置が利便性が高いことがわかる．また，行動属性がどちらであっても (t,m,s)-net 配置の利用可能率が大きいことから，利用者が混在している場合でも (t,m,s)-net 配置がより利便性が高いことが示された．

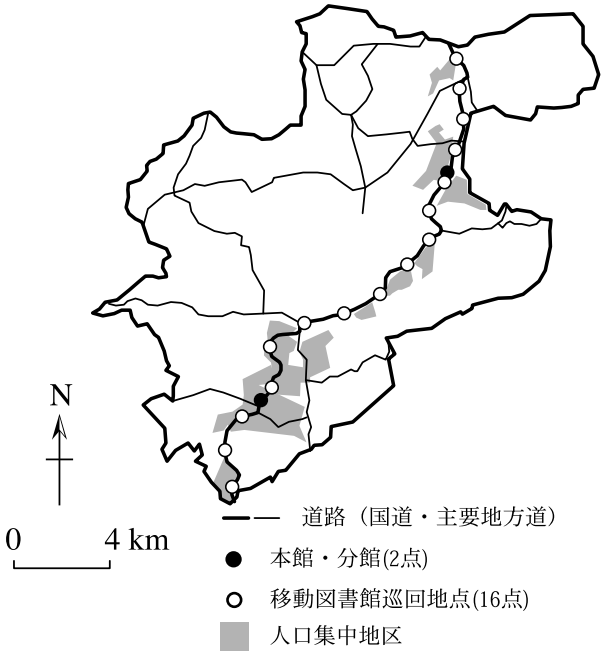


図 6.41: 神戸市北区図書館配置図（(t,m,s)-net）

表 6.7: 神戸の例によるサービス利用可能率

行動属性	現状	(t,m,s)-net
(1) いつでも 1km まで	0.557	1.000
(2)1 日/1 周期,5km まで	0.713	0.723

6.6 まとめ

様々な行動属性を持つ利用者を想定し，時間と空間という両軸を考慮した施設配置について考察した．利用者の行動形態の傾向と時間の流れも考慮するため，利用者の施設までの移動距離と待ち時間を合わせたコストと，ある行動形態を考えた際にサービスを受けられるかという利用可能率の 2 点を考慮し，それらを基準としてどのような配置方法がふさわしいかを考えた．

時間的にも距離的にも固定されている格子状配置，規則性のないランダム配置，分散しているが規則性のある (t,m,s)-net 配置の 3 パターンにおいて考察を行った．そこで，特にサービスを利用することに不便さを感じやすい行動可能距離や行動可能時間の小さい利用

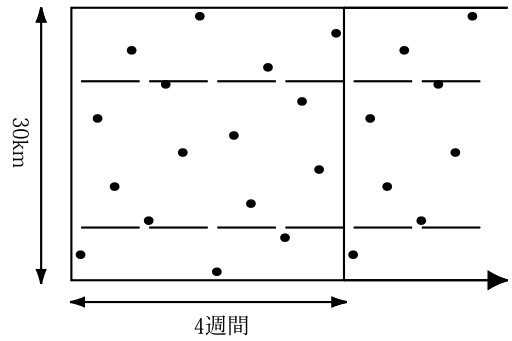


図 6.42: 神戸市北区図書館時空平面図（(t,m,s)-net）

者の行動を考えると，(t,m,s)-net 配置がふさわしいことがわかった．

また，様々な利用者がいた場合のシミュレーションによっても，(t,m,s)-net 配置が優れていることがわかった．そして，(t,m,s)-net 配置はランダム配置より利用者にとっては利便性の高いものであるということがわかった．格子状の配置は行動可能距離・時間がどちらもサービス間隔より大きい利用者に限ると利便性が高いが，利用者の行動形態により利便性が大きく変わる配置であるということがわかった．このように，対象とする利用者の行動形態により，ふさわしい配置が異なることが明らかになった．

そして，人口分布一様という条件で平均コストと利用可能率という 2 つの評価基準を用いて考察すると，(t,m,s)-net 配置は有効であるといえる．特に移動制約の大きい利用者にとっては利便性が高いことがわかる．(t,m,s)-net 配置のように 1 日の巡回地点をできるだけ広く分散することにより，より利便性の高い時空間配置が実現できることを神戸市を例に示した．

第7章　面整備に関係する市町村数と市町村合併の効果

7.1　はじめに

今日，全国各地で市町村合併が実施されたり，今後の合併に向けて多くの協議会や研究会が設立されている．総務省によると平成 16 年 9 月 1 日現在で法定合併協議会数は 604，参加している市町村数は 1991 であり全国の市町村数の 3 分の 2 まで広がっている．総務省は市町村合併のメリットとして，福祉サービスの安定的な提供，専門職員の確保による行政サービスの向上，公共施設の広範な利用，広域的な視点での効率的一体的なまちづくりなどを挙げている．

合併が進めば，区画整理や再開発などの面整備を行う際に自治体間の協議や調整が少なくなるであろう．現在，首都圏ではつくばエクスプレス沿線開発が行われているが，駅の位置は市町村境界とは直接関係せず，場合によっては駅が市町村境界に設置され駅前開発の際に複数自治体間の調整が必要となる．面整備が複数自治体に関係すると調整に時間や費用を要し，場合によっては調整が難航し開発が頓挫してしまうこともある．また，補助金配分等の影響もあってか市町村境界に意図的に飛行場などの大規模施設を建設する場合もあるが，市町村合併が行われ各自治体の面積が広がれば，1 つあるいはより少ない自治体間での調整となりよりスムーズに行われるようになり，また施設が本来の目的にふさわしい場所に建設されるようになるであろう．

茨城県，栃木県，群馬県，埼玉県の現在の鉄道駅から半径 1km の円を描いたものが図 7.1 である．細線で示されているのが現在の市町村境界であり太線で示されているものが各県から提案されている合併パターンである．駅周辺整備が行われると想定して考えると，この図から合併によって複数市町村に関係している開発の多くが 1 市町村のみに含まれることがわかる．

これまで，市町村合併については合併の意義，効果，合併後の最適規模，具体的な推進の方法について 1.2 節で示したように多くの研究がなされてきた．しかし，市町村合併が面整備を進める上での自治体間調整をどの程度削減するのかについて考察を加えた理論的研究はない．

そこで，本章では市町村合併が行われることにより，面整備に関連する市町村数がどの程度減少するかについて数理モデルを構築し，実際のデータで検証し，市町村合併の効果を自治体間調整の削減という点から明らかにする．モデルを用いる理由は，具体的な市町村の組み合わせが未確定であったとしても概数ではあるが予測できるという点である．その結果として想定できうる多数の様々な合併構想について効果の把握が可能となる．また，実際の市町村の組み合わせは莫大にあり，合併の効果は長期的視点から評価するものであるから効果の概数や傾向が押さえられれば十分かもしれない．

仮定として，全市町村境界が正方格子や六角格子であると考え，面整備が空間的一様にランダムに行われるとし，整備規模と整備に関係する市町村数との関係を単純な幾何確率モデルにて示す．また，関東北部 4 県の駅前開発を想定し，実際のデータを用いて現在の市町村区分と各県の市町村合併推進要綱 (茨城県 (2000)，栃木県 (2001)，群馬県 (2001)，埼玉県 (2001)) に掲載されている将来の合併パターンを用い，モデルの結果がどの程度あてはまるのかを検証する．

7.2　面整備に関係する市町村数の解析的分析

ここでは以下の仮定をおく．(a1) 各市町村の領域形状は正方形もしくは正六角形であり，それぞれ格子状に配置されているとする．(a2) 対象領域は無限平面であり，その境界は存在しない．(a3) 面整備区域は半径 r の円とし，その中心は対象領域内で一様に発生する．

円が交わる市町村数を表す確率変数を X とする．このように仮定すると，円の中心位置によって関係市町村数 X が決まり，すべての中心位置を考慮することにより X の期待値を求めることができる．関係市町村数の期待値が小さいほど，市町村間での調整が少なくなると解釈できる．今後，この期待値に着目する．県全体の面積を S，市町村数を n とし，期待値をこれらのパラメータ S, n 及び整備区域半径 r で解析的に表現する．

なお，市町村が関係する整備を想定するので，1 つの自治体で収まる程度の整備規模を考える．仮定 (a4) として面整備区域の半径 r は正方形及び正六角形の内接円の半径までを考える．

7.2.1　正方格子

はじめに，図 7.2 のような正方格子を考える．正方形の 1 辺の長さを a_g とする．また，内接円の半径は $a_g/2$ であるから，仮定 (a4) より $0 \leq r \leq a_g/2$ の範囲を考える．

円の中心位置により，円に交わる正方形数 X は異なる．例えば，図 7.2 の上の円では 4 つの正方形と交わり，下の円では 2 つの正方形と交わる．交わる正方形数の期待値を求

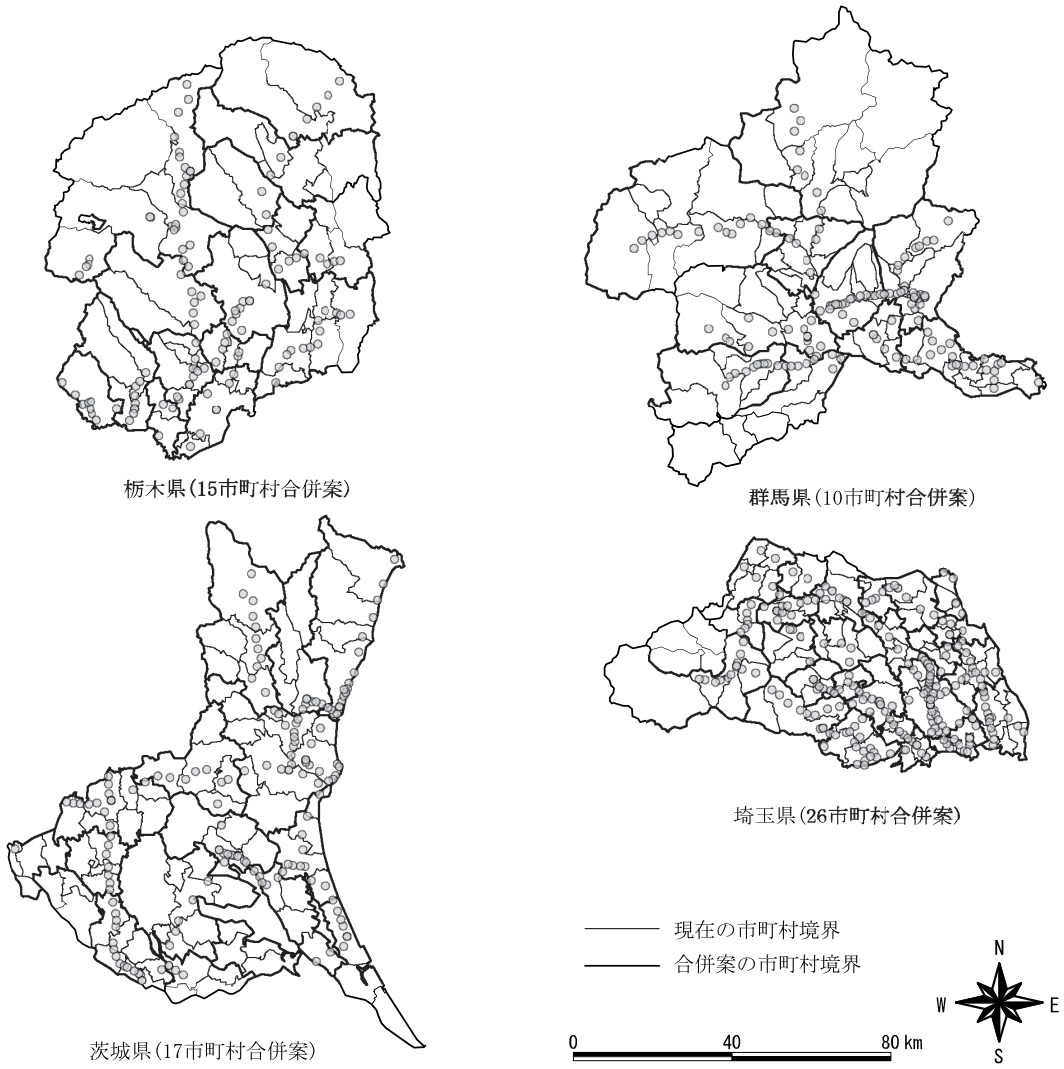


図 7.1: 駅を中心とした 1km の円と合併パターン案

めるために，図 7.3 のような 1 つの正方形内で円の中心が一様分布する状況を考える．円の中心が境界交点から r 以内に位置すると，円は境界交点を含み 4 つの正方形と交わる．一方，どの境界辺からも r 以上離れた場所に円の中心が位置すると，この円はどの境界とも交わらないので，1 つの正方形のみと交わる．さらに，円の中心が 1 つの境界辺だけから r 以内にあると 2 つの正方形と交わり，2 つの境界辺から r 以内にあると 3 正方形と交わる．このようにして，円の中心に着目すると図 7.3 のような分割図が得られる．これは Mathai(1999) の議論をより一般化している．

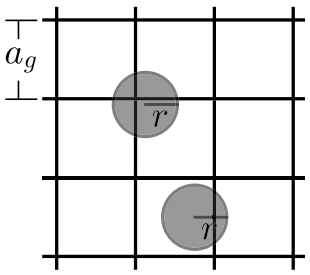


図 7.2: 正方格子

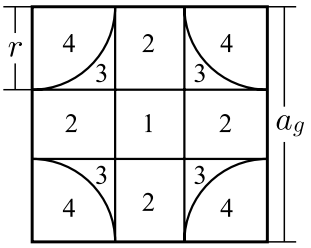


図 7.3: 正方格子：面整備区域の中心位置と関係市町村数

仮定 (a3) から，a_g と r で期待値 $E_g(X)$ を表すと

$$E_g(X) = \frac{a_g^2 + 4a_g r + \pi r^2}{a_g^2} \tag{7.1}$$

となる．$a_g = \sqrt{S/n}$ であるからこれを代入して県全体の面積 S と市町村数 n で表すと

$$E_g(X) = 1 + 4r\sqrt{\frac{n}{S}} + \pi r^2 \frac{n}{S} \tag{7.2}$$

となり，$r\sqrt{n/S}$ の 2 次関数となる．

7.2.2 六角格子

次に，図 7.4 のような六角格子を考える．正六角形の 1 辺の長さを a_h とする．仮定 (a4) より $0 \leq r \leq \sqrt{3}a_h/2$ の範囲を考える．正方格子の場合と同様に，円の中心位置と交わる正六角形数との関係を求める．ただし，面整備の大きさによって図 7.4 及び図 7.5 のように 2 つの場合分けが生じる．整備半径 r が小さい場合，図 7.4(a) のようにたかだか 3 つの正六角形としか交わらないが，r が大きい場合，図 7.4(b) のように 4 つの正六角形と交わる場合がある．

1 つの正六角形内で円の中心が一様分布する状況を考える．交わる正六角形の数は各境界辺からの距離によって決まる．1 つの境界辺から r 以内の範囲は図 7.6(a) の網をかけた範囲になる．整備半径 r が小さい場合，図 7.6(b) のように，円の中心が各境界辺から r 以上離れた場合は 1 つの正六角形のみと交わる．円の中心がただ 1 つの境界辺から r 以内であれば 2 つの六角形と交わり，2 つの境界辺から r 以内であれば 3 つの正六角形と交わる．こうして，図 7.5(a) のような分割図が得られる．整備半径 r が大きい場合も同様に決まる．4 つの正六角形と交わる範囲は円の中心が 3 つの境界辺から r 以内の範囲であり，図 7.6(c) のように決まり，図 7.5(b) の分割図が得られる．

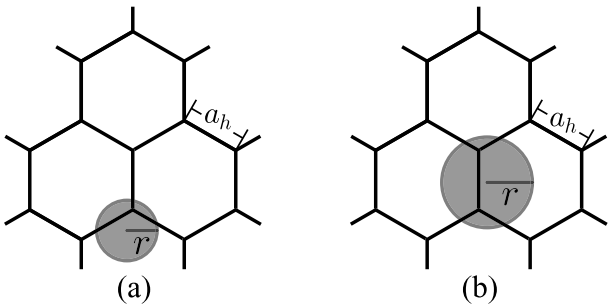


図 7.4: 六角格子

仮定 (a3) から，a_h と r で期待値 $E_h(X)$ を表すと，2 つの場合ともに

$$E_h(X) = \frac{9a_h^2 + 12\sqrt{3}a_h r + 2\sqrt{3}\pi r^2}{9a_h^2} \tag{7.3}$$

となる．$a_h = \sqrt{2S/3\sqrt{3}n}$ であるからこれを代入して県全体の面積 S と市町村数 n で表すと

$$E_h(X) = 1 + 2\sqrt{2}\cdot 3^{1/4} r\sqrt{\frac{n}{S}} + \pi r^2 \frac{n}{S} \tag{7.4}$$

となり，$r\sqrt{n/S}$ の 2 次関数となる．

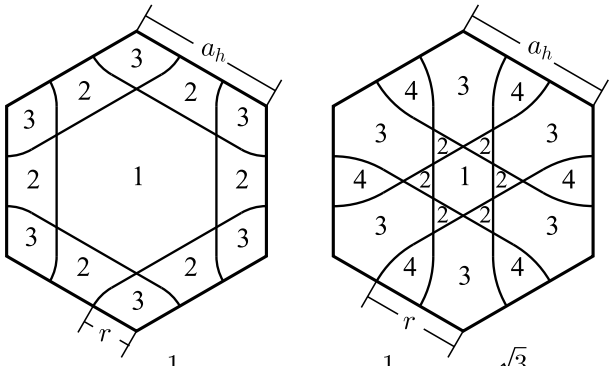


図 7.5: 六角格子：面整備区域の中心位置と関係市町村数

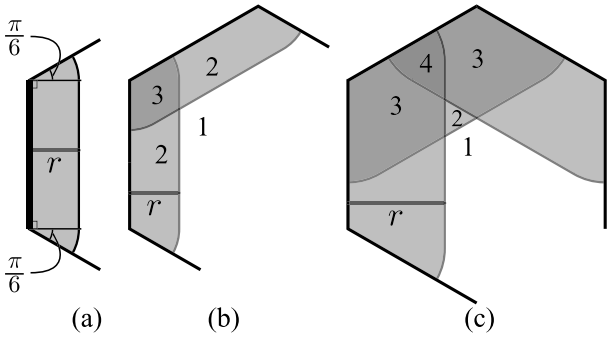


図 7.6: 六角格子：関係市町村数算出方法

定理 7.1 正方格子での平均関係市町村数は

$$1 + 4r\sqrt{\frac{n}{S}} + \pi r^2 \frac{n}{S} \tag{7.5}$$

となる．六角格子での平均関係市町村数は

$$1 + 2\sqrt{2}\cdot 3^{1/4} r\sqrt{\frac{n}{S}} + \pi r^2 \frac{n}{S} \tag{7.6}$$

となる．

式 (7.5) 及び式 (7.6) から整備領域の半径 r が大きくなれば r の 2 次関数として関係市町村数が多くなり，また，合併が進み市町村数 n が小さくなるほど関係市町村数は加速度的に減少する．式 (7.5) と式 (7.6) との差は第 2 項の係数のみであり，$4 > 2\sqrt{2}\cdot 3^{1/4} (\approx 3.72)$ であるから両者の差は大きくなく，また，$E_g(X) > E_h(X)$ となることがわかる．

なお，格子を想定したものと現実の相違点がある．正方格子を想定したものでは境界交点は 4 つの領域に交わるが，現実の市町村境界ではほとんどが 3 であり，期待値ではなく個々の関係市町村数別の分布に着目すると整合しないことである．また，六角格子は正多角形平面分割の中で境界の長さが最小となる特徴を持つ．従って，必ずしも凸でない境界をもつ現実のデータと比較すると境界の長さが過度に短くなる可能性がある．

7.3 関東 4 県での計算結果

合併によって想定される市町村数から式 (7.5) 及び式 (7.6) を用いて関係市町村数を推計できるかどうかを，現実のデータを用いて検証する．そこで，関東北部の栃木・群馬・茨城・埼玉の 4 県を対象地域として取り上げ，面整備の例として駅周辺区画整理事業や再開発事業を考える．検証には (1) 現在の市町村と (2) 各県の市町村合併推進要綱に掲載されている将来的な合併パターンとを用いる．これらの要綱には栃木県については市町村数 21 の案と 15 の案，群馬県については市町村数 12 の案と 10 の案，茨城県については市町村数 29 の案と 17 の案，埼玉県については市町村数 26 の案が提示されている．各市町村の面積データは平成 12 年版数値地図を用いた

この 4 県を取り上げた主な理由は，4 県は隣接しており地理的条件や社会経済条件が似ているが，市町村の面積規模が大きく異なるからである．実際，全国の各都道府県ごとに 1 市町村あたりの平均面積を求めると表 7.1 のようになり，栃木県は埼玉県の 3 倍強と大きい差がある．

表 7.1: 1 市町村あたりの平均面積

	栃木県	群馬県	茨城県	埼玉県
1 市町村あたりの平均面積 (km^2)	130.8	90.9	71.7	41.3
大きい順での全国順位	9	27	35	46

整備区域は駅を中心とした半径 1km の円とする．その理由としては，つくばエクスプレス沿線開発におけるみどりの，みらい平，万博記念公園，研究学園の各駅周辺新市街地の規模は 300ha 前後である．これらの開発は制約の少ない新線沿線開発であり，理想的な駅前整備規模を提供していると判断したためである．駅の位置データは平成 13 年版数値地図 25000（地名・公共施設）を用い，関係市町村数を求めるのに GIS ソフトの ArcView を用いた．図 7.1 は各県ごとに各鉄道駅から半径 1km の円を描いたものである．

各県の市町村あたりの平均面積を S/n を式 (7.5) 及び式 (7.6) に代入して得られた関係市町村数の期待値と，4 県の鉄道駅データから求めた関係市町村数とを図 7.7 及び表 7.2 に

示す．期待値を線で，実際のデータから求めた値を点で示す．ただし，図 7.8 の (1) のように円が県境を越えないものについてのみ関係市町村数を数え，図 7.8 の (2) のように県境を越えるものについては数えない．なぜなら，隣接県と 1 市町村あたりの面積が異なるため，単純に関係市町村数を求めることはできないからである．

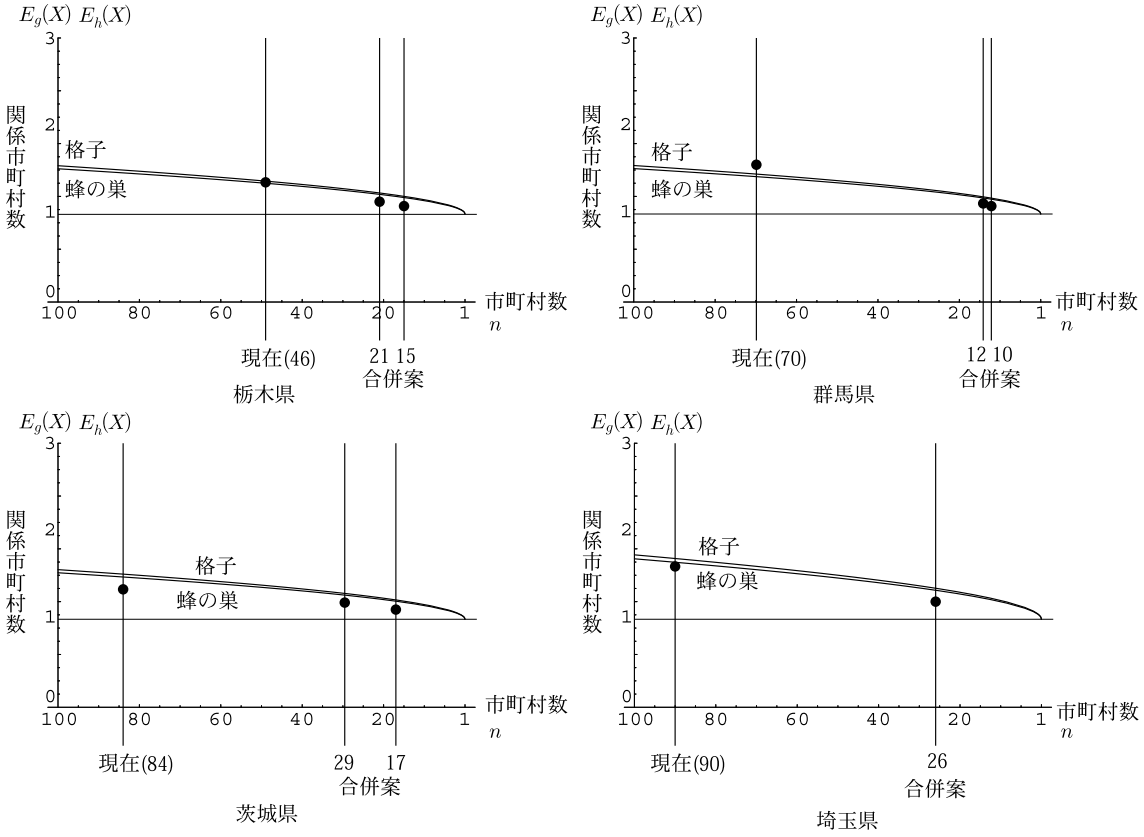


図 7.7: 関係市町村数の変化（関東北部 4 県・面整備区域半径 1km）

現在の市町村区分では栃木県と埼玉県は実測値と期待値とはほぼ一致している．群馬県は現在の市町村区分では実測値が期待値を若干上回っていることがわかる．逆に茨城県は現在の市町村区分では実測値が期待値を若干下回っていることも読みとれる．合併案では 4 県全てで実測値が期待値を下回っている．下回る理由として，合併案が生活圏域をもとに提案されているため，同一鉄道沿線地域が同一の合併地域に組み込まれているからだと考えられる．

モデルでは中心となる駅がランダムにあると仮定しているが，実際の駅配置はランダムとは言い切れない．また，現実の市町村境界も格子状ではない．しかし，モデルによる期待値と，実際の鉄道駅の配置から求めた平均値とはほぼ合っている．理由として，現実の

表 7.2: 関係市町村数の変化（関東北部 4 県・面整備区域半径 1km）

	栃木県			茨城県		
	現在	合併案	合併案	現在	合併案	合併案
	46	21	15	84	29	17
	市町村	市町村	市町村	市町村	市町村	市町村
正方格子期待値 $E_g(X)$	1.37	1.24	1.20	1.51	1.29	1.22
六角格子期待値 $E_h(X)$	1.35	1.22	1.19	1.48	1.27	1.21
実測値（平均値）	1.37	1.15	1.10	1.35	1.21	1.11

	群馬県			埼玉県	
	現在	合併案	合併案	現在	合併案
	70	12	10	90	26
	市町村	市町村	市町村	市町村	市町村
正方格子期待値 $E_g(X)$	1.45	1.17	1.16	1.69	1.35
六角格子期待値 $E_h(X)$	1.42	1.17	1.15	1.65	1.32
実測値（平均値）	1.56	1.11	1.10	1.62	1.21

駅は自治体境界の付近より内側に位置すると考えられるので，実際の値よりもランダム配置のほうがより多くの市町村と交わると考えられ，現実の平均値よりモデルの期待値を大きくする．一方で，現実の自治体境界は凹凸があるため，実際の値よりもランダム配置のほうが少ない市町村と交わると考えられ，格子という形状に関する仮定が，現実の平均値よりモデルの期待値を小さくする．結果としてこの 2 つの効果が相殺し適合度が高くなったと考えられる．

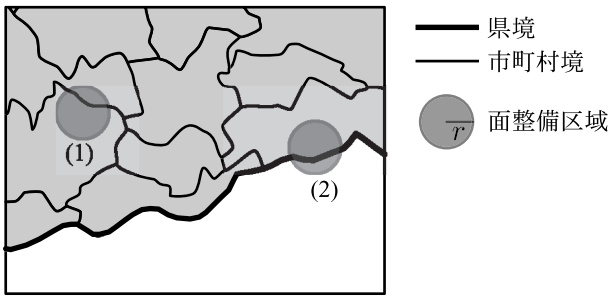


図 7.8: 面整備と関係市町村数

7.4　市町村合併への応用

各種市町村合併パターンの評価

前節の分析から，事例を通してモデル式 (7.5) 及び式 (7.6) にある程度の説得力があることを確認できた．そこで，様々な議論が行われている市町村合併の目標市町村数や各種合併パターンについて，面整備を進めた場合，どの程度関係市町村数が減るかを推計してみる．以下に示す合併案には具体的な市町村の組み合わせは示されてはいないが，モデルではそのような情報を必要とせず，単純なモデルだからこそ予測できるという長所がある．

行政改革大綱 (平成 12 年 12 月 1 日閣議決定) の目標市町村数は 1000 である．また，衆議院本会議 (平成 13 年 5 月 10 日) において 500 ないし 300 にすべきという議論があった．500 は吉村 (1995) が試算した財政面の最適人口規模 20 万人に合致する．また，300 は吉村 (1995) が試算した職員数での最適人口規模 32〜33 万人に合致する．

平成 15 年 4 月 1 日現在の市町村数 3213 とこれらの目標市町村数について，半径 1km の面整備と関係する市町村数と複数市町村に関係する確率をモデルを用いて推計する．さらに，昭和の大合併の前である昭和 28 年 4 月現在の市町村数 9868 も用いる．仮にその時の市町村境界であるならばどのような結果になるのかをも検討する．その結果が図 7.9 と表 7.3 である．

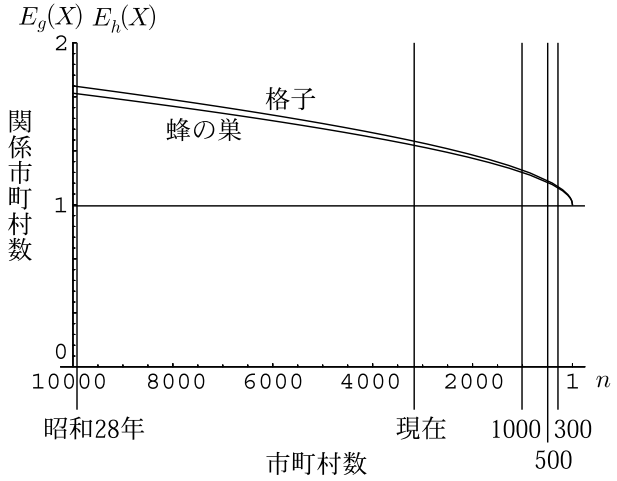


図 7.9: 関係市町村数の変化（全国）

半径 1km 程度の面整備を考えると，昭和 28 年当時の市町村数は関係市町村数が 1.7 程度となり，現在では 1.4 程度となる．1000 市町村になると 1.2 程度，300 市町村では 1.1 程度と減少する．

期待値のみならず確率分布からも考察する．正方格子，六角格子において複数市町村が

表 7.3: 関係市町村数の期待値の変化と平均移動距離（全国）

	昭和 28 年 9868 市町村	平成 15 年 3213 市町村	合併案 1000 市町村	合併案 500 市町村	合併案 300 市町村
1 市町村あたりの 平均面積 (km^2)　S/n	38.3	117.6	377.9	755.8	1259.6
関係市町村数期待値					
正方格子 $E_g(X)$	1.73	1.40	1.21	1.15	1.12
六角格子 $E_h(X)$	1.68	1.37	1.20	1.14	1.11
複数市町村が関係する確率					
正方格子 $P_g(X \geq 2)$	0.54	0.34	0.20	0.14	0.11
六角格子 $P_h(X \geq 2)$	0.51	0.31	0.18	0.13	0.10
移動距離期待値 (km)					
正方格子 $E_g(R)$	2.3	4.1	7.4	10.5	13.6
六角格子 $E_h(R)$	2.3	4.1	7.3	10.4	13.4

関係する割合 $P_g(X \geq 2), P_h(X \geq 2)$ を表 7.3 の中段に示す．昭和 28 年当時の市町村ではこれらの割合が半分を超えている．一方で，現在の水準と比較すると，1000 市町村まで合併が進むと 5 分の 3 程度に，500 市町村では 5 分の 2 程度に，300 市町村では 3 分の 1 程度に減少する．

関係市町村数と平均距離とのトレードオフ曲線

市町村合併が進み広域化すると，面整備に関わる市町村は減る一方で市町村内から役場までの移動が増加する．つまり，関係市町村数と中心までの平均距離との間にトレードオフ関係が成立する．このトレードオフ式を解析的に導出しよう．役場が市町村中心に位置すると仮定すると，正方格子，六角格子での役場までの距離の平均値 $E_g(R), E_h(R)$ は

$$E_g(R) = \frac{1}{6}\left(\sqrt{2} + \log\left(1+\sqrt{2}\right)\right)\sqrt{\frac{S}{n}} \approx 0.383\sqrt{\frac{S}{n}}, \tag{7.7}$$

$$E_h(R) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\log 3\right)\sqrt{\frac{S}{n}} \approx 0.377\sqrt{\frac{S}{n}}, \tag{7.8}$$

となる．詳しくは Beckmann(1999) に示されている．従って，正方格子では式 (7.5) と式 (7.7)，六角格子では式 (7.6) と式 (7.8) とから 1 市町村あたりの平均面積 S/n を消去することにより関係市町村数の期待値 $E_g(X), E_h(X)$ とこれら期待値との関係が求まる．正方

格子では，$c_g \equiv \frac{1}{6}\left(\sqrt{2}+\log\left(1+\sqrt{2}\right)\right)$ とすると，

$$E_g(X) = 1 + \frac{4c_g r}{E_g(R)} + \frac{\pi c_g^2 r^2}{(E_g(R))^2} \tag{7.9}$$

となる．六角格子では，$c_h \equiv \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\log 3\right)$ とすると，

$$E_h(X) = 1 + \frac{2\sqrt{2}\cdot 3^{1/4} c_h r}{E_h(R)} + \frac{\pi c_h^2 r^2}{(E_h(R))^2} \tag{7.10}$$

となる．半径 r を 1km，つまり約 300ha 規模の面整備を想定したとき，これらのトレードオフ曲線を図化したものを図 7.10 に示す．この図の縦軸は，関係市町村数の期待値 $E_g(X)$ 及び $E_h(X)$ を，横軸は役場までの距離の平均値 $E_g(R)$ 及び $E_h(R)$ である．この図 7.1 もしくは式 (7.9) と式 (7.10) から，これらトレードオフ曲線が原点に対し凸になることが読みとれ，また，$\frac{\mathrm{d}E_g(X)}{\mathrm{d}E_g(R)} < 0, \frac{\mathrm{d}^2E_g(X)}{\mathrm{d}E_g(R)^2} > 0, \frac{\mathrm{d}E_h(X)}{\mathrm{d}E_h(R)} < 0, \frac{\mathrm{d}^2E_h(X)}{\mathrm{d}E_h(R)^2} > 0$ となり，解析的にも確かめられる．

このことは，合併が進むほど関係市町村の減少分に対する移動距離の増分は大きくなること，逆に合併がさほど進まない状態では関係市町村の減少分に対する移動距離増加のデメリットは小さいことを意味する．

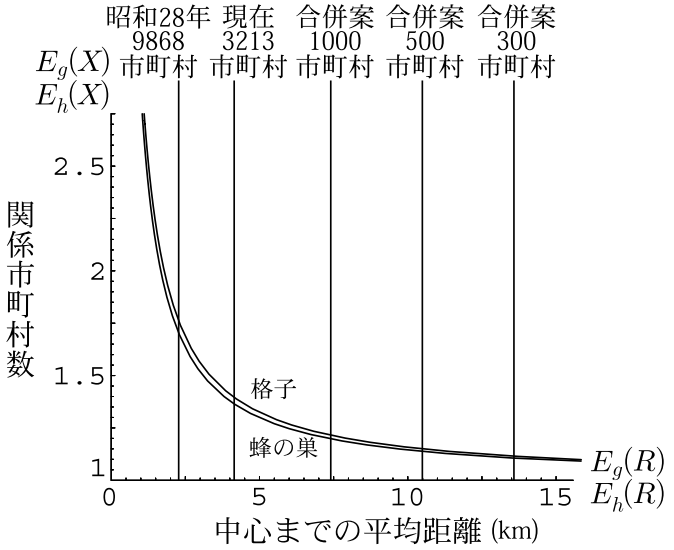


図 7.10: 中心までの距離と関係市町村数のトレードオフ曲線

7.5 まとめ

本章では，大規模な面整備に関係する自治体数が市町村合併によりどの程度減少するのかを考え，単純な仮定のもとで合併の進行と市町村間調整の減少について解析的に導出した．

各自治体の領域が正方形や正六角形で，整備範囲は円という単純な仮定において，領域が大きくなると整備範囲に含まれる領域数がどの程度減少するかについて解析的に導出を行った．この結果は，大局的にみて市町村合併により市町村数が減少し，1 市町村の面積が大きくなったとき，どの程度面整備に関連する市町村数が減少するかを明らかにしている．

また，移動距離と関係市町村数のトレードオフの関係について考察した結果，合併が進むにつれて関係市町村数減少分に対する移動距離増加のデメリットは小さくなっていくことがわかった．

関東北部 4 県について，鉄道駅から半径 1km の円を想定しどの程度市町村数が減少するかを比較したところ，期待値（平均値）はモデルとよくあうことが示された．また，政府目標との関連により全国で市町村数が減少した場合，大局的に関係市町村数がどの程度減少するかについて数値的に示した．

第８章　人口規模と数理的配置による市町村合併後の本庁舎位置

8.1　はじめに

全国各地で市町村合併が行われ，また合併に向けて協議会が設立されている．市町村合併を行うには，合併協議会において様々な項目について議論し，合意しなければならない．協議項目は協議会によって異なるが 60 項目程度である．そのうち基本項目として (1) 合併の方式，(2) 合併の期日，(3) 新市・町の名称，(4) 新市・町事務所（合併後の本庁舎）の位置の 4 項目がある．(3)(4) については新設合併（対等合併）のときに決定しなければならない項目である．このうち (4) の合併後の本庁舎の位置は，新しい市町の中心になるということから住民の関心が高く，また各市町村の利害関係が表れやすい協議項目である．そのため，新本庁舎の協議が難航したため合併協議会を解散する例もある．例えば，栃木県大平町・岩舟町・藤岡町の合併協議では，人口の多い大平町が自町への本庁舎の立地を主張し，他 2 町が反対したため協議が進まず解散した．また，福井県の例では人口の多い松岡町が本庁舎の立地を主張し，永平寺町は合併範囲の中心として立地を主張し協議が難航した．このように人口の多い地域と合併範囲の中心地が異なるような場合は市町村合併協議が難航しやすいと考えられる．

本庁舎がどこに立地するかということを考えると，直観的には人口が最も多いところや合併範囲の中心に近いところになると考えられる．そこで，本章では市町村合併において本庁舎の位置がどこに決定されているかについて，総移動距離が最小となる点を求める Weber 問題という立地論における基本的問題を通じて，合併参加市町村の人口分布や役所位置の地理的要因との関係を数理的に解釈することを試みる．

Weber 問題とは施設配置問題において，利用者の位置から施設までの距離を全ての利用者について足した総移動距離を最小化する立地点を求めるものであり，最適解の位置を Weber 点と呼ぶ．具体的に言えば，各市町村の全住民の施設までの距離を足しあげたものが総移動距離であり，これを最小化する解である．Weber 点と類似したものとして Median がある．Weber 点も Median も総移動距離最小化問題の最適解ではあるが，Median は候補点を役場位置に限定したものであり，Weber 点は役場位置に限定していないという立地

制約の違いがある．そのため，最適配置を求めると，Weber 点は結果として役場位置になることもあるが役場以外の地点になることもある．一方，Median は必ずいずれかの役場位置となる．Weber 点と Median の異なる点は以上の点である．

総移動距離の最小化をしていることから，Weber 点や Median は人口の多い点，あるいは地理的中心になりやすいと考えられる．そこで，Weber 点になりやすいほど地域内で優位性があるのではないかと考えられる．そのため，Weber 点を用いて考えることとする．

本章では，はじめに Weber 点がどこにあるかによって本庁舎位置の決定状況に差があるかを実際の合併協議の結果から調べる．また，ある地点が Weber 点となるための人口条件を求め，その条件より人口が多ければその点は優位であると考え，実際の合併協議を例に示す．さいごに，Weber 点の位置と本庁舎決定位置との関係を実際のデータからまとめる．

ここでは，市町村の代表点を各市役所・役場の位置とし，その点に全住民がいると仮定する．なお，市町村合併に関するデータは国際地学協会 (2003), 国際地学協会 (2004) 及び総務省 WebSite を参考とした．平成 16 年 3 月末日現在，市町村合併法定協議会が設置されている地域と平成 13 年 4 月から平成 16 年 3 月までに合併した市町村を対象としている．人口データは平成 12 年国勢調査のものを用いた．節ごとに使用されているデータの詳細については述べるものとする．

8.2　Weber 点と新本庁舎決定状況

まずはじめに，3 町村以上の合併協議において本庁舎の決定位置が決まっているものと合併済のもの計 316 協議会において，本庁舎の位置がどこに決まったかを，(1) 合併前人口最多市町村の役場位置，(2)Weber 点，(3)Median，(4) その他の 4 点からみる．その結果が表 8.1 である．

表 8.1: 本庁舎決定位置

本庁舎決定位置	協議会数	割合
(1) 人口最多	271/316	85.8 %
(2)Weber 点	240/316	75.9 %
(3)Median	272/316	86.1 %
(4) その他	25/316	7.9 %

これを見ると，ほとんどが人口最多市町村・Weber 点・Median のいずれか決定していることがわかり，その他となるのはわずか 8%程度であることがわかる．人口最多である

か，Weber 点であるかというのが重要となることがわかる．なお，割合の合計が 100%でないのは，それぞれ排反な事象ではないからである．

8.3 Weber 点となる条件

前節では Weber 点が本庁舎の位置になりやすいことが実際の合併例でみられた．そこで本節では Weber 点になるための人口条件を考える．

8.3.1 離散配置における条件

市町村も財政的に厳しいことから，当面の間は旧市町村役場を本庁舎とし，将来的に新庁舎を建設すると決定される場合が多い．そこで，まずは旧役所のいずれかが Weber 点となるような，離散的配置における条件について考える．

図 8.1 のように，原点においた市町村代表点 k が Weber 点となる条件は，点 i を k 以外の各市町村，w_i を各市町村人口，(x_i, y_i) を代表点座標，d_i を点 k から i までの直線距離とすると，Love et. al.(1988) より

$$\left(\sum_i w_i \frac{y_i}{d_i}\right)^2 + \left(\sum_i w_i \frac{x_i}{d_i}\right)^2 \leq w_k^2 \tag{8.1}$$

となる．

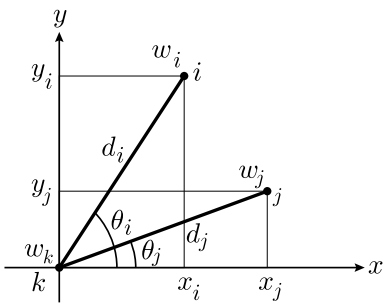


図 8.1: Weber 点となる条件の計算方法

これを x 軸正方向と点 k から点 i への線とのなす角度を θ_i で表現すると

$$\left(\sum_i w_i \sin\theta_i\right)^2 + \left(\sum_i w_i \cos\theta_i\right)^2 \leq w_k^2 \tag{8.2}$$

となる．この左辺について解くと

$$\left(\sum_i w_i \sin\theta_i\right)^2 + \left(\sum_i w_i \cos\theta_i\right)^2 = \sum_i \sum_j 2w_i w_j (\sin\theta_i \sin\theta_j + \cos\theta_i \cos\theta_j)$$
$$= \sum_i \sum_j w_i w_j \cos(\theta_i - \theta_j) \tag{8.3}$$

となる．w_i が小さいほど，相手の人口が少ないということとなり，少ない人口で k が Weber 点となる．$\cos(\theta_i - \theta_j) \leq 1$ だから，

$$\sum_i \sum_j w_i w_j \cos(\theta_i - \theta_j) \leq \sum_i \sum_j w_i w_j = \left(\sum_i w_i\right)^2 \tag{8.4}$$

となる．式 (8.2), 式 (8.3), 式 (8.4) より，

$$\left(\sum_i w_i\right)^2 \leq w_k^2 \tag{8.5}$$

となる．よって，ある市町村の人口 w_k が他のすべての市町村人口の合計 $\sum_i w_i$ 以上であれば位置に関係なく市町村代表点 k は Weber 点となることがわかる．すなわち，地理的条件を考慮しなくても，合併後人口の 50%以上であればその点が Weber 点となり人口で優位といえる．また，角度の差 $\theta_i - \theta_j$ が π に近づけば，$\cos(\theta_i - \theta_j)$ の値が小さくなることから，人口が 50%以上とならなくても地理的優位性から Weber 点となることがわかる．

定理 8.1 ある地点に全体の人口の *50%*以上であれば，その地点は地理的位置に関係なく必ず *Weber* 点となる．

具体的に例を示すと，図 8.2(a) の常陸太田市のように，市域の端であっても人口が合併後の 50%以上あるため Weber 点となっている．また，図 8.2(b) の修善寺町のように，合併後の 50%未満であっても中心に近ければ Weber 点となる．

8.3.2　連続平面上における条件

次に，合併領域内のどこでも立地できるような場合を想定し，連続平面上のある領域に人口一様と仮定し，ある点が Weber 点になる条件を考える．式 (8.1) より，人口一様分布するある領域 D に対して，$x-y$ 平面上の原点においた点が Weber 点となる条件は Love et. al.(1988) より

$$\sqrt{\left(\iint_{(x,y)\in D} \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\right)^2 + \left(\iint_{(x,y)\in D} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \mathrm{d}x\mathrm{d}y\right)^2} \tag{8.6}$$

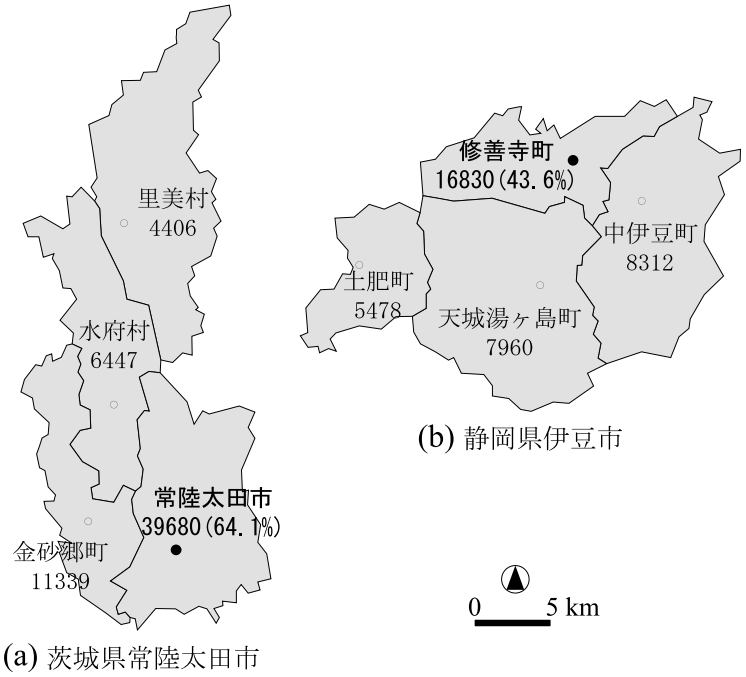


図 8.2: 合併後人口に対する割合と Weber 点

となる．これを，原点を中心とする極座標 $r-\theta$ 平面に変換し，変換後の領域を D' とすると，

$$\sqrt{\left(\iint_{(r,\theta)\in D'} r\sin\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\right)^2+\left(\iint_{(r,\theta)\in D'} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\right)^2} \tag{8.7}$$

となる．被積分関数に加わった r は変数変換の際必要なヤコビアンである．

Weber 点となる人口条件と位置との関係を把握するため，図 8.3 のように連続的に人口一様分布する半径 α の円を考え，中心から h 離れた点が Weber 点となるために必要な最低人口条件 $w(h)$ を求める．

はじめに，原点が円の内部にある $0\le h\le\alpha$ の場合について考える．図 8.3(a) のように円の中心から h 離れた地点を原点 (0,0) とし，それぞれの変数をとる．円全体を積分することを考えると積分範囲は $-\pi\le\theta\le\pi, 0\le r\le r_1$ となる．すると

$$w(h)=\sqrt{\left(\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{r_1} r\sin\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\right)^2+\left(\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{r_1} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\right)^2} \tag{8.8}$$

となる．ここで，$r\sin\theta$ は奇関数であるから，

$$\int_{-\pi}^{\pi}\int_0^{r_1} r\sin\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta=0 \tag{8.9}$$

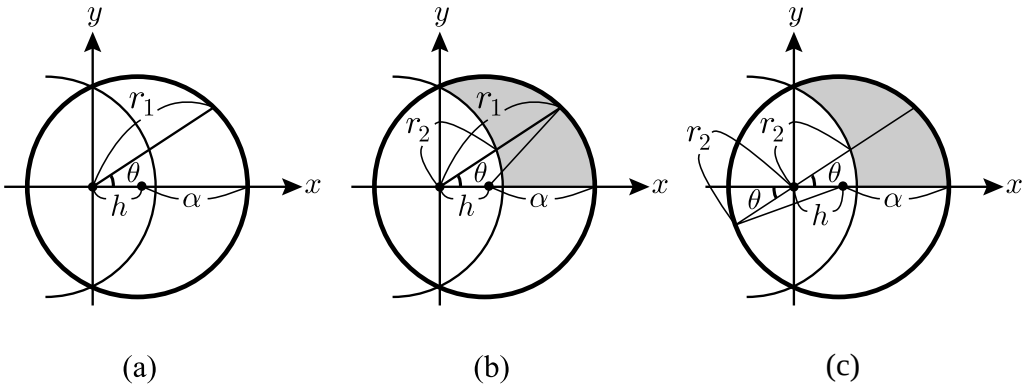


図 8.3: Weber 点となる人口条件の計算 (1)

となる．よって，

$$w(h) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{0}^{r_1} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \tag{8.10}$$

と書き改められる．$r\cos\theta$ は偶関数であり，y 軸について対称な部分は相殺される．さらに，x 軸に対称な部分は x 軸上部のみを積分し 2 倍すればよいから，積分範囲は図 8.3(b) の色付範囲の x 軸の上部となり，積分値の 2 倍が関数値となる．よって，

$$\begin{aligned} w(h) &= 2\int_{0}^{\pi} \int_{r_2}^{r_1} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \\ &= \int_{0}^{\pi} (r_1^2 - r_2^2)\cos\theta \mathrm{d}\theta \end{aligned}$$

となる．ここで，図 8.3(b) 及び (c) のように余弦定理を用いると，

$$\alpha^2 = r_1^2 + h^2 - 2hr_1\cos\theta$$
$$\alpha^2 = r_2^2 + h^2 + 2hr_2\cos\theta$$

となり，これを整理すると

$$r_1^2 - r_2^2 = 4h\cos\theta\sqrt{\alpha^2 - h^2\sin^2\theta} \tag{8.11}$$

となり，

$$w(h) = 4h\int_{0}^{\pi/2} \cos^2\theta\sqrt{\alpha^2 - h^2\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta \tag{8.12}$$

となる．次に，原点が円の外部にある $\alpha \leq h$ の場合について考える．図 8.4 のように円の中心から h 離れた地点を原点 (0,0) とし，それぞれの変数をとる．円全体を積分すること

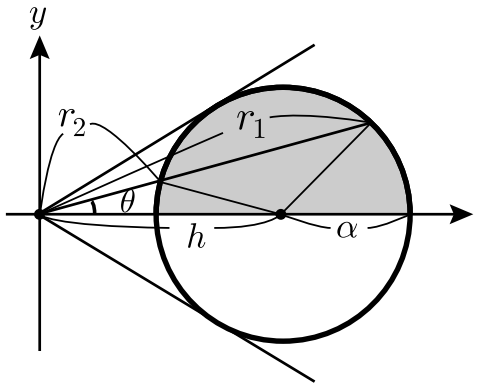


図 8.4: Weber 点となる人口条件の計算 (2)

を考えると積分範囲は $-\arcsin\frac{\alpha}{h} \leq \theta \leq \arcsin\frac{\alpha}{h}, r_2 \leq r \leq r_1$ となる．すると

$$w(h) = \sqrt{\left(\int_{-\arcsin\frac{\alpha}{h}}^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} \int_{r_2}^{r_1} r\sin\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\right)^2 + \left(\int_{-\arcsin\frac{\alpha}{h}}^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} \int_{r_2}^{r_1} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\right)^2} \tag{8.13}$$

となる．ここで，$r\sin\theta$ は奇関数であるから，

$$\int_{-\arcsin\frac{\alpha}{h}}^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} \int_{r_2}^{r_1} r\sin\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta = 0 \tag{8.14}$$

となる．よって，

$$w(h) = \int_{-\arcsin\frac{\alpha}{h}}^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} \int_{r_2}^{r_1} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \tag{8.15}$$

と書き改められる．$r\cos\theta$ は偶関数であり，y 軸について対称な部分は相殺される．さらに，x 軸に対称な部分は x 軸上部のみを積分し 2 倍すればよいから，積分範囲は図 8.4 の色付範囲の x 軸の上部となり，積分値の 2 倍が関数値となる．よって，

$$\begin{aligned} w(h) &= 2\int_{0}^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} \int_{r_2}^{r_1} r\cos\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \\ &= \int_{0}^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} (r_1^2 - r_2^2)\cos\theta \mathrm{d}\theta \end{aligned}$$

となる．ここで，余弦定理より，

$$\alpha^2 = r_1^2 + h^2 - 2hr_1\cos\theta$$
$$\alpha^2 = r_2^2 + h^2 - 2hr_2\cos\theta$$

となり，これを整理すると

$$r_1^2 - r_2^2 = 4h\cos\theta\sqrt{\alpha^2 - h^2\sin^2\theta} \tag{8.16}$$

となり，

$$w(h) = 4h\int_0^{\arcsin\frac{\alpha}{h}} \cos^2\theta\sqrt{\alpha^2 - h^2\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta \tag{8.17}$$

となる．

以上から，次の定理が求められた．

定理 8.2 人口一様分布の円内で中心から h 離れた点が *Weber* 点となる条件は以下のようになる．
$0 \leq h \leq \alpha$ のとき，

$$w(h) = 4h\int_0^{\pi/2} \cos^2\theta\sqrt{\alpha^2 - h^2\sin^2\theta}\,d\theta \tag{8.18}$$

となり，$\alpha < h$ のとき，

$$w(h) = 4h\int_0^{\arcsin h/\alpha} \cos^2\theta\sqrt{\alpha^2 - h^2\sin^2\theta}\,d\theta \tag{8.19}$$

となる．

半径 $\alpha = 1$ として数値積分により $w(h)$ を求め，Weber 点となりうる最低全人口比 $\frac{w(h)}{w(h)+\pi}$ を位置 h の関数で求めたのが図 8.5 である．これより，合併領域の中心であれば人口が少なくても Weber 点となることがわかり，中心から離れるほど多くの人口が必要であることがわかる．円の中心 $(h = 0)$ であれば人口が 0 でも Weber 点となる．$h = 0.5$ であれば総人口の 33%，円の端点 $(h = 1)$ であれば総人口の 46%となる．また，$h \to \infty$ のとき 50%となる．この結果からもわかるように，人口が全体の 50%以上であれば位置によらず Weber 点となる．これは前節の結果と一致する．

8.4　人口的優位と地理的優位

次に，茨城県の 3 つの市町村合併の例に人口的優位と地理的優位を Weber 点となる人口条件を介して図示することを考える．図 8.6 は合併前の市町村人口と Weber 点を示したものある．また，図 8.7 はこれらの市町村について，横軸に合併前の市町村人口をとり，縦軸に合併後人口の 50%となる人口条件と Weber 点となる人口条件をそれぞれ黒丸と白丸でプロットし線分で結んだものである．45 度線はちょうど現在の人口にあたる線である．

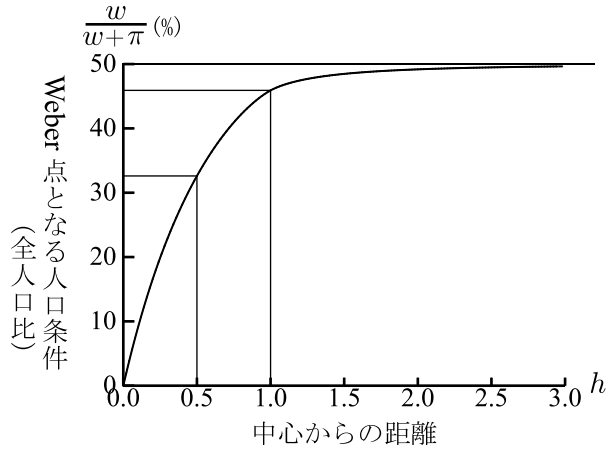


図 8.5: Weber 点となる最低条件

45 度線より下に白丸がある市町村では，Weber 点となる人口条件をクリアしている．例えば，常陸太田市は Weber 点となり，仮に人口が現在の 60%まで減っても Weber 点となることがわかる．一方，45 度線より上に白丸がある市町村では，人口が増えない限り Weber 点にならない．例えば，古河市では現在の約 1.5 倍の人口が必要であることが示される．総和町のように線分が長い自治体は，合併後人口 50%と比べて非常に少ない人口で Weber 点となることを示している．このような市町村は地理的に優位である．一方，古河市のように両丸がほぼ重なっている自治体は，合併後人口が過半数近く占めない限り Weber 点とはならないことから，地理的優位性は乏しいといえる．

また，実際の市町村人口から Weber 点となるための人口比率と，それを円領域での解析的結果に対応させたときの中心からの距離を計算した結果が表 8.2 となる．これからわかるように，地理的に中心に近い総和町・石岡市は Weber 点となるための人口比率が小さく，中心に近いことがわかる．また，里美村．古河市，三和町などは地理的に端に位置することから，Weber 点となるための人口比率も高く，中心から大きく離れていることがわかる．このように数値的に地理的優位性を示すことができる．

8.5 本庁舎の立地状況

次に，実際の本庁舎の立地の状況について分類しまとめる．

まず，本庁舎の決定状況をみる．全法定協議会を対象とし，地域ごとに人口最多の市町村の役場位置と Weber 点とが一致するのか，人口最多の市町村が合併地域全体の人口の 50%以上かどうかという 2 点から図 8.8 のように分類し，新本庁舎位置の決定率について

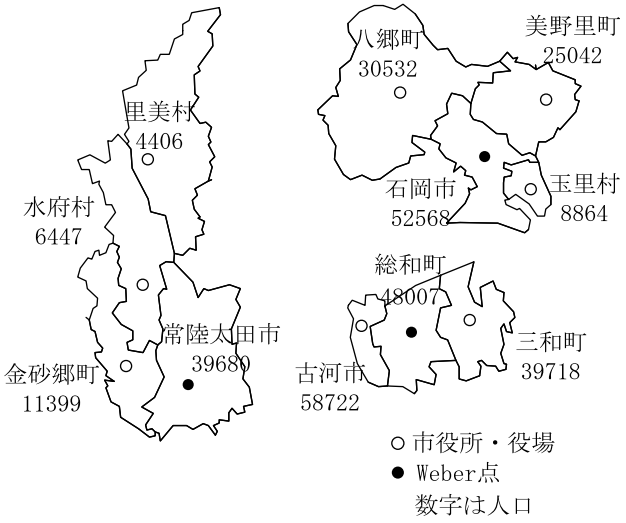


図 8.6: 茨城県の例

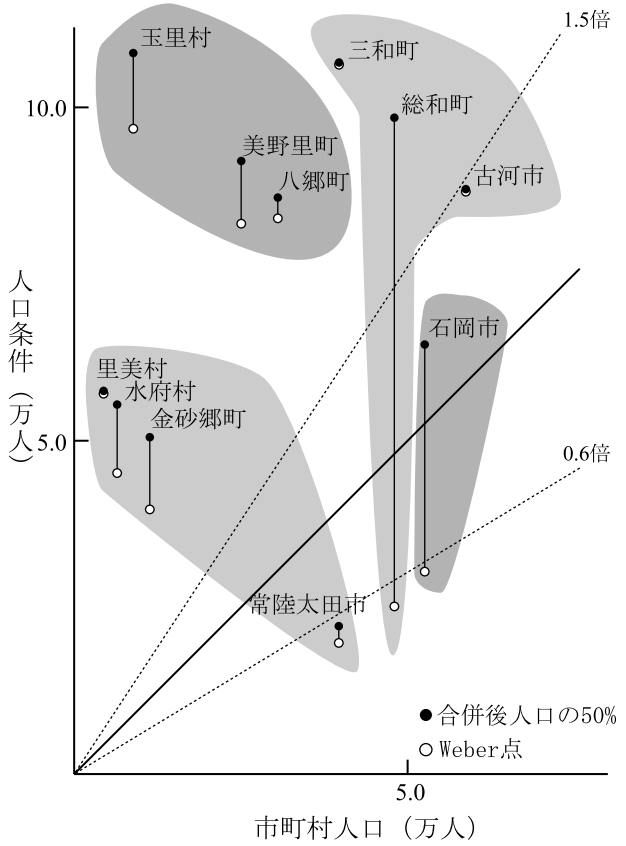


図 8.7: 合併後人口の 50%及び Weber 点となる条件

表 8.2: 実際の Weber 点条件と解析的結果の比較

市町村名	Weber 点となるための人口比率	対応する距離 h
常陸太田市	47.0%	1.13
金砂郷町	43.9%	0.88
水府村	45.0%	0.93
里美村	49.8%	4.32
石岡市	32.6%	0.50
美野里町	47.2%	1.15
八郷町	49.0%	1.84
玉里村	47.4%	1.18
古河市	48.9%	5.10
総和町	20.8%	0.26
三和町	49.9%	6.04

まとめたものが表 8.3 である．これから読みとれるように，人口最多市町村と Weber 点とが一致し，合併後人口の 50%を超えていると決定率が高く，逆に人口最多市町村が Weber 点でないと決定率が比較的低いことがわかる．このことから，合併範囲内に人口の非常に多い市町村が存在すると本庁舎の位置が決定しやすい，また，人口最多市町村が Weber 点や Median となる地域は決定率が高いといえる．

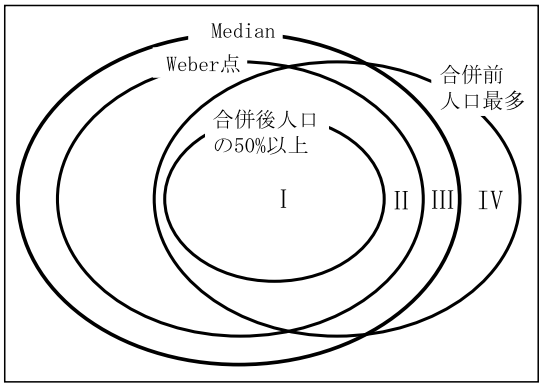


図 8.8: 人口最多市町村と Weber 点の関係

次に，3 町村以上の合併協議において本庁舎の決定位置が決まっているものと合併済の 316 協議会において，人口最多市町村と Weber 点・Median の関係を 5 つに分類する．(1) 人口最多市町村は合併後人口の 50%以上である．(2) 人口最多市町村は Weber 点であるが，合併後人口の 50%未満である．(3)Weber 点は内点解，つまり旧役所位置以外の点，となっ

表 8.3: 法定協議会における新本庁舎決定率

人口最多市町村代表点の位置	決定	未決定	計	決定率
(I)Weber 点 (人口 50 %以上)	270	55	325	83.1 %
(II)Weber 点 (人口 50 %未満)	43	15	58	74.1 %
(III)Median	24	11	35	68.6 %
(IV)Weber 点でも Median でもない	28	21	49	57.1 %
計	365	102	467	78.2 %

ているが，人口最多市町村は Median となっている．(4)Weber 点は内点解となっていて，人口最多市町村は Median ではない．(5) 人口最多市町村は Weber 点でも Median でもなく，他の旧庁舎のいずれかが Weber 点となっている．

そして，本庁舎の決定位置が人口最多であるか，Weber 点であるか，Median であるか，その他の旧庁舎であるか，それ以外かについて分類を行った．全国の 3 市町村以上が参加している法定合併協議会のうち，それぞれの分類にあてはまる協議会数を示したものが表 8.4 である．

それぞれの分類に記号をつけたものが表 8.5 であり，記号に対応する市町村合併における本庁舎の決定状況の具体例を示しているものが図 8.9, 図 8.10 及び図 8.11 である．

これより，人口最多市町村が Weber 点であるもののほとんどは，そこが新本庁舎の立地点となっていることがわかる．また，人口最多市町村が Weber 点ではないとき，そこに新本庁舎が決定される割合が小さくなっている．人口最多市町村・Weber 点・Median のいずれかになっているのは 291/316 であり 9 割を超えている．

8.6　まとめ

本章では，市町村合併において本庁舎の位置となりうる優位性について，人口と距離とから求められる Weber 点や Median に着目した．

まず，Weber 点となる条件を求め，市町村合併において旧市町村役場が合併後の Weber 点となるための人口条件を示した．また，ある 1 つの旧市町村人口が合併後の人口の半分以上であれば，地理的位置に関係なく Weber 点となることを証明し，合併範囲の中心に近ければ人口が少なくても Weber 点になるということを示した．

全国の市町村合併状況のデータをまとめることにより，本庁舎の決定位置は Weber 点となることが多いことがわかった．そして，Weber 点となるための人口条件を求め，実際の人口と比較することにより，市町村合併協議において人口が多いため Weber 点となる

人口優位性と地理的に中心に近いため Weber 点となる地理的優位性を図示することができた．これにより，合併前の人口最多市町村や Weber 点などと本庁舎決定位置との関係を示すことができた．

また，合併前の人口最多市町村と Weber 点との関係の分類と本庁舎の決定率の比較により，人口が多い市町村と Weber 点が一致すれば本庁舎の決定率が高いことがわかった．

表 8.4: 人口最多・Weber 点・Median と立地の関係

人口最多・Weber 点・Median の関係	本庁舎決定位置 人口最多	Weber 点	Median	その他	旧庁舎以外	計
人口最多＝ Weber 点 (人口 50 %以上)		182 97.3 %		5 2.7 %	0 0.0 %	187 100.0 %
人口最多＝ Weber 点 (人口 50 %未満)		47 88.7 %		5 9.4 %	1 1.9 %	53 100.0 %
人口最多＝ Median (Weber 内点)		- -	23 76.7 %	5 16.7 %	2 6.7 %	30 100.0 %
人口最多≠ Median (Weber 内点)	11 44.0 %	- -	9 36.0 %	5 20.0 %	0 0.0 %	25 100.0 %
人口最多 ≠ Weber ＝ Median	8 38.1 %	11 52.4 %		0 0.0 %	2 9.5 %	21 100.0 %
計	271 85.8 %	240 75.9 %	272 86.1 %	20 6.3 %	5 1.6 %	316

表 8.5: 人口最多・Weber 点・Median と立地の関係の分類表

人口最多・Weber 点・Median の関係	本庁舎決定位置 人口最多	Weber 点	Median	その他	旧庁舎以外
人口最多＝ Weber 点 (人口 50 %以上)		A		B	C
人口最多＝ Weber 点 (人口 50 %未満)		D		E	F
人口最多＝ Median (Weber 内点)		- -	G	H	I
人口最多≠ Median (Weber 内点)	J	- -	K	L	M
人口最多 ≠ Weber ＝ Median	N	O		P	Q

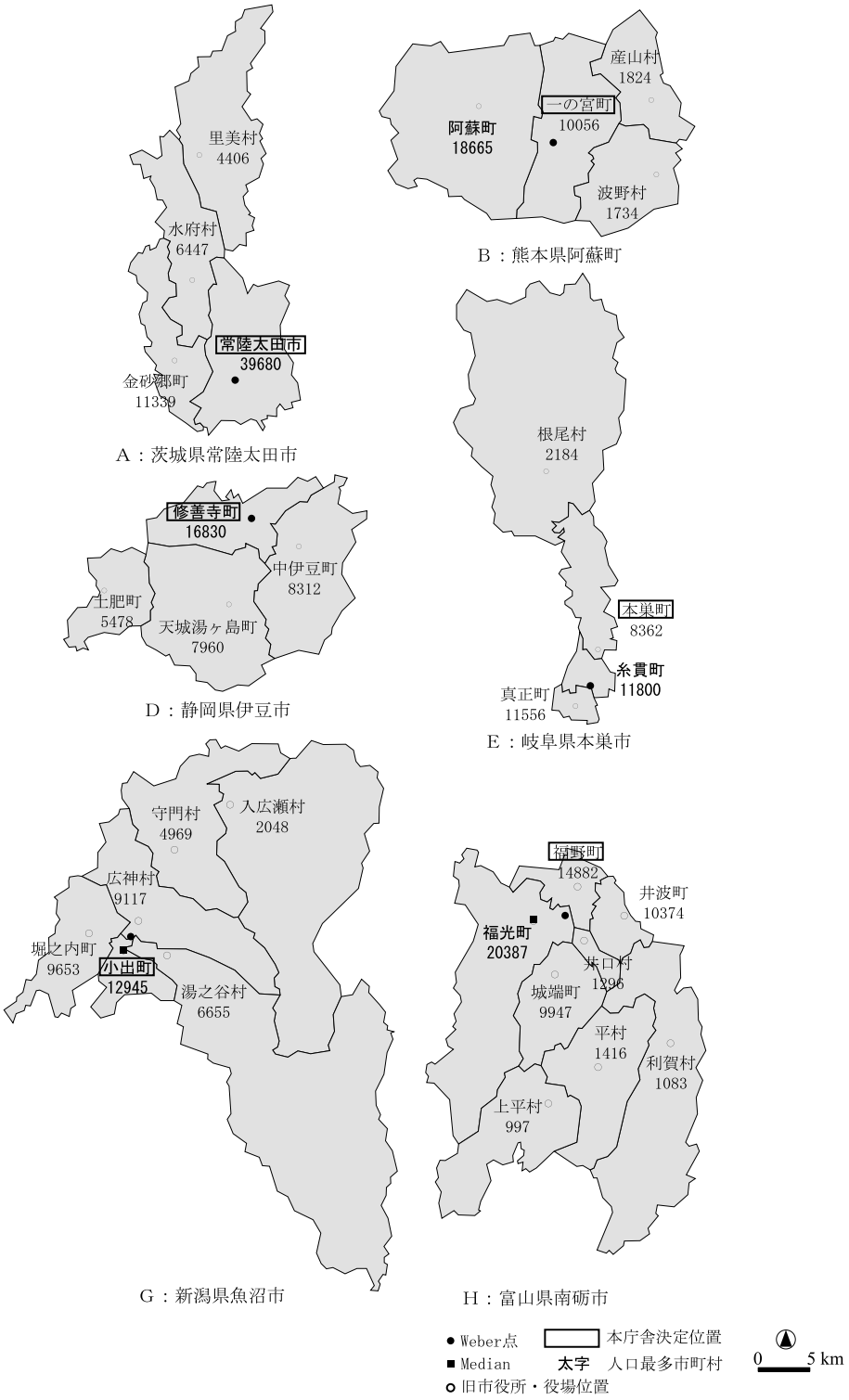


図 8.9: 本庁舎決定位置分類 (1)



図 8.10: 本庁舎決定位置分類 (2)

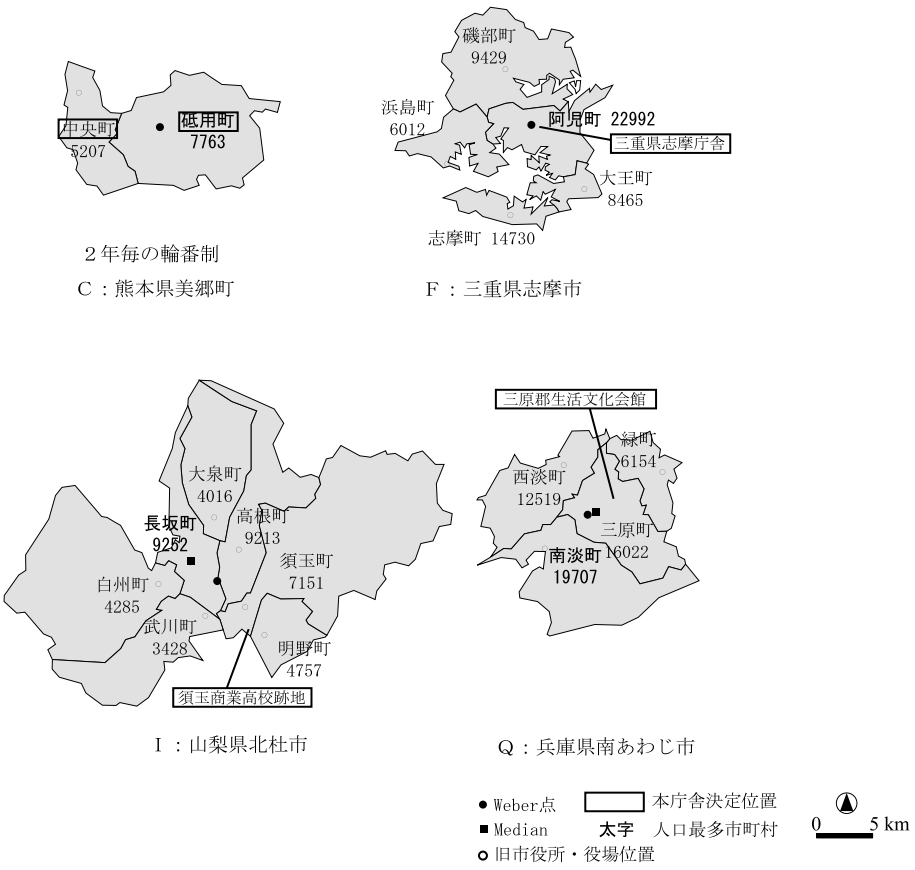


図 8.11: 本庁舎決定位置分類 (3)

第9章　広域化と平等性のトレードオフ

9.1　はじめに

行政効率化のひとつの策として，ホール等の文化施設，野球場等のスポーツ施設の整備を広域的・一体的に行うことが挙げられている．施設の圏域を広域的に考え，圏域の人口を大きくとることによって，質の良い施設を建設できるとともに，多くの利用が見込める．これにより，施設利用が促進され無駄なく施設が利用されると考えられる．その一方で，広域化により施設の数は少なくなるため，施設までの距離を考えると施設まで遠い利用者が多くなる．よって平等性が悪化すると考えられる．このトレードオフ関係を示すことにより，市町村合併などの広域化による影響を明示できる．

そこで，本章では施設規模に応じた施設配置問題について考え，施設規模と施設数，圏域の大きさと効率性や平等性との関係を示す．地域施設計画における施設規模，計画施設数，最適配置との関係はすでに大澤 (1996)，栗田 (1999)，鈴木 (1999) で検討されているが，ここではこれに加えて平等性にも着目する．

まず，施設規模を含めた最適配置問題を定式化する．施設までの移動費用と施設建設費用に注目し，これらの和が最小となる配置を効率的な配置と考える．つぎに，様々な施設規模を想定したときに圏域と平等性がどのように変化するかについて示す．

これらについて，モデル分析を行うとともに，関東 4 県の市町村単位の人口と役場位置のデータを用いて実際の問題に適用する．

9.2　効率的配置と平等性

施設配置について効率的に施設を配置した際の平等性の変化について考える．ここでは，施設までの移動費用と施設の建設費に着目する．施設までの移動費用は利用者が負担するのに対し，施設の建設費は税金を用いることから両者は異なるもののように見えるが，根元的にはいずれも住民が支払うものである．このように捉えると，これらの和を最小となる施設配置を考えることは不自然ではない．そこで，2 つの費用の和を最小とする施設配置を効率的配置と考え，数理的に導出する．また，効率的な配置となったとき，平等性指標として住民から施設までの距離の平均格差を求め，施設の規模に対して平等性がどのよ

うに変化するかを示す.

9.2.1　人口一様分布モデル

移動費用と施設建設費の和を最小とするモデルを用いた分析は栗田 (1999) や鈴木 (1999) で示されているが，説明のために簡単にまとめる.

平面上に利用者が一様分布すると仮定し，施設圏域境界が正方形・正三角形・正六角形とし，施設が中心あるいは重心にあると仮定する．このとき，全体の面積を S とし，施設数を n すれば，各施設の圏域の面積は S/n となる．また，総利用者数を P とする．3 章の結果より各施設までの平均距離はそれぞれ $\sqrt{S/n}$ に比例するから，α を定数として $\alpha\sqrt{S/n}$ と表せる．また，単位距離あたりの移動費用を T とすると，総移動費用は $TP\alpha\sqrt{S/n}$ と表せる．また，1 施設の建設費を F とすると，総建設費用は Fn となる．総移動費用と総建設費の和を C とし，これを最小化する問題は,

$$\min_n C \equiv TP\alpha\sqrt{\frac{S}{n}} + Fn \tag{9.1}$$

と定式化できる．このとき，C が最小となるとなる n を求めると,

$$\frac{\partial C}{\partial n} = -\frac{\alpha TPS^{1/2}}{2n^{3/2}} + F = 0 \tag{9.2}$$

より,

$$n = (\alpha TP)^{2/3} S^{1/3} (2F)^{-2/3} \tag{9.3}$$

となる．よって，最適施設数は 1 施設費用の $-2/3$ 乗に比例することがわかる.

3.2 節の結果より平均格差は $\sqrt{S/n}$ に比例するから，β を定数として $\beta\sqrt{S/n}$ と表せる．これより，n に式 (9.3) を代入すると

$$\beta\sqrt{S/n} = \beta(\alpha TP)^{-1/3} S^{-1/6} (2F)^{1/3} \tag{9.4}$$

となり，1 施設費用の $1/3$ 乗に比例することがわかる.

9.2.2　数理計画問題の定式化

実際の施設配置問題を考えるために，実際の市町村人口，役場位置などを用いた時の施設配置問題の定式化を考える.

所与の変数

所与の変数は以下のようになる.

$$
\begin{aligned}
N &: \text{需要点数} \\
M &: \text{施設立地候補点数} \\
p_i &: \text{需要点 } i(i=1,\cdots,n) \text{ の利用者数} \\
p &: \text{対象地域の総利用者数，つまり } p=\sum_{i=1}^{N} p_i \\
d_{ij} &: \text{需要点 } i \text{ から立地候補点 } j(j=1,\cdots,m) \text{ への距離} \\
T &: \text{単位距離あたりの移動費用} \\
F &: \text{1 施設の建設費}
\end{aligned}
$$

決定変数

決定変数として 0-1 変数を用いる．これらの変数の値が変化することによって目的関数の値が変化するものである．目的関数が最小になる場合のこれらの変数の値を求める.

$$
X_j = \begin{cases} 1 & \text{立地候補点 } j \text{ に施設を建設する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}
$$

$$
Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{需要点 } i \text{ の人が立地候補点 } j \text{ の施設を利用する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}
$$

目的関数

総移動費用と総建設費の和であるから,

$$
T\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i d_{ij} Y_{ij} + F\sum_{j=1}^{M} X_j \tag{9.5}
$$

となる.

定式化

以上から数理計画問題として定式化すると，Daskin(1995) に示されているように非制約施設配置問題 (UFLP) となり,

$$
\text{最小化 } T\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i d_{ij} Y_{ij} + F\sum_{j=1}^{M} X_j \tag{9.6}
$$

$$\text{条　件}\quad \sum_{j=1}^{M} Y_{ij} = 1 \quad \forall i$$
$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \quad \forall i, j$$

となる．

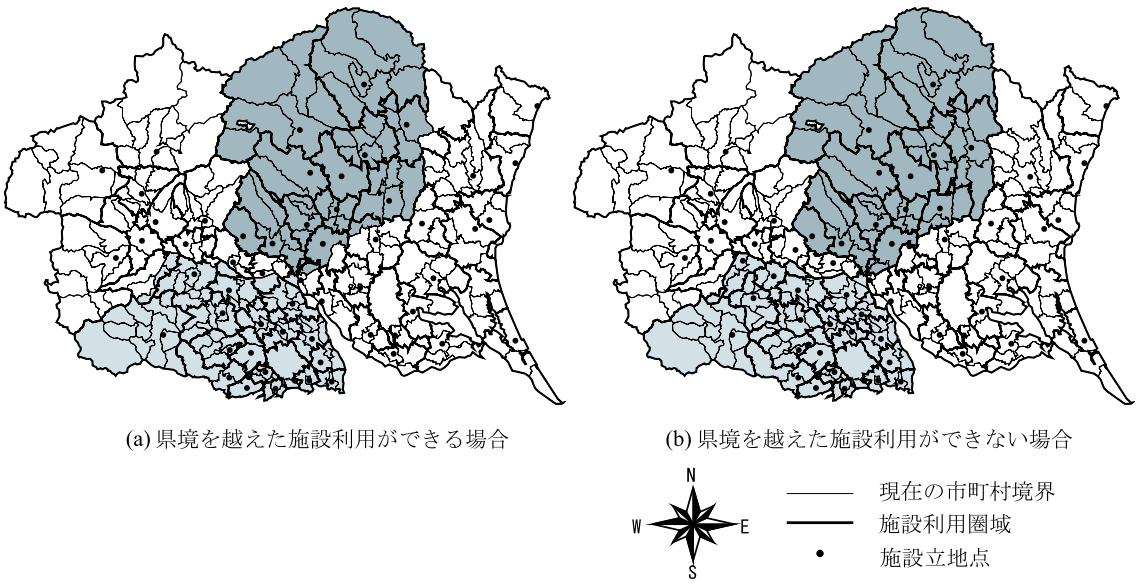
9.2.3　北関東 4 県への応用

実際の市町村役場，市町村間距離を用いて施設配置問題を解く．対象は茨城県・栃木県・群馬県・埼玉県の北関東 4 県を対象とする．代表点は各市町村役場の位置とし，各市町村人口は代表点に集約しているものとする．ここで，自市町村に施設がある場合の距離については，市町村の内々距離 $d_{ii}(\mathrm{km})$ を各市町村の領域を等面積の円とみなして求めた平均距離，つまり各市町村面積を $s_i(\mathrm{km}^2)$ に対し，$d_{ii} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{s_i}{\pi}}$ とする．また，どの地域も同じ交通費とし $T = 1$ とする．データは平成 12 年国勢調査と平成 12 年版数値地図を用いた．県境に関しては (a) 県境を越えた施設利用ができる場合，(b) 県境を越えた施設利用ができない場合の 2 パターンについて求めた．その結果を示したものが表 9.1 である．また，図 9.1 は $F = 50.0 \times 10^4$ としたときの結果であり，これより県境の制約は大きく影響しないことがわかった．

表 9.1: 1 施設建設費用と施設数

	県境制約	県境制約あり				
$F(\times 10^4)$	なし	4 県合計	茨城	栃木	群馬	埼玉
0.0	293	293	84	49	70	90
1.0	259	259	78	44	56	81
2.0	238	238	74	42	47	75
5.0	182	184	58	32	32	62
10.0	134	135	45	24	22	44
20.0	94	97	32	17	17	31
30.0	79	80	25	14	14	27
50.0	59	63	19	12	11	21
100.0	43	46	13	8	9	16
200.0	25	26	7	4	4	11
500.0	15	15	5	3	2	5

施設建設費と施設数，平均距離，平均格差との関係を示したものが図 9.2 である．プロットで示されたものが，実際のデータを用いて求めた最適解におけるそれぞれの値である．



(a) 県境を越えた施設利用ができる場合　(b) 県境を越えた施設利用ができない場合

図 9.1: 最適解計算結果 ($F = 50.0 \times 10^4$)

また，実際のデータによる計算結果が，モデルで求められたように 1 施設建設費の 1/3 乗に比例するかについて最小二乗法で推定した．図 9.2 の曲線で示したものが推定結果であり，平均格差も平均距離も図からも，決定係数 R^2 の高さからも合っていることがわかる．

9.3 平等性と施設数

前節では，第一義として効率性を最適化し，そのとき平等性指標である平均格差がどのように変化するかについて考察を行った．本節では，第一義として平等性を最適化した場合は効率性を優先した場合とどのように異なるかについて求める．

9.3.1 人口一様分布モデル

平等性指標は 2 章で示したように多数あるが，a を定数とすると，分散などの面積に比例する指標は $a(S/n)$，平均距離，平均偏差，平均格差などの面積の平方根に比例する指標は $a\sqrt{S/n}$，Schutz 指標，変動係数，ジニ係数などの面積に依らない指標は a と表せる．これらをまとめて考えるとそれぞれの指標は一般的に an^{γ} と表せる．

これを用いて利用者が一様分布すると仮定し，施設圏域形状が正方形・正三角形・正六角形とし，施設が中心あるいは重心にあると仮定する．このとき，全体の面積を S とすれ

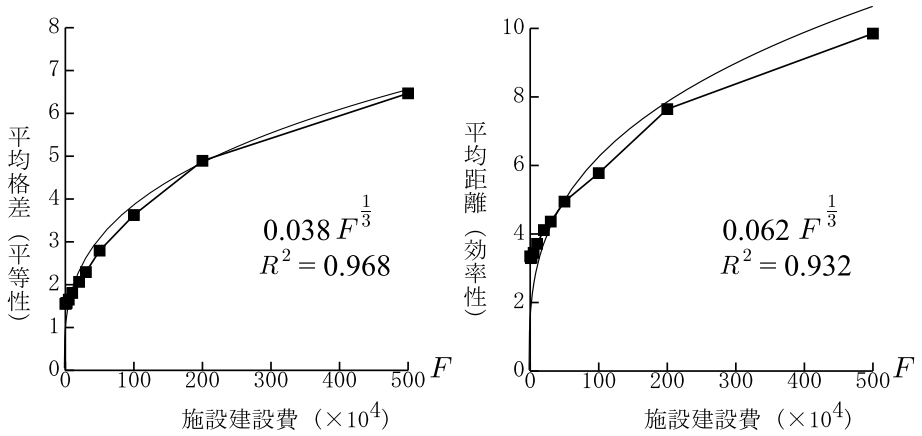


図 9.2: 施設建設費と平均距離・平均格差との関係

ば，各施設の圏域の面積は S/n となる．また，総利用者数を P とし，単位距離あたりの移動費用を T とする．前節と同様に定式化すると

$$\min C \equiv TPan^{\gamma} + Fn \tag{9.7}$$

となる．F を所与とし，C を最小化したときの F と n との関係を求める．$A = aTP$ と定数にまとめると，C が最小となる n は C を n で微分したものが 0 となるときであるから，

$$\frac{\partial C}{\partial n} = \alpha A n^{\gamma-1} + F = 0 \tag{9.8}$$

となり，これを整理すると

$$n = (-\gamma A)^{\frac{1}{1-\gamma}} F^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{9.9}$$

となる．最適施設数は 1 施設費用の $\frac{\gamma}{\gamma-1}$ 乗に比例することがわかる．

分散などの面積に比例する指標では $\gamma = -1$ であるから，

$$n = A^{\frac{1}{2}} F^{-\frac{1}{2}} \tag{9.10}$$

となり，最適施設数は 1 施設費用の平方根に逆比例する．平均偏差，平均格差などの面積の平方根に比例する指標では $\gamma = -1/2$ であるから，

$$n = (\frac{A}{2})^{\frac{2}{3}} F^{-\frac{2}{3}} \tag{9.11}$$

となり，最適施設数は 1 施設費用の 1/3 乗に比例する．いずれの場合も建設費が増加するにつれ最適施設数は減少することがわかる．Schutz 指標，変動係数，ジニ係数などの面積に依らない指標では $\gamma = 0$ であるから，

$$n = 0 \tag{9.12}$$

となる．面積に依存しない指標については施設費用のみに関係するため，施設をできるだけ建設しないという結果になった．このような面からも施設立地に関する指標としてはふさわしくないと考えられる．

また，最適施設数における指標値は，

$$an^{\gamma} = a(-\gamma A)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} F^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{9.13}$$

となり，1 施設費用の $\frac{\gamma}{\gamma-1}$ 乗に比例することがわかる．分散などの面積に比例する指標では $\gamma = -1$ であるから，

$$an^{-1} = aA^{-\frac{1}{2}} F^{\frac{1}{2}} \tag{9.14}$$

となり，1 施設費用の平方根に比例する．平均偏差，平均格差などの面積の平方根に比例する指標では $\gamma = -1/2$ であるから，

$$an^{-1/2} = a(\frac{A}{2})^{-\frac{1}{3}} F^{\frac{1}{3}} \tag{9.15}$$

となり，1 施設費用の 1/3 乗に比例する．いずれの場合も建設費が増加するにつれ指標の値も大きくなり，平等性が低下することがわかる．

9.3.2 数理計画問題の定式化

現実の施設配置問題を考えるために，実際の市町村人口，役場位置などを用いた時の施設配置問題の定式化を考える．平等性を優先的に考えるため，前節の定式化と異なる点が 2 点ある．1 つは，目的関数に平均距離ではなく平均格差を用いているという点である．もう 1 つは，最も近くの施設へ行くという制約式が含まれているということである．もし，この制約がない場合，より近くに施設があるにもかかわらず，他の利用者との施設までの距離を等しくしようと行動するがゆえに遠くの施設を利用するということが考えられるからである．このような点を考慮して定式化すると以下のようになる．

所与の変数

所与の変数は前節と同様，以下のようになる．

N ： 需要点数

M ： 施設立地候補点数

$$
\begin{aligned}
p_i &: \text{需要点 } i(i=1,\cdots,N) \text{ の利用者数} \\
p &: \text{対象地域の総利用者数，つまり } P=\sum_{i=1}^{N} p_i \\
d_{ij} &: \text{需要点 } i \text{ から立地候補点 } j(j=1,\cdots,M) \text{ への距離} \\
T &: \text{単位距離あたりの移動費用} \\
F &: \text{1 施設の建設費}
\end{aligned}
$$

決定変数

決定変数として 0-1 変数を用いる．これらの変数の値が変化することによって目的関数の値が変化するものである．目的関数が最小になる場合のこれらの変数の値を求めることとなる．

$$
\begin{aligned}
X_j &= \begin{cases} 1 & \text{立地候補点 } j \text{ に施設を建設する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \\
Y_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{需要点 } i \text{ の人が立地候補点 } j \text{ の施設を利用する} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}
\end{aligned}
$$

となる．

目的関数

目的関数は

$$
\frac{1}{p}T\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} p_i p_k |d_{ij}-d_{kl}| Y_{ij}Y_{kl} + F\sum_{i=1}^{M} X_j \tag{9.16}
$$

となるが，3.3 節と同様に線形関数に変換でき，

$$
\frac{1}{p}T\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} p_i p_k |d_{ij}Y_{ij}-d_{kl}Y_{kl}| - 2(M-1)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i d_{ij} Y_{ij}\right) + F\sum_{i=1}^{M} X_j \tag{9.17}
$$

となる．さらに，3.3 節と同様に絶対値をはずすことができ，目的関数は線形で

$$
\frac{1}{p}T\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} p_i p_k (d^{+}_{ijkl}+d^{-}_{ijkl}) - 2(M-1)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i d_{ij} Y_{ij}\right) + F\sum_{i=1}^{M} X_j \tag{9.18}
$$

と表せる．ただし，

$$
d_{ij}Y_{ij} - d_{kl}Y_{kl} = d^{+}_{ijkl} - d^{-}_{ijkl}
$$

$$d^+_{ijkl} \geq 0$$
$$d^-_{ijkl} \geq 0$$

である.

最寄りの施設へ行く制約

最寄りの施設へ行くための制約式を考える．ある需要点 i の利用者が施設 j を利用するときの距離 d_{ij} が，立地されているすべての施設 ($X_q = 1$ となる q) について，施設までの距離 d_{iq} 以下となっていれば最寄りの施設へ行くということになる．これを，数理計画問題に組み込むために,

$$d_{ij}(Y_{ij} + X_q - 1) \leq d_{iq}X_q \tag{9.19}$$

という制約式を考える．Y_{ij}, X_q はいずれも 0-1 変数であるから，組み合わせは 4 パターンとなる．このときの，Y_{ij}, X_q との関係を 表 9.2 に示す.

表 9.2: 最寄りの施設へ行くことを表す制約式と変数の関係

Y_{ij}	X_q	$d_{ij}(Y_{ij} + X_q - 1)$		$d_{iq}X_q$
1	1	d_{ij}	$\leq$	d_{iq}
1	0	0	$\leq$	0
0	1	0	$\leq$	d_{iq}
0	0	$-d_{ij}$	$\leq$	0

すると，$X_q = 1$ となる場合において $d_{ij} \leq d_{iq}$ となり，また他の条件においても $d_{iq} > 0, -d_{ij} < 0$ となり不具合が起きないことから，この制約式は最寄りの施設へ行く条件を示していることがわかる.

定式化

以上から数理計画問題として定式化すると以下のようになる.

$$\text{最小化} \frac{1}{p}T\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} p_i p_k (d^+_{ijkl} + d^-_{ijkl}) - 2(M-1)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} p_i d_{ij} Y_{ij}\right) + F\sum_{i=1}^{M} X_j \tag{9.20}$$

$$\text{条　件} \quad \sum_{j=1}^{M} Y_{ij} = 1 \quad \forall i$$
$$\sum_{l=1}^{M} Y_{kl} = 1 \quad \forall k$$

$$
\begin{aligned}
Y_{ij} - X_j \leq 0 \qquad & \forall i,j \\
Y_{kl} - X_l \leq 0 \qquad & \forall k,l \\
d_{ij}(Y_{ij} + X_q - 1) \leq d_{iq}X_q \qquad & \forall i,j,q \\
d_{kl}(Y_{kl} + X_q - 1) \leq d_{kq}X_q \qquad & \forall k,l,q \\
X_j = 0,1 \qquad & \forall j \\
X_q = 0,1 \qquad & \forall q \\
Y_{ij} = 0,1 \qquad & \forall i,j \\
Y_{kl} = 0,1 \qquad & \forall k,l \\
d_{ij}Y_{ij} - d_{kl}Y_{kl} = d^+_{ijkl} - d^-_{ijkl} \qquad & \forall i,j,k,l \\
d^+_{ijkl} \geq 0 \qquad & \forall i,j,k,l \\
d^-_{ijkl} \geq 0 \qquad & \forall i,j,k,l
\end{aligned}
$$

これにより，この問題は整数計画問題として定式化ができ，一般的な数理計画ソフトウエアを用いれば解くことができる．

定理 9.1 施設の総建設費と平等性指標の和を最小とする施設配置モデルは目的関数，制約条件式がともに線形である整数計画問題として定式化できる．

9.3.3　神奈川県への応用

次に，実際の市町村役場，市町村間距離を用いて施設配置問題を解く．対象は神奈川県を対象とする．代表点は各市町村役場の位置とし，各市町村人口は代表点に集約しているものとする．ここで，前節と同様に自市町村に施設がある場合の市町村の内々距離 $d_{ii}(\mathrm{km})$ を各市町村の領域を円とみなして求めた平均距離，つまり各市町村面積を $s_i(\mathrm{km}^2)$ に対し，$d_{ii} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{s_i}{\pi}}$ とする．また，どの地域も同じ交通費とし $T = 1$ とする．データは平成 12 年国勢調査と平成 12 年版数値地図を用いた．

そこで，前節で行ったように効率性を優先し，効率性を最適化した際の平等性の値と，平等性を優先し最適解を求めたときの平等性の値を比べたものが表 9.3 と図 9.3 である．

効率性を優先した場合と比べ，平等性を優先したものについては平均格差が小さく平均距離が大きくなっている．逆に平等性を優先した場合と比べ，効率性を優先したものについては平均距離が小さく平均格差が大きくなっている．また，施設数に関しては平等性を優先した場合のほうが施設数が少なくなっている．これは，最寄りの施設へ行くとしても，移動距離が大きくなってもより他の利用者との同じ距離にしようとするため，施設の圏域

が広がり施設数は少なくなるからだと考えられる．

また，図 9.3 より，効率性指標である平均距離の値の差は平等性指標である平均格差の差より大きくなる．このことから，平等性を優先させると平等性ではそれほど効率優先の差は大きくないといえ，一方で効率性を優先させると，効率性の差は大きくなることがわかる．

表 9.3: 施設建設費と平均距離・平均格差との関係

	効率優先			平等優先		
$F(\times 10^4)$	施設数	平均距離 (km)	平均格差 (km)	施設数	平均距離 (km)	平均格差 (km)
0.0	33	5.149	2.484	8	8.147	1.955
1.0	32	5.150	2.484	8	8.147	1.955
2.0	29	5.155	2.485	8	8.147	1.955
5.0	25	5.170	2.471	8	8.147	1.955
10.0	25	5.170	2.471	8	8.147	1.955
20.0	20	5.252	2.492	7	8.163	1.968
50.0	14	5.483	2.422	6	8.199	2.000
100.0	11	5.731	2.511	6	8.199	2.000
200.0	8	6.166	2.581	4	8.684	2.360
500.0	6	7.037	2.674	4	8.684	2.360
1000.0	3	9.317	3.274	3	9.563	3.258

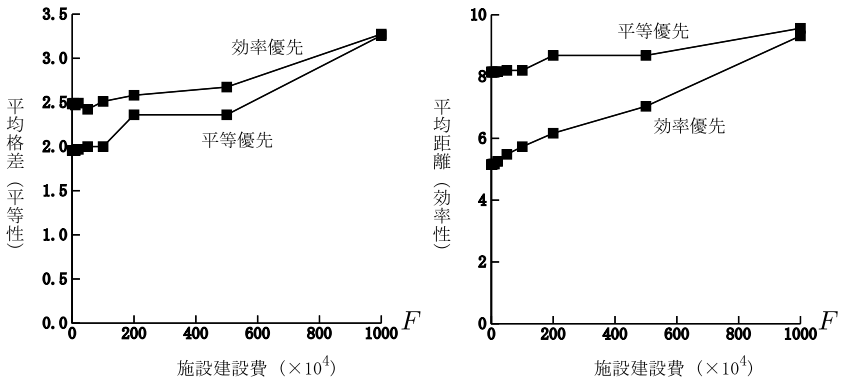


図 9.3: 優先順位の違いによる施設建設費と平均距離・平均格差との関係

9.4　まとめ

本章では，広域化が進行すれば平等性が悪化すると考え，広域化と平等性とのトレードオフについて考察した．施設建設費用と施設までのアクセス距離に着目して考えた．はじめに，施設費用と効率性および平等性による施設配置モデルを構築することで，1 施設あたりの費用が増加するにつれ施設数が減少し，効率性も平等性も低下することが明確に示された．

次に，効率優先で施設立地をした場合と，平等優先での場合とを比較することを考えた．そのために，施設建設費と移動距離の和を最小化する施設配置問題の最適解を効率優先の最適解とみなし，施設建設費と距離差の和を最小化する問題の最適解を平等優先の最適解とみなし定式化を行った．そして，どちらを優先したかによって平等性がどの程度異なるかについて考察を行った．その結果，効率性指標である平均距離の値の差は平等性指標である平均格差の差より大きくなることがわかった．

また，総施設費用と平等性指標の和を最小化する配置を求める数理計画問題が整数計画問題として定式化できることを示した．これにより，一般的な数理計画問題を解くソフトウエアによって解くことができるため，一般に容易に利用できる．

そして，1 施設あたりの費用が増加するにつれ施設数が減少し，効率性も平等性も低下することが明確に示された．

第10章　おわりに

本論文では，平等性という視点を含めて行政サービス施設の立地について考えるとともに，行政サービスの広域化による変化をさまざまな視点から定量的に把握することを目的とした．実際の施設配置や都市計画においては人口と距離のみを用いて立地を検討することはほとんどないと考えられ，政治的・経済的状況が複雑に絡み合って合意形成がなされる．しかし，施設立地の基本となるこの2点を用いて，単純に明確に示すことはその都市あるいは地域の潜在的あるいは基本的傾向を示すのに必要なことである．現実的にはそのような状況を含めて考えるべきであるのは確かであるが，一方で単純かつ明快な仮定を置いて求めた結果というのも，様々な検討をする上での基本的資料となりうるだろう．

現在，進められている市町村合併において，メリットとデメリットに関する議論も様々な立場から行われている．施設立地に関するものだけではないが，住民の行政サービスとして施設の利用というものは考えなければならない問題であり，住民にとっては身近な話題でもある．そのような議論のなかで様々な実例を示し賛否を述べているが，潜在的にあるいは根元的な事象として，広域化によってどの程度施設の利用が不便になるか，不平等が広がるかなどについて考察する必要がある．また，利便性の低下を補完する手段としての巡回サービス，市町村合併における優位性，施設規模と最適施設数など広域化に関連した状況についても同様である．

主に，広域化と平等性の関係について分析を行ったが，単純な仮定をおき，人口と距離のみを用い，指標は単純な差を取った格差指標を用いて行った．これ以上，単純化できないくらいの仮定を置いたことから，最も基本的な状態を考えたときの，広域化と平等性の関係を示すことができたと考えている．異なる指標を用いた場合，人口や距離以外のデータを用いた場合については，拡張として考えられるが本論文では言及できてはいない．

なお，モデルは静的なモデルであり，都市の時系列的な変化については対応していない．将来予測人口や移動時間距離の変化等をを別の枠組みで求め，その結果をモデルに代入することで値を求めることは間接的ではあるが可能である．また，市町村合併や施設立地については政治的，歴史的事情なども実際には影響を与えるが，本論文で提示したモデルには含まれていない．この点はモデルの限界である．

本論文で示した内容は，施設配置計画を考える際の一側面からの分析にすぎないもので

ある．しかし，このような分析による結果は単純化したために，合併の意義や利点あるいは問題点を数値的に明確に示しており，検討する上での一助となるとともに，広域化による変化を明示的に示すものである．

10.1　本論文で得られた結論

各章において得られた結論を以下にまとめる．

第 2 章

第 2 章では，施設までの距離による平等性指標を特徴づけた．経済学的な規範や，施設配置問題の立場から平等性指標として必要とされる条件を挙げ，各指標が満たしているかどうかをまとめた．そして，人口が線分上に一様に分布すると仮定したときに施設立地点を変化させそれぞれの指標の値を求めることによって，それぞれの指標の特徴を示した．

その結果，一般的に平等性指標としてよく用いられる変動係数やジニ係数といった平均で割ることにより標準化した指標は，線分都市で人口一様分布を仮定すると，施設が中心と端点にある場合で等しい値をとる可能性を示し，平等性指標としての問題点を指摘した．

第 3 章

第 3 章では，施設までのアクセス距離を用いて，効率性指標を平均距離，平等性指標を平均格差として施設立地について議論を行った．

まず，人口一様分布の仮定のもとで，円・正六角形・正方形・正三角形という単純な図形領域において，領域の中心と端点との平等性の差異を求めた．これらの値は現実の値を解釈する上で参考となる．

次に，平等性と効率性の 2 目的最適配置問題を整数計画問題として定式化した．このことは，既存の p-median 問題の一般化であるとともに，一般的な数理計画問題を解くソフトウエアで解けることを意味している．

計算例として，つくば市内の公共施設の分布について町丁目の人口と面積を用いて平均格差を求めた．ランダム配置での平均格差との比較により施設分布の空間的平等性を示すことができた．施設の分布が人口に応じて平等か，面積に応じて平等かを示すことができた．また，つくば市と茎崎町の合併後の新市庁舎の配置に関する評価を行った．その結果，既存の 6 施設に加え，新庁舎を建設すると効率性は高まるが，平等性が高くならない場合があることを示した．また，1 施設あるいは 2 施設に集約した場合に格差がどの程度拡大するかを数値的に示した．

第 4 章

第 4 章では，第 3 章の拡張として，平等性を含めた最適配置問題について，連続平面上の凸包内で需要点が離散的にあり，立地候補点が凸包内すべての点といった場合を対象とした．はじめに平等性のみの最適化を考えたときの最適立地点の導出方法について示した．そして，平等性と効率性，平等性と迷惑性という 2 目的の最適配置問題について，ボロノイ図を用いた多項式時間で解けるアルゴリズムを提示した．これらの方法は結果が図によって示されるという点からも実用上利便性が高いと考えられる．

計算例として，つくば市の新庁舎立地とごみ処理場の立地を例に最適解を導出するとともに，既存の市役所・ごみ処理場の位置で求めた指標との比較を行った．

第 5 章

第 5 章では，区域単位に集計された施設数データから，ジニ係数を用いることの問題点と問題点を解決する 1 つの方法を提案した．

区域単位に集計された施設数のデータによるジニ係数は集計単位や総施設数に大きく影響を受けるため，異なる地域でのジニ係数の単純な比較はできないことを示した．

そこで，異なる地域間での共通のものとして，施設をランダムに配置したときのジニ係数の期待値から，施設数と区分数とジニ係数の関係を示した．また，基準値を算出する際には多項分布の計算が必要となり，地域数や施設数が多いと計算が困難であることから二項分布での近似とシミュレーションによる方法とを比較した，その結果，施設数や地域数が小さい場合は多項分布とシミュレーションは計算結果が一致することが示され，また，施設数や地域数が大きい場合は二項分布での近似がシミュレーションによる方法とほぼ合うことが示された．

さらに，平等の程度を示すためにランダムに施設を配置した際のジニ係数の分布を基準分布とし，実際の施設分布によるジニ係数が基準分布の何パーセント点に相当するかによって施設分布の平等性について議論した．

計算例として，ランダム配置による基準分布を用いて都道府県ごとの公共図書館と茨城県内の公共施設の分布データから，地域間の平等性を比較した．

第 6 章

第 6 章では，巡回サービス施設を想定し，利用者の利便性を高めるという視点から，様々な行動属性を持つ利用者と時間を考慮した施設配置について議論した．利用者の施設までの移動距離と待ち時間を合わせたコストと，ある行動形態を考えた際にサービスを受けら

れるかという利用可能率の 2 点を考慮し，それらを基準としてどのような配置方法がふさわしいかを考えた．配置方法として，時間的にも空間的にも等間隔で行われる格子状配置と，まったく時間的にも空間的にもばらばらであるランダム配置と，規則性があり時間的にも空間的にも分散している (t,m,s)-net 配置の 3 つのパターンについて数値的に比較した．

この結果から，行動の異なる利用者に対してはサービスポイントを (t,m,s)-net 配置という時間的にも空間的にも分散させる政策により，利便性の高いサービスを提供できる配置となることを明らかにした．

計算例として，神戸市の移動図書館サービスに配置について考察したが，(t,m,s)-net 配置の利便性が高いことが示された．

第 7 章

第 7 章では，大規模な面整備に関係する自治体数が市町村合併によりどの程度減少すれば市町村間の調整が少なくなり効率化できるかと考え，単純な仮定のもとで合併の進行と調整の減少との関係について解析的に導出した．

各自治体の領域が正方形や正六角形で，整備範囲は円という単純な仮定において，領域が大きくなると整備範囲に含まれる領域数がどの程度減少するかについて解析的に導出を行った．この結果は，大局的にみて市町村合併により市町村数が減少し，1 市町村の面積が大きくなったとき，どの程度面整備に関連する市町村数が減少し市町村間の調整が減少するかを明らかにしている．

計算例として，関東北部 4 県について，鉄道駅から半径 1km の円を想定しどの程度市町村数が減少するかを比較したところ，モデルの期待値とよく合うことが示された．そして，全国の市町村数についても算出し，政府目標によりどの程度関係市町村数が減少するかを数値的に示した．

第 8 章

第 8 章では，市町村合併において新庁舎の位置となる優位性について議論を行った．そのために，施設配置問題における総移動距離が最小となる Weber 点に着目した．

まず，人口一様分布と仮定した円領域に対して，地理的位置と Weber 点となるための人口の一般的な関係を示した．合併前の人口が合併後の人口の半分以上であれば，地理的位置に関係なく Weber 点となることを証明した．

全国の市町村合併状況のデータをまとめることにより，新庁舎の決定位置は Weber 点となることがほとんどであることがわかった．そして，合併協議に参加している市町村役

場位置が Weber 点となるための人口条件を求め，実際の人口と比較することにより，市町村合併協議において人口が多いため Weber 点となる人口優位性と地理的に中心に近いため Weber 点となる地理的優位性を図示することができた．これにより，合併前の人口最多市町村や Weber 点などと新庁舎決定位置との関係を示すことができた．

また，合併前の人口最多市町村と Weber 点との関係の分類と新庁舎の決定率の比較により，人口が多い市町村と Weber 点が一致すれば新庁舎の決定率が高いことがわかった．

第 9 章

第 9 章では，広域化が進行すれば平等性が悪化すると考え，広域化と平等性とのトレードオフについて考察した．施設建設費用と施設までのアクセス距離に着目して考えた．はじめに，施設費用と効率性および平等性による施設配置モデルを構築することで，1 施設あたりの費用が増加するにつれ施設数が減少し，効率性も平等性も低下することが明確に示された．

次に，効率優先で施設立地をした場合と，平等優先での場合とを比較することを考えた．そのために，施設建設費と移動距離の和を最小化する施設配置問題の最適解を効率優先の最適解とみなし，施設建設費と距離差の和を最小化する問題の最適解を平等優先の最適解とみなし定式化を行った．そして，どちらを優先したかによって平等性がどの程度異なるかについて考察を行った．その結果，効率性指標である平均距離の値の差は平等性指標である平均格差の差より大きくなることがわかった．

また，総施設費用と平等性指標の和を最小化する配置を求める数理計画問題が整数計画問題として定式化できることを示した．これにより，一般的な数理計画問題を解くソフトウエアによって解くことができるため，一般に容易に利用できる．

10.2 今後の課題

第 I 部では，施設配置の平等性指標の議論と施設までの距離や空間単位の施設数から平等性を評価することについて考察した．第 2 章では平等性指標について議論し，平均格差指標がふさわしいとしたが，様々な公理を提示しそれを満たす指標を導出し検討することも重要である．一方，その結果複雑な指標となり指標の意義がにわかに理解できなくなってしまうおそれもある．わかりやすい指標を利用すべきか，複雑だが公理にかなっている指標を利用すべきか，このような点も今後さらに検討すべきである．第 3 章では効率性と平等性の 2 目的施設配置問題について考察した．ここでは第 2 章の議論から平均格差指標を用いたが，他にもさまざまな指標があり，それらについても詳しくみる必要があり，今

後，第 2 章の内容とも関連してさらに議論すべきだろう．また，第 4 章において 2 乗距離を用いたが，直線距離を用いた場合や直交距離などの解法についても検討すべきだろう．第 5 章での議論については地域間の平等性に関して，ジニ係数の期待値として考えたが，この計算は数値計算やシミュレーションによるものであった．特徴をより詳しく考察するためには解析的に導出することが望まれる．

第 I 部全体としては，平等性指標についてのより深い議論と，施設配置問題と平等性指標の関係についてより詳しく調べることが重要である．さらに，より実用性を求めるには，直線距離ではなく道路距離，時間距離を用いた計算を行う必要があると考える．

第 II 部では，広域化における変化を定量的に示すことを目的とした．第 6 章での議論については，1 次元空間＋時間で考察を行ったが，2 次元平面＋時間への拡張を目指す必要がある．また，(t,m,s)-net を施設配置の 1 つの考察対象として取り上げたが，シミュレーションによる考察にとどまった．理論化し (t,m,s)-net の特徴をはっきりとさせていくことが重要である．第 7 章での議論では整備範囲を円としたが，結果は領域形状によって異なる場合も考えられる．整備の対象として道路を想定すれば線で考えることも必要であろう．このような点を拡張する必要がある．また，実際の整備状況と比較することも必要である．第 8 章での議論については，今後も市町村合併が進むと考えられ，実際の状況を追っていく必要がある．人口のバランス，地理的要因がどのように合併に影響しているかを具体的事例をみながら考慮していくべきだろう．第 9 章での議論については，平均距離と平均格差について考察し，一般的な指標を想定したが各々の平等性指標と施設整備費用との関係についてもより詳しくみる必要がある．

第 II 部全体としては，個々の事例についてより詳しく実態を調べるとともに，その中でモデル化し分析できるものについては広域化の影響を明確化をしていく必要がある．また，仮定や想定を変えることで違った視点から考えることも重要であると考える．

また，全体として静的なモデルを用いていることから，時系列的に将来的にどのようになるかといった動的な状況を表現することはできない．また，実際の施設配置を考える際には交通事情，人口動態，産業の状況などといったものも考える必要がある．このような点はモデルとして組み込むことにより，単純な仮定での明確さを失ってしまう可能性があるが，実際の計画を考える際には必要である．このバランスをどのように考えていくかも今後の課題である．いずれも今後検討したい．

参考文献

[1] Aaberge ,R. (2001): Characterization of Lorenz Curves and Income Distributions, Social Choice and Welfare, 17, pp.639-653.

[2] 阿比留純一，桂英昭 (2003): 地域施設に関する研究 -市町村合併における考察-, 日本建築学会 2003 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.259-260.

[3] 秋山亮，位寄和久，本間里見，福松明彦 (2004): 宇土市・富合町の合併を事例とした新市まちづくり施策に関する研究-その 1-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, F-1, pp.683-684.

[4] Allison, P.D.(1978): Measure of Inequality, *American Sociological Review*, 43, pp.860-880.

[5] Alonso, W.(1964): Location Theory, *Regional Development and Planning : A Reader*(Friedmann, J. and Alonso, W Eds.), Cambridge University Press, Cambridge.

[6] 荒井良雄, 川口太郎, 岡本耕平, 神谷浩夫, 広松悟編訳 (1989a): 生活の空間 都市の時間, 古今書院.

[7] 荒井良雄, 川口太郎, 岡本耕平, 神谷浩夫 (1989b): 活動パス概念にもとづく主婦の外出活動の分析, 日本都市計画学会学術研究発表会論文集, 24, pp.373-378.

[8] 荒井良雄, 川口太郎 (1992): 休日の外出活動に対する家族のライフステージの影響, 日本都市計画学会学術研究発表会論文集, 27, pp.157-162.

[9] 荒井良雄, 岡本耕平, 神谷浩夫, 川口太郎 (1996): 都市の空間と時間 - 生活活動の時間地理学, 古今書院.

[10] Arrow, J.K.(1963) : *Social Choice and Indivisual Values*, 2nd. ed., Yale University Press. （長名寛明訳 (1977) : 社会的選択と個人的評価, 日本経済新聞社.）

参考文献

[11] 浅嶋佳代子，桂英昭，阿比留純一 (2004): 市町村合併に関わる施設計画の研究 -熊本県あさぎり町庁舎を事例として-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.237-238.

[12] Atkinson, A.B.(1970) : On the measurement of inequality, *Journal of Economic Theory*, 2, pp.244-263.

[13] Beckmann, M.J. (1999): *Lectures on Location Theory*, Springer, New York.

[14] Berman, O. (1990): Mean-Variance Location Problems, *Transportation Science*, 24, pp.287-293.

[15] Berman, O. and Kaplan, E.H. (1990): Equity Maximizing Facility Location Schemes, *Transportation Science*, 24, pp.137-144.

[16] 中国新聞自治企画取材班 (2003): 自治鳴動-平成大合併の現場から, ぎょうせい.

[17] Clark,P.J. and Evans, F.C. (1954): Distance to Nearest Neighbor as A Measure of Spatial Relationships in Populations, *Ecology*, 35, pp.445-453.

[18] Dalton, H.(1920) : The measurement of the inequality of incomes, *The Economic Review*, 30, pp.348-361.

[19] Daskin, M.S. (1995): *Network and Discrete Location*, Wiley, New York.

[20] 出口智樹，山本明 (2002): 市町村合併の諸類型-ウィーバー法を用いた埼玉県での事例研究-, 日本建築学会 2002 年度大会学術講演梗概集, F-1, pp.69-70.

[21] Eiselt, H.A. and Laporte, G.(1995): *Facility Location.* (Drezner,Z Ed.), pp,169-179. Springer-Verlag, New York.

[22] Erkut, E.(1993): Inequality Measures for Location Problems, *Location Science*, 1, pp.199-217.

[23] 福松明彦，位寄和久，本間里見，秋山亮 (2004): 宇土市・富合町の合併を事例とした新市まちづくり施策に関する研究-その 2-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, F-1, pp.685-686.

[24] 伏見正則 (1994):確率的方法とシミュレーション (岩波講座 応用数学 [方法 10]). 岩波書店.

[25] Gini, C.(1912) : *Variabilita e mutabilita*, Bologna.

[26] 群馬県 (2001):群馬県市町村合併推進要綱.

[27] Hägerstrand, T. (1970):What about people in regional science? *Regional Science Association, Papers and Proceedings,* 24,pp.7-21.

[28] 東日本電信電話株式会社 (2000): タウンページ茨城県南部版.

[29] Hotelling, H.(1929): Stability in Competition, *Economics Journal* 39,pp.41-57.

[30] 茨城県 (2000):茨城県市町村合併推進要綱.

[31] 伊藤菜佳子, 山本明 (2004): 市町村合併と公共施設整備 -合併前後における公共施設の変化-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, F-1, pp.141-142.

[32] 片岡裕介，及川清昭，浅見泰司 (2004): 迷惑施設の立地適性に関する数理的考察, 日本都市計画学会学術研究論文集, 39-3, pp.829-834.

[33] 片柳勉 (2002): 市町村合併と都市地域構造, 古今書院.

[34] 小林潔司 (1991): 公共システム整備のための評価指標-研究系譜と今後の課題, 土木学会論文集, 425, IV-14, pp.67-76.

[35] 国土地理院 (2000): 数値地図 25000（全国地名・公共施設）(CD-ROM 版).

[36] 国際地学協会 (2003): これでわかった平成の市町村大合併, 国際地学協会.

[37] 国際地学協会 (2004): これでわかった平成の市町村大合併 2004 年版, 国際地学協会.

[38] Kolm, S.C.(1976) : Unequal inequalities, *Journal of Economic Theory*, 12(3), pp.416-442; 13(1) pp.82-111.

[39] 小西砂千夫 (2000): 市町村合併のススメ，ぎょうせい.

[40] 小西砂千夫 (2003): 市町村合併の決断，ぎょうせい.

[41] 今野浩，鈴木久敏編 (1982): 整数計画法と組合せ最適化，日科技連.

[42] 腰塚武志，大澤義明 (1983): 距離分布による施設配置の分析, 第 18 回日本都市計画学会学術研究発表会論文集, pp.25-30.

[43] 腰塚武志 (1986): 都市平面における距離の分布, 都市計画数理, pp.1-55, 朝倉書店.

参考文献

[44] Krugman, P. (1991): *Geography and Trade*, MIT Press.

[45] 久保久弥 (1997): 森林動態の格子モデル，数理生態学，pp.17-131, 共立出版.

[46] 栗田治 (1999): 都市施設の適切な数に関する数理モデル-政令指定都市の区数に関する分析例-，日本建築学会計画系論文集，No.524, pp.169-176.

[47] Love,R. F. et. al.(1988): *Facilities location : models & methods*, North-Holland, NewYork.

[48] Mandell,M.B. (1991): Modelling Effectiveness-equity Trade-offs in Public Service Delivery Systems, *Management Science*, 37, pp.467-482.

[49] Marsh,M.T. and Schilling,D.A. (1994): Equity measurement in facility location analysis: A review and framework, *European Journal of Operational Research*, 74, pp.1-17.

[50] 間瀬茂，武田純 (2001): 空間データモデリング，共立出版.

[51] Mathai, A.M. (1999): *An Introduction to Geometrical Probability*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam.

[52] McAllister, D.M. (1976): Equity and Efficiency in Public Facility Location, *Geographical Analysis*, 8, pp.45-63.

[53] 三橋良士明編 (2000): ちょっと待て市町村合併，自治体研究社.

[54] 三輪真之 (2004): 新市のまちづくりと市民憲章の制定過程に関する研究 -東京都西東京市の事例について, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.575-576.

[55] Morrill, R.L. and Symons, J.(1977): Efficiency and Equity Aspect of Optimum Location, *Geographical Analysis*, 9, pp.215-225.

[56] Mulligan, G.F.(1991): Equality Measures and Facility Location, *Papers in Regional Science*, 70, pp.345-365.

[57] 中井孝幸, 今井正次 (1996):地方都市における図書館の利用圏域の二重構造, 日本建築学会計画系論文集,482,pp.75-84.

[58] 中井孝幸, 今井正次 (1998):地方都市における施設サービス水準と図書館の利用圏域構造, 日本建築学会計画系論文集,508,pp.75-82.

[59] 中村恭三, 栗原嘉一郎 (1998):地域図書館網の計画, 日本建築学会計画系論文集,506,pp.53-60.

[60] 並木秀和, 大村謙二郎 (2000):市町村合併後の自治体における都市整備方針の変遷に関する研究, 第 35 回日本都市計画学会学術研究発表会論文集, pp.109-114.

[61] 猶木克一，脇田正恵，徳田光弘，友清貴和 (2004): 鹿児島県における市町村合併のの問題点 -生活圏域と市町村合併の整合性から見た圏域設定手法に関する研究-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.235-236.

[62] 根本俊男，堀田敬介 (2003): 区割確定問題のモデル化と最適区割の導出，オペレーションズ・リサーチ, 48, 4, pp.300-306.

[63] 日本図書館協会 (1999): 日本の図書館 統計と名簿 1999 年版 (FD 版).

[64] 小原隆治 (2003): これでいいのか平成の大合併, コモンズ.

[65] Ogryczak,W. (1997): On the lexicographic minimax approach to location problems, *European Journal of Operational Research*, 100, pp.566-585.

[66] 大澤義明 (1996):地域施設計画モデルにおける計画施設数と最適配置及び最適距離との関係, 日本建築学会計画系論文集,482,pp.165-174.

[67] 大澤義明 (2000): OR 学会会員の勤務地の分析, オペレーションズ・リサーチ, 45, 9, pp.423-427.

[68] Ohsawa, Y. (2001): A geometrical solution for quadratic bicriteria location models. *European Journal of Operational Research*, 114, pp.380-388.

[69] Ohsawa, Y. (2002):Bicriteria Euclidean location associated with maximin and minimax criteria. *Naval Research Logistics*, 47(7), pp.581-592.

[70] Ohsawa, Y. and Tamura, K.(2003): Efficient Location for a Semi-Obnoxious Facility. *Annals of Operations Research*, 123, pp.173-188.

[71] 岡部篤行, 鈴木敦夫 (1992): 最適配置の数理, 朝倉書店.

[72] 大佛俊泰, 山口浩範 (1999):公共図書館までの移動コストと地理的特性の関係, 日本建築学会計画系論文集,521,pp.133-139.

[73] 大氏正嗣，柏原士郎，吉村英祐，横田隆司，飯田匡 (2004): 東大阪市における合併後の行政施設配置について -市町村合併に伴う公共施設整備に関する研究その 1-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.229-230.

[74] 尾崎尚也，西村正志，大澤義明 (2003): 面整備に関係する市町村数と市町村合併の効果, 都市計画論文集, 38, pp.445-450.

[75] 尾崎尚也，大澤義明 (2000): 利用者の多様性を考慮した時空間移動図書館配置, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2000 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.76-77.

[76] 尾崎尚也，大澤義明 (2001): 利用者行動属性の多様性を考慮した時空間施設配置モデル, 都市計画論文集, 36, pp.853-858.

[77] 尾崎尚也，大澤義明 (2002): 平等性・効率性からみた市役所・市民窓口配置の評価 , 日本建築学会 2002 年度 大会学術講演梗概集, F-1, pp.641-642.

[78] 尾崎尚也，大澤義明 (2003a): 移動距離の平等性及び効率性からみた公共施設配置の評価, 日本建築学会計画系論文集, 563, pp.131-138.

[79] 尾崎尚也，大澤義明 (2003b): 都市規模とアクセシビリティのトレードオフに着目した市町村合併, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2003 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.84-85.

[80] 尾崎尚也，大澤義明 (2004): 人口優位性と地理的優位性からみた市町村合併後の本庁舎の位置, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2004 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.86-87.

[81] 尾崎尚也，大澤義明，歳森敦 (2001): 公共図書館の空間的不平等性と利用可能圏の把握, 日本建築学会 地域施設計画研究, 19, pp.107-112.

[82] Pigou, A. C.(1912) : *Wealth and Welfare*, Macmillan, London.

[83] Ripley, B. D.(1981) : *Spatial Statistics*, John Wiley & sons, New York.

[84] 埼玉県 (2001):埼玉県市町村合併推進要綱.

[85] Schutz, R.R.(1951) : On the measurement of income inequality, *American Economic Review*, 41, pp.107-122.

[86] Sen, A. (1973): *On Economic Inequality*, Claredon Press, Oxford.

[87] 瀬田史彦 (2002): 国土政策の転換期における地域格差概念の再定義, 日本都市計画学会学術研究発表会論文集, 37, pp.829-834.

[88] Shorrocks, A.F.(1984) : Inequality Decomposition by Population Subgroups, *Econometrica*, 52, 6, pp.1369-1385.

[89] 総務庁統計局 (1995): 平成 7 年国勢調査報告書.

[90] 総務省市町村合併 WebSite: http://www.soumu.go.jp/gapei/

[91] 末次亜希子，中山徹 (2003): 都市計画分野における市町村合併の影響 -総合計画の比較より-, 日本建築学会 2003 年度大会学術講演梗概集, F-1, pp.567-568.

[92] 鈴木勉 (1999): 移動損失基準による地域施設密度と人口密度の理論的関係に関する研究，日本建築学会計画系論文集，No.521, pp.183-187.

[93] 高島茂樹 (2002): 市町村合併のそこが知りたかった，ぎょうせい.

[94] 武田晋, 伊理正夫 (1984): 地理的最適化手法を用いた動的施設配置. 日本オペレーションズ・リサーチ学会 1984 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.167-168.

[95] 武田祐子 (1999): 時空間プリズムを考慮した中継施設の立地・配分モデル, 地理学評論, 72A-11, pp.721-745.

[96] 谷口慶治編 (1996): 画像処理工学-基礎編-, 共立出版.

[97] 勅使川原将吾 (2001): 余暇施設の利用実態とその特性-施設利用の段階的発展, 筑波大学大学院環境科学研究科修士論文.

[98] 手塚集 (1995):点列の discrepancy について．離散構造とアルゴリズム IV．室田一雄編，pp.99-130，近代科学社.

[99] Theil, H.(1967) : *Economic and Information Theory*, McNally, Chicago.

[100] 栃木県 (2001):栃木県市町村合併推進要綱.

[101] Truelove, M. (1993): Measurement of Spatial Equity, *Government and Policy*, 11, pp.19-34.

[102] つくば市立中央図書館編 (1998):平成 10 年度つくば市の図書館概要.

[103] つくば市企画部企画調整課 (1999): 統計つくば.

参考文献

[104] つくば市教育委員会 (2000): つくばの教育.

[105] つくば市企画部企画課 (2001): つくば市総合計画.

[106] 和氣隼人 (2003): 市町村合併とまちづくり-ひたちなか市，東広島市を例として-, 日本建築学会 2003 年度大会学術講演梗概集, F-1, pp.569-570.

[107] 脇田正恵，猶木克一，徳田光弘，友清貴和 (2004): 鹿児島県における市町村合併の現状 -生活圏域と市町村合併の整合性から見た圏域設定手法に関する研究-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.233-234.

[108] 八木澤壮一，武田至，窪田淳二，鈴木直寛，水谷隆行 (2004): 市町村合併に伴う火葬場の運用についての対応, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.421-422.

[109] 大和毅彦 (2003): 議員定数配分方式について，オペレーションズ・リサーチ, 48, 1, pp.23-29.

[110] Yntema, D.B.(1933) : Measure of the inequality in the personal distribution of wealth or income, *American Statistical Association*, 28, pp.423-433.

[111] 横道清孝 (1995a): 広域市町村圏からみた市町村合併 (1), 自治研究, 71, 11,pp.83-98.

[112] 横道清孝 (1995b): 広域市町村圏からみた市町村合併 (2), 自治研究, 71, 12,pp.92-103.

[113] 横道清孝，沖野浩之 (1996): 財政的効率性からみた市町村合併, 自治研究, 72, 11, pp. 69-87.

[114] 横田隆司，柏原士郎 (1998): 人口原単位からみた英国における地域施設の発生量について, 日本建築学会 1998 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.7-8.

[115] 横田隆司，柏原士郎，吉村英祐，飯田匡，大氏正嗣 (2004): 東大阪市における合併後の庁舎建築の変遷 -市町村合併に伴う公共施設整備に関する研究その 2-, 日本建築学会 2004 年度大会学術講演梗概集, E-1, pp.231-232.

[116] 吉村弘 (1995): 最適都市規模と市町村合併, 東洋経済新報社.

論文リスト

尾崎尚也，大澤義明 (2000): 利用者の多様性を考慮した時空間移動図書館配置, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2000 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.76-77.

尾崎尚也，大澤義明，歳森敦 (2001): 公共図書館の空間的不平等性と利用可能圏の把握, 日本建築学会 地域施設計画研究, 19, pp.107-112.

尾崎尚也，大澤義明 (2001): 利用者行動属性の多様性を考慮した時空間施設配置モデル, 都市計画論文集, 36, pp.853-858.

尾崎尚也，大澤義明 (2002): 平等性・効率性からみた市役所・市民窓口配置の評価 , 日本建築学会 2002 年度 大会学術講演梗概集, F-1, pp.641-642.

尾崎尚也，大澤義明 (2003): 移動距離の平等性及び効率性からみた公共施設配置の評価, 日本建築学会計画系論文集, 563, pp.131-138.

尾崎尚也，大澤義明 (2003): 都市規模とアクセシビリティのトレードオフに着目した市町村合併, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2003 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.84-85.

尾崎尚也，西村正志，大澤義明 (2003): 面整備に関係する市町村数と市町村合併の効果, 都市計画論文集, 38, pp.445-450.

尾崎尚也，大澤義明 (2004): 人口優位性と地理的優位性からみた市町村合併後の本庁舎の位置, 日本オペレーションズ・リサーチ学会 2004 年秋季研究発表会アブストラクト集, pp.86-87.

謝辞

このように論文をまとめることができたのは様々な形で御指導，御支援，励ましをいただいた多くの方々のおかげです．

特に大澤義明先生には，卒業研究から 6 年間御指導いただき，研究の厳しさと専門分野のみならず関連分野の幅広い知識の大事さを教えていただきました．また，研究で足踏みしがちな私を叱咤激励し背中をいつも押していただきました．

腰塚武志先生には要職に就かれお忙しい中でもゼミや授業を行うなど，研究に対する情熱と研究者たる心構えを教えていただきました．

筑波大学の鈴木勉先生には折にふれ助言をいただくとともに，学生を率先して勉強会を行うなど研究に取り組む真摯な姿勢を感じました．

南山大学の伏見正則先生，中央大学の田口東先生，南山大学の鈴木敦夫先生，慶應義塾大学の栗田治先生，明海大学の三浦英俊先生には学会や研究会などで多くの貴重なコメントをいただきました．

政策研究大学院大学の諸星穂積先生には (t,m,s)-net についての参考文献を教えていただき，筑波大学の歳森敦先生には図書館のデータに関する助言をいただました．つくば市図書館司書の川田美紀さんには図書館業務の実際について教えていただきました．

大学時代の都市計画専攻の友人，研究室に在籍している間一緒に日々を過ごした先輩・友人・後輩とは学生時代ならではの貴重な時間を共有することができました．特に，研究室の先輩である大津晶さん（小樽商科大学），田村一軌さん（鉄道総合技術研究所），中川享規さん（電通），研究科の先輩である渡部大輔さんには常日頃から研究に対する助言をいただきました．同期であり同じ研究室の宮川雅至君，小林隆史君とは特に濃い時間を過ごしました．慶應義塾大学，中央大学，南山大学等の都市の OR セミナーの学生参加者との交流は刺激を受けました．その他，在学中に多くの方々の励ましをいただきました．心から感謝いたします．

最後に 9 年間，学業を支えてくれた両親と兄に感謝したいと思います．本当にありがとうございました．

平成 17 年 3 月