

中高6カ年における数学的能力等の発達変容分析
(5年計画の4年次)

筑波大学附属駒場中・高等学校 数学科

更科 元子・井上 正允・熊倉 啓之
駒野 誠・鈴木 清夫・深瀬 幹雄
牧下 英世

中高6カ年における数学的能力等の発達変容分析

(5年計画の4年次)

筑波大学附属駒場中・高等学校 数学科

更科 元子・井上 正允・熊倉 啓之

駒野 誠・鈴木 清夫・深瀬 幹雄・牧下 英世

本校の「中・高一貫校におけるカリキュラム構成に関する基礎的研究」では、1995年度中学入学者を対象とし6年間の生徒の変化を追跡し、様々な視点から発達の変容を明らかにしようとしている。数学科では、この研究テーマのもとで、中・高の6年間を通して、『問題解決する上での数学的思考・方法等の広がりと深化』『数学観の変容』に関する調査により生徒の発達・変容を分析することとし、作文調査・意識調査・解答調査を継続して行った。今年度はそのうちの最後の調査である意識調査と解答調査を行い、分析した。

キーワード 中高一貫カリキュラム、数学的思考・方法、数学観

1. はじめに

2002年度から実施される新しい学習指導要領に向けて、本校では、移行措置も考慮しつつ、完全5日制のカリキュラム編成を検討中である。新教育課程には「総合的な学習の時間」、「情報科」が新たに加わり、数学科の単位数は現在より増加することではなく、指導要領改訂のたびに「数学科」の必修時間数は減少の一途である。大学生の「数学の学力」の低下が叫ばれ、日本は科学技術によってこれまで国力を支えてきたが、そのよりどころが危うくなっている。「数学を知らなくたって社会で生きていける」というような発言が堂々と一人歩きしている。教育はロングスパン・グローバルな視点で考えることが肝要であるが、残念ながらそのような視点からの発言は少ない。教育の多様化・個性化・自由化が叫ばれ、学力差はますます拡大していきそうである。経済・社会正義などについての価値の多様化とともに、子供の生育環境は悪化傾向にある。我々教師に課せられた課題はあまりにも大きい。

青年期前期・後期の子どもたちを育成するためには、その発達・成長を意識しながら連続的な教育内容を考える視点が大切である。本校は、受験にわずらわされずに試行錯誤を重ねながら「自分探し、自分づくり」をする時間・空間を生徒に提供する学校でありたいと考える。そこで、学校のカリキュラムを学校で経験するすべてのものと定義し、教科だけでなく、諸活動をも含めた「中高一貫のカリキュラム編成に関する基礎的研究」を立ち上げた。本校1995年度入学の49期生を対象に6年間にわたる追跡調査を行っている。心身共に成長著しい中高6年間の変化にいかなる要因が働いているのか、またカリキュラムがいかに作用しているのかを調査・研究することで、成長期の生徒にとっての学校の果たす機能を、表のカリキュラムである教科、影のカリキュラムである学校行事や学年や学級の活動・部活動・生徒会活動など多方面から検証している。これにより今後のカリキュラム改革への指針を得ることを目的としている。数学科もこれに連動させながら、本研究をスタートした。

2. 研究の目的

数学科では、中高の6年間を通して、数学に関連して生徒がどのように発達・変容するかについての追跡調査を行う。具体的には、次の2点に関する調査を行い、生徒の発達・変容を分析する。

ア. 問題解決する上での数学的思考・方法等の広がりと深化

イ. 数学観の変容

上記の調査結果を考察し、今後のカリキュラム編成に向けての指針を得ることを目的とする。

3. 研究の方法とこれまでの経過

次の3つの調査を6年間を通して実施し、その結果を分析する。

① 作文調査（中1・中3・高2で実施）

数学観の変容を分析することをねらいとする。「算数・数学と私」という題で、生徒個々がもっている数学に対するイメージ、数学への興味や関心、数学を学んで感じたこと、数学と日常生活との関わり、今までに読んだ数学の本で印象に残っているものなどについて、各自それぞれの数学観を自由に書かせる。

② 意識調査（中1・高1・高3で実施）

数学観の変容を分析することをねらいとする。数学の好き嫌い、数学を学習する意味、数学がどのような点で役に立つと思うか、数学に対するイメージなどについてアンケート形式により調査する。

③ 解答調査（A・B問題は中2・高1、C・D問題は中3・高2で実施）

問題解決する上での数学的思考・方法等の広がりや深化を分析することをねらいとする。図形、個数の処理、数、論理に関する4つの調査問題A,B,C,Dを、それぞれ中学次と高校次で解答させ、その問題の解き方や指定された題材をもとにした作問能力の変化を調査する。

本研究は、1995年度より実施しているが、これまでの調査内容は、以下の通りである。

結果・考察については、『筑波大学附属駒場中・高等学校研究報告』第36集～第39集に報告した。

調査②（中1実施）に関する分析	（第36集）
調査③A・B（中2実施）に関する分析	（第36集）
調査①（中1・中3実施）に関する分析	（第37集）
調査③C・D（中3実施）に関する分析	（第37集）
調査②（中1・高1実施）に関する分析 および他校との比較分	（第38集）
調査①（中1・中3・高2実施）に関する分析	（第39集）
調査③A・B（中2・高1実施）に関する分析	（第39集）

4. 今年度の研究概要

今年度は、次の調査を実施し、分析を行った。

(1) 調査②（中1・高1・高3実施）に関する分析

(2) 調査③C・D（中3・高2実施）に関する分析

(1)では、他校にも調査をお願いし、比較研究も試みた。

以下、それぞれの調査結果と分析について、詳細に報告する。

5. 意識調査について

*今回報告する意識調査の人数および調査実施年月は以下のとおりである。

本校中1次	(123人)	平成8年1月実施
本校高1次	(160人)	平成10年6月実施
本校高3次	(158人)	平成12年4月実施
公立高等学校A校（男子）高3次	(110人)	平成12年4月実施
国立高等学校B校（女子）高3次	(106人)	平成12年6月実施
公立高等学校C校高3次	(51人)	平成12年6月実施
公立高等学校D校高3次	(51人)	平成12年6月実施
（公立高等学校E校高3次	(16人)	平成12年6月実施）

*高3次の調査は、数学選択者を対象に行った。

*なお、報告の中の数値はすべてパーセント（%）である。

*E校については調査人数が少ないため、参考資料として掲載した。

(意識調査設問コピー)

数学に関する意識調査

この調査は、中学・高校の数学カリキュラム作成のための基礎調査です。調査結果をカリキュラム作成に生かせるように協力をお願いします。

筑波大学附属駒場中・高等学校 数学科

【1】あなたは、現在どのような進路を考えていますか。

1. 理科系
2. 文科系
3. 未定

【2】現在学んでいる数学は好きですか？

1. 大好きである
2. どちらかといえば好きである
3. 普通である
4. どちらかといえば嫌いである
5. 大嫌いである

【3】中・高を通して現在まで学習した数学について、次のうち一番あてはまると思われるものはどれですか？

1. 最初から現在まで、ずっと好きな方である。
2. 最初から現在まで、ずっと嫌いな方である。
3. 最初から現在まで、ずっと好きでも嫌いでもない。
4. 最初は好きな方だったが、途中で、嫌いな方に変わってきた。
5. 最初は好きな方だったが、途中で、好きでも嫌いでもなくなってきた。
6. 最初は嫌いな方だったが、途中で、好きな方に変わってきた。
7. 最初は嫌いな方だったが、途中で、好きでも嫌いでもなくなってきた。
8. 最初は好きでも嫌いでもなかったが、途中で、好きな方に変わってきた。
9. 最初は好きでも嫌いでもなかったが、途中で、嫌いな方に変わってきた。
10. その他

【3-1】 <【3】で、4. 5. 9. 10. を選択した人へ> 途中で、(嫌いな方、あるいは好きでない方へ) 変わってきた時期はいつ頃ですか？

また、そのきっかけとなった内容は何ですか？

時期 [中 ・ 高] () 年

内容 ()

【3-2】 <【3】で、6. 7. 8. 10. を選択した人へ> 途中で、(好きな方、あるいは嫌いでない方へ) 変わってきた時期はいつ頃ですか？

また、そのきっかけとなった内容は何ですか？

時期 [中 ・ 高] () 年

内容 ()

【4】次の数学の分野で好きなものは何ですか？(複数回答可)

- | | |
|--------------------|-------------|
| 1. 1次・2次等の方程式・関数など | 2. 三角比・三角関数 |
| 3. 指数・対数関数 | 4. 数列 |
| 5. 微分・積分 | 6. 初等幾何 |
| 7. 図形と方程式 | 8. ベクトル |
| 9. 複素数平面 | 10. 確率 |

【4-1】上記以外に、好きな分野がある場合は以下に書いてください。

1. 1次・2次等の方程式・関数など	2. 三角関数
3. 指数・対数関数	4. 数列
5. 微分・積分	6. 初等幾何
7. 図形と方程式	8. ベクトル
9. 複素数平面	10. 確率

1. 学習していない
2. 学習している → 塾・予備校名 ()

1. 1日 2. 2日
3. 3日 4. 4日以上(日)

1. 1時間
3. 3時間
5. 5時間
7. 7時間
9. 9時間以上 (時間)

2. 2時間
4. 4時間
6. 6時間
8. 8時間
10. 0時間

1. 1時間
3. 3時間
5. 5時間
7. 7時間
9. 9時間以上 (時間)

2. 2時間
4. 4時間
6. 6時間
8. 8時間
10. 0時間

1. 1册 2. 2册
3. 3册 4. 4册
5. 5册 6. 6册
7. 7册 8. 8册
9. 9册以上(册) 10. 0册

- 40 -

【2】現在学んでいる数学は好きですか？

1. 大好きである。
2. どちらかといえば好きである。
3. 普通である。
4. どちらかといえば嫌いである。
5. 大嫌いである。

	中1	高1	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1	22.0	13.8	7.0	9.1	6.6	5.9	5.9	0
2	47.2	40.0	47.5	31.8	26.4	43.1	37.3	32.3
3	24.4	25.6	28.5	38.2	34.9	35.3	31.4	25.0
4	4.1	13.1	14.6	13.6	20.8	13.7	23.5	43.8
5	2.4	7.5	1.3	7.3	11.3	2.0	0	0

【分析と考察】

① 数学選択者についていえば、数学が好きな方であるの生徒が多く、生徒の数学離れや数学嫌いが問題にされているが、この結果からあまり感じられない。

② 数学に対して「好き」である傾向の方が、「嫌い」である傾向より多い。

	中1	高1	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
「好き」傾向	69.2	53.8	54.5	40.9	33.0	49.0	43.2	32.3
「嫌い」傾向	6.5	20.6	15.9	20.9	32.1	15.7	23.5	43.8

(「好き」傾向：1. と2. の和, 「嫌い」傾向：4. と5. の和)

③ 数学の好き・嫌いでいえば、男子の方が女子より好きな生徒が多い。

④ 学年が進むと共に生徒の興味の対象が多様化し、数学の内容も難しくなり、数学が嫌いになるふえる傾向が一般的であると考えられるが、本校の生徒についていえば、その傾向は当てはまならないと言えそうである。

⑤ 高1 から高3にかけて、「嫌い」傾向が減ったのは、受験に必要な数学を勉強することで数学がわかってきたり、面白さが少しでも感じられたのではないかと考えられる。

【3】中・高を通して現在まで学習した数学について、次のうちから一番あてはまると思われるものはどれですか？

1. 最初から現在まで、ずっと好きな方である。
2. 最初から現在まで、ずっと嫌いな方である。
3. 最初から現在まで、ずっと好きでも嫌いでもない。
4. 最初は好きな方だったが、途中で、嫌いな方に変わってきた。
5. 最初は好きな方だったが、途中で、好きでも嫌いでもなくなった。
6. 最初は嫌いな方だったが、途中で、好きな方に変わってきた。
7. 最初は嫌いな方だったが、途中で、好きでも嫌いでもなくなった。
8. 最初は好きでも嫌いでもなかったが、途中で、好きな方に変わってきた。
9. 最初は好きでも嫌いでもなかったが、途中で、嫌いな方に変わってきた。
10. その他

	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1.	33.5	28.2	11.3	17.6	29.4	12.5
2.	6.3	3.6	9.4	2.0	2.0	2.0
3.	14.6	14.5	12.3	19.6	11.8	6.3
4.	5.1	13.6	8.5	11.8	9.8	12.5
5.	13.9	22.7	18.9	19.6	17.6	0
6.	9.5	4.5	11.3	11.8	7.8	6.3

7.	3.2	1.8	5.7	2.0	7.8	6.3
8.	5.1	4.5	11.3	9.8	5.9	12.5
9.	1.9	6.4	11.3	3.9	9.8	25.0
10.	5.7	0	0.9	2.0	2.0	0

[分析と考察]

①	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
「好き→嫌い」	5.1	13.6	8.5	11.8	9.8	12.5
「嫌い→好き」	9.5	4.5	11.3	11.8	7.8	6.3

わずかであるが、本校と＜B校＞では「嫌い→好き」が多く、＜A校＞では「好き→嫌い」が多くなっている。＜C、D校＞については、ほぼ同じである。

②	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
「好き」に変化	14.6	11.0	22.6	21.6	13.7	18.8
「嫌い」に変化	7.0	20.0	19.8	15.7	19.6	37.5

（「好き」に変化は、6. と8. の和、「嫌い」に変化は、5. と9. の和）

＜B校＞の動きが大きいことが目立つ。

③ 数学に関して、少しでも「プラス」の方向の変化と少しでも「マイナス」を比較してみる。

	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
「プラス」	17.8	10.8	28.3	22.8	21.5	25.0
「マイナス」	20.9	42.7	38.7	35.3	37.2	37.5

（「プラス」は6. と7. と8. の和、「マイナス」は4. と5. と9. の和）

「マイナス」の方向が「プラス」を上回っている。数学の積み重ね的な性質が影響しているのか。

【3】10

- ・中1：好き→高1：嫌い→高2：好き
- ・わからない
- ・好き→嫌い→好き
- ・嫌いになるときもあり、好きになるときもある。
- ・ほとんど好きでも嫌いでもないが、時として「嫌い」の側にめりこんでいる。
- ・最初嫌い→好き→嫌い→好き

【3-1】＜【3】で、4. 5. 9. 10. を選択した人へ＞（マーク不要）

途中で、（嫌いな方、あるいは好きでない方へ）変わってきた時期はいつ頃ですか？

また、そのきっかけとなった内容は何ですか？

＜高3＞

- ・中1：なんとなく（2名）
- ・中1：最初から
- ・中2：わすれた
- ・中2：幾何定理
- ・中2：じょじょに
- ・中3：軌跡の必要十分がわからなかった時
- ・中3：三角関数
- ・中3：高校の数学がつまらなかった
- ・中3：何となく計算がばからしく思えるようになった
- ・中3：全部
- ・中3：忘れた

- ・高1：高校に入ってからわからなくなったから
- ・高1：確率・数列
- ・高1：それはわからない
- ・高1：場合わけが大変
- ・高1：特になし，軌跡
- ・高1：勉強しなくなって点がわるくなった
- ・高1：（特に）（2名）
- ・高2：特にないが，苦手になってきたため
- ・高2：三角関数
- ・高2：図形と方程式
- ・高2：三角関数・複素数
- ・高1：よく覚えていない，因数分解（2名）
- ・高2：難しくなってきたから
- ・高2：学校教育が思考力を育てる内容でなく，数学の奥深さが伝わらないということを思ったとき
- ・高2：2次曲線（数学C）
- ・中2と高2

<A校>

- ・中2
- ・中3（テストの点数がとれなくなった）
- ・中2～3
- ・高1～2（わからない）
- ・高1（30名）（1年の始めでわからなくなった時嫌になり始めて，数列をやった時に決定的になってしまった）（内容というより全体的なレベルの違い）（しょっぱなからわかんなくなったのがあったから）（いつからか急に問題がすらすら解けなくなった）（公式ばかりになってしまい，頭の使い方が変わってしまったから）（毎日あったから）（最初に習ったもの）（数列4名）（ Σ の計算）（漸化式2名）（テストで点がとれないから）（数列の応用問題）（ベクトル）（特になし）（確率）（難しくなってきたから5名）（授業）（突然難しくなった）（特になし）
- ・高3（3名）（内容が難しい）（微分）
- ・高2（8名）（どこでどの公式を使うのかわからなくなった。少したつと殆どわからなくなった）（難しくなってきた）（漸化式2名）（ベクトル）

<B校>

- ・中1（4名）（空間図形）（証明）（教え方，記号化）
- ・中2（6名）（つまらないから）（相似）（空間図形2名）（おぼえていない）
- ・中3（5名）（受験の数学ができなかった）（確率）（数学の先生が嫌いだったから）（関数）
- ・高1（13名）（三角比）（2次関数）（ベクトル）（授業がつまらなくて寝ていたらわからなくなったから）（三角関数）（数列）（教生の授業でわからなくなった）（中学の数学の方が得意だったので）（授業がおもしろくなくなった。中学と勝手が違った）
- ・高2（8名）（日常では使えそうにもないことを学びはじめたとき）（ベクトル3名）（図形と方程式）（自分が数学ができないとわかった）（指数対数2名，微分積分）（数Ⅲの極方程式・軌跡・空間図形）
- ・高3（5名）（数C2次曲線）（理系数学に頭打ち。→文転）（全体的に）（微積）（極限）

<E校>

- ・中2（2名）（証明問題）
- ・中3（2名）（無理数が出てきて混乱してきた2名）
- ・高1（高校に入ってから難しくなって勉強する気がなくなってしまったから）

【3-2】＜【3】で、6. 7. 8. 10. を選択した人へ＞（マーク不要）

途中で、（好きな方、あるいは嫌いでない方へ）変わってきた時期はいつ頃ですか？

また、そのきっかけとなった内容は何かですか？

＜高3＞

- ・中3：少しわかるようになってきたから
- ・中3：具体的内容があるわけではない
- ・中3：特になし
- ・中3：受験で勉強したから慣れた
- ・高1：得になし
- ・高1：数列
- ・高1：勉強をしたら分かるようになった
- ・高1：授業の雰囲気が変わった
- ・高1：中→高の授業の違い
- ・高1：演習問題が多くなったために、以前より数学に積極的に取り組めるようになったため。

内容の変化は、あまり気にならなかった。

- ・高1：幾何
- ・高2：？
- ・高2：自分で勉強し始めて、わかるようになったから
- ・高2：深瀬先生の授業でたくさん問題を解いていたから楽しくなってきた
- ・高2：覚えていない
- ・高2：自分で学習してみた
- ・高2：微積分
- ・高2：塾を変えた（問題演習が増えた）
- ・高校：なんとなくやっているうちに
- ・高2：場合の数とか
- ・高2：なんとなく
- ・高2：大学への数学
- ・高2：解いてきずいたらハマっていた
- ・最近
- ・ベクトル
- ・受験勉強
- ・理解できないようになったとき
- ・塾の先生がとてもよかったから

＜A校＞

- ・中1（平面幾何の問題が好きになった）
- ・中3（高校受験の勉強で少しずつできるようになった）
- ・高1（4名）（漸化式）（好きな分野ができたから）（2次関数）（先生がすばらしかった）
- ・高2（3名）（文系に来て進度がゆっくりになったので理解しやすくなったから）（最初の単元）（積分で面積・体積が求められること）
- ・高3（2名）（微分）（微分積分）

＜B校＞

- ・中1（テストで99点をとってから）
- ・中2（成績があがった）
- ・中3（7名）（塾でやった数学がおもしろかったから）（数式）（学力テスト）（図形2名）（先生がよかったから）
- ・高1（12名）（ややこしいから）（個数の処理・確率・三角比）（塾でいい先生に会えて解けるよ

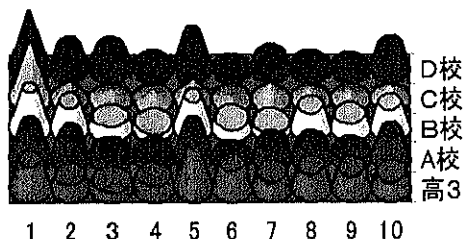
- うになって きた) (2次関数・三角関数3名) (確率2名)
- ・高2 (2名) (微積) (ベクトル2名)
 - ・高3 (3名) (内容で好きになったのではない) (塾でとった講座がよかった)

<E校>

- ・中3
- ・高1 (2名) (確率) (数Aの数列, 数Iの三角比でひっかかったから)
- ・高2 (2名) (対数) (2次関数)

【4】次の数学の分野で好きなものは何ですか? (複数回答可)

	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1 1次・2次等の方程式・関数など	27.2	34.5	38.7	58.8	56.9	18.75
2 三角比・三角関数	13.3	25.5	26.4	17.6	23.5	6.25
3 指数・対数関数	8.2	9.1	12.3	9.8	21.6	25
4 数列	12.7	7.3	7.5	7.8	5.9	0
5 微分・積分	42.4	33.6	31.1	19.6	35.3	37.5
6 初等幾何	24.1	4.5	10.4	2	0	0
7 図形と方程式	15.8	16.4	6.6	15.7	13.7	12.5
8 ベクトル	21.5	16.4	22.6	11.8	3.9	0
9 複素数平面	20.9	7.3	14.2	7.8	2	6.25
10 確率	15.8	26.4	25.5	13.7	23.5	6.25
無回答	4.5	4.5	5.7	5.9	5.9	25



その他の回答

<高3>

- ・行列 (3)
- ・空間図形
- ・整数 (特に合同式)
- ・ゲーム理論
- ・数学史
- ・一次変換
- ・整数に関する問題
- ・楕円, 双曲線, 関数の合成

- ・楕円, 双曲線, 関数の合成

<A校>・漸化式がおもしろかった

<B校>・整数論・確率

<(E校)>・場合の数

[分析と考察]

①グラフから分かるように、「1次・2次方程式・関数」と「微分・積分」が好感度上位である。前者は、理論的には、解の分離など面倒なところもあるが、基礎的な内容は単純で解く問題もパターン化しやすく、自分でも学習しやすいことがあげられる。後者は、内容が面積などと身近な良さもあり、計算ルールの種類が多くなく、何を計算すればよいのかがわかりやすいことがあげられる。

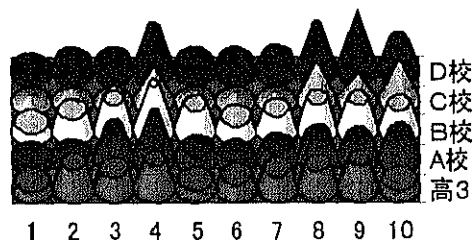
前者は、学校間に開きがあるが、単純計算であり面白みがないことも考える。

③「図形と方程式」はどの学校とも同じような結果である。これは、この調査が高3生に行っているところもあると思われる。図形を扱うのに「ベクトル」や「複素数平面」などの手法があり、そちらのほうが魅力的と考えたのかとも思う。

④「初等幾何」に関しては、国立 (特に本校) と公立との差が大きい。これは、中・高一貫生は中学で十分な幾何の時間をとっているが、一般には高校での初等幾何の学習時間は限られていて、しかもパズル的な導入は省略しがちであり、興味がわかないと考えられる。

【5】次の数学の分野で嫌いなものは何ですか？（複数回答可）

	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1 1次・2次等の方程式・関数など	10.1	6.4	9.4	5.9	5.9	25
2 三角比・三角関数	26.6	9.1	20.8	13.7	11.8	62.5
3 指数・対数関数	21.5	33.6	32.1	15.7	13.7	31.25
4 数列	30.4	47.3	46.2	33.3	43.1	75
5 微分・積分	10.8	13.6	26.4	9.8	11.8	25
6 初等幾何	15.2	9.1	14.2	7.8	11.8	25
7 図形と方程式	21.5	15.5	22.6	7.8	15.7	43.75
8 ベクトル	25.9	25.5	32.1	39.2	45.1	43.75
9 複素数平面	30.4	23.6	31.1	27.5	58.8	43.75
10 確率	10.8	28.2	27.4	41.2	31.4	43.75
無回答	5.5	5.5	3.8	3.9	2	12.5



その他の回答

<高3>

- ・数と式
- ・整数問題
- ・ベクトル解析
- ・抽象的なもの

<A校>

- ・等式・不等式の証明
- ・漸化式（2名）

<B校>・極限・すべて・行列・グラフ電卓

<C校>・期待値 <(E校)>・全部

[分析と考察]

①最も人気がないのが「数列」「ベクトル」「複素数平面」である。

②「数列」は漸化式の独特な解法を覚えることにうんざりしている生徒の様子が思い浮かぶ。ここでの目的として、漸化式を作ることによってエネルギーを割きたいと考える。また、数列のインデックス付きの a_n の記号にとまどいがある。 n の関数としての理解も不十分であるため、 a_n の n の式から a_{n+1} を n の式で表現することに苦労している現実もある。

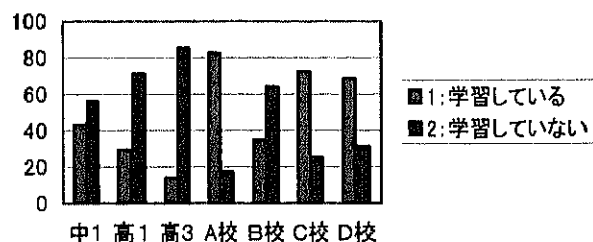
③「ベクトル」と「複素数平面」は、ほぼ4人に1人の生徒が嫌いだと考えている。これらは、図形や代数との密接な関係があり、それまでの基礎的な事柄との関連性が強いと考えられる。「ベクトル」では、位置ベクトルから分からなくなったという生徒が多いし、ベクトル方程式で躓く生徒も多い。一方、「複素数平面」では、2次方程式の複素数解との関係が強く、複素数は $a+bi$ としないと安心せず、図形的な扱いが苦手である。図形処理には、偏角など三角関数も関連し、応用的な側面が強く、なかなか身に付かない分野でもある。また、図形的な考え方を指導する側の指導法の問題も残っているのではないかな。

また、方程式の虚数に関する内容が「数学A」「数学B」と分離されたために流れが悪くなったことも関連していると推測される。

③「確率」についてはパーセンテージに開きがある。

【6】塾・予備校で「数学」を学習していますか？

	中1	高1	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1: 学習していない	43.1	29.4	13.9	82.7	34.9	72.5	68.6	75
2: 学習している	56.3	71.3	85.4	17.3	64.2	25.5	31.4	25
無回答			0	0	0.9	2	0	0

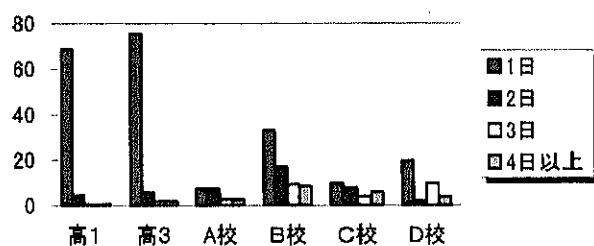


[分析と考察]

- ①この調査が高3受験生であることから、高いのは想像できるが、公立が30%以下なのに対して、国立は64%以上であり、特に本校は85%と高い。
- ②本校は放課後、定期的な補習授業など行っていないことも原因であると考えられる。

【7】＜【6】で学習していると答えた人に対する問い＞
1週間あたりで、何日「数学」を学習していますか？

	高1	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1日	68.8	75.3	7.3	33	9.8	19.6	25
2日	4.4	5.7	7.3	17	7.8	2	6.25
3日	0.6	1.9	2.7	9.4	3.9	9.8	0
4日以上	0.6	1.9	2.7	8.5	5.9	3.9	6.25
無回答		15.2	80	32.1	72.5	64.7	6.25



その他の回答

- ＜本校＞
・ 4日 (2) ・ 毎日
- ＜A校＞
・ 4日 3名
- ＜B校＞
・ 4日 3名
- ＜C校＞・ 6日

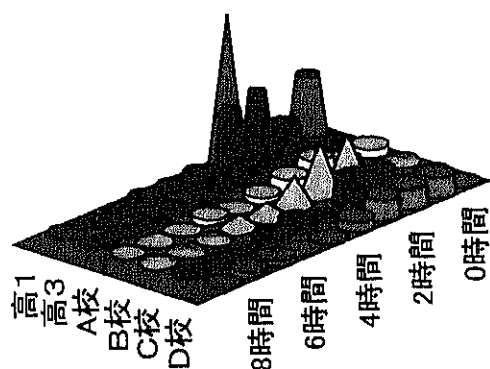
[分析と考察]

数学のための通塾の日数/週は、1日が圧倒的である。

【8】＜【6】で学習していると答えた人に対する問い＞
塾・予備校での「数学」の勉強時間は、週平均何時間ですか？

	高1	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1時間	2.5	1.3	1.8	3.8	0	7.8	0
2時間	10	16.5	7.3	18.9	9.8	7.8	6.25
3時間	57.5	32.3	4.5	19.8	11.8	7.8	12.5
4時間	1.9	29.7	1.8	11.3	0	3.9	0

5時間	1.3	3.8	0	5.7	3.9	0	0
6時間	1.3	0.6	1.8	5.7	2	0	0
7時間	0	0	0	0.9	0	2	0
8時間	0	0	0	0.9	0	2	0
9時間	0.6	0	0	1.9	0	0	0
0時間	21.9	0	2.7	0.9	0	0	0
無回答	4.4	15.8	80	30.2	72.5	68.6	81.25



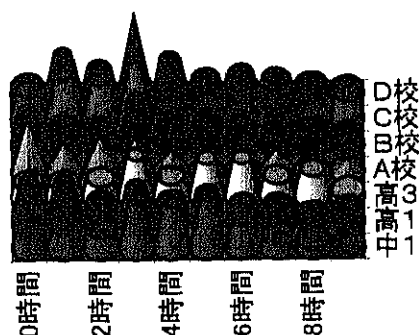
[分析と考察]

①塾での1週間あたりの学習時間は、3時間が最も多い。

②本校の場合、3時間の次に多いのが4時間であるが、他校の場合は、2番目は2時間である。

【9】学校の授業以外での「数学」の勉強時間の合計は、週平均何時間ですか？

	中1	高1	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1時間	8.8	16.3	6.3	11.8	8.5	17.6	15.7	18.75
2時間	7.5	8.9	7.6	14.5	7.5	15.7	9.8	25
3時間	18.8	13.8	16.5	13.6	17.9	23.5	31.4	12.5
4時間	18.1	8.9	8.2	8.2	9.4	3.9	13.7	0
5時間	20	11.4	15.2	8.2	10.4	5.9	5.9	0
6時間	11.3	7.3	15.2	4.5	9.4	2	7.8	6.25
7時間	5	7.3	8.2	8.2	12.3	5.9	5.9	0
8時間	3.1	3.3	10.8	4.5	5.7	2	3.9	0
9時間	1.9	5.7	2.5	3.6	4.7	9.8	2	0
0時間	6.9	16.3	6.3	21.8	13.2	11.8	3.9	37.5
無回答			3.2	0.9	0.9	2	0	0



その他の回答

<高3>

・10時間 ・不定

<B校>

・16時間、18時間

[分析と考察]

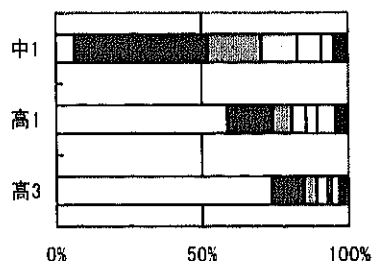
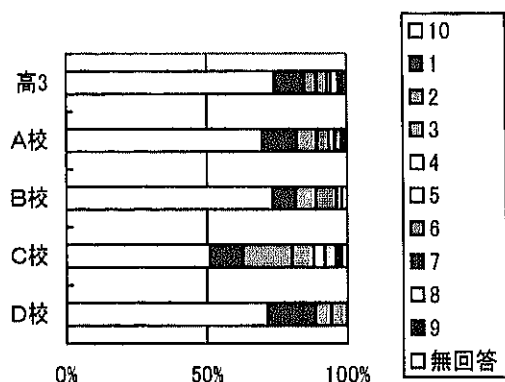
①上図から分かるように、各校とも最頻値は3時間である。どの学校もよく勉強している生徒がいることは心強い。

②この調査は、高3で数学の授業を受けている生徒である。しかし、0時間が少なからずいるのにも驚く。

【10】 数学関係の本をこの1年間で何冊読みましたか？

- | | |
|-------------|--------|
| 1. 1冊 | 2. 2冊 |
| 3. 3冊 | 4. 4冊 |
| 5. 5冊 | 6. 6冊 |
| 7. 7冊 | 8. 8冊 |
| 9. 9冊以上 (冊) | 10. 0冊 |

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	無回答
中1	45.5	18.7	12.2	8.1	4.1	0	0	0.8	4.1	6.5	
高1	15.6	6.9	5.0	3.8	6.3	0.6	0.6	0.0	3.1	60.0	
高3	10.8	4.4	3.8	1.3	2.5	0.6	0.6	0.0	0.6	74.1	1.3
A校	12.7	7.3	4.5	1.8	0.0	2.7	0.0	0.0	0.9	70.9	0.9
B校	8.5	7.5	7.5	1.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	75.5	1.9
C校	11.8	17.6	7.8	3.9	0.0	0.0	0.0	3.9	2.0	51.0	2.0
D校	17.6	5.9	5.9	0	0	0	0	0	0	74.5	0
(E校)	12.5	6.3	6.3	0	0	0	0	0	0	62.5	12.5



(本校)・数～その意外な表情・複雑系、フェルマーの大定理・数の歴史・数学オリンピックの問題集・やさしい幾何問題ゼミナール・楽しい数学ー不完全性定理・ゲーデルー不完全性定理・フェルマーの定理が解けた

(A校)・秋山の数学講義の実況中継・理系志望の人のための高校生活・青チャート
・数研チャート・微分方程式・大学への数学・モノグラフ公式集・細野の指数・対数関数系の参考書・細野真広の～が面白いほどよくわかる本(2名)

(B校)・数の悪魔(2名)・線形代数入門・複素解析・細野先生のやつ

(C校)・数の悪魔

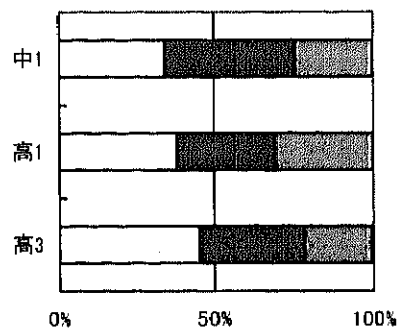
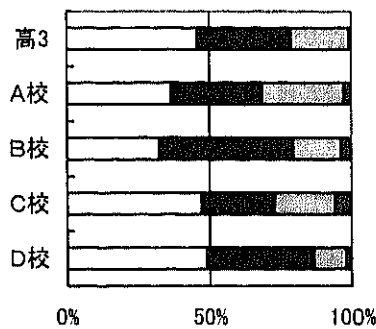
[分析と考察]

各校とも高3の受験生ということもあり、読書量は大変少ない。以前の調査では0冊回答は少なかったが、それは夏休みの課題図書などのためと考えられる。特に本校の5年前の調査では、中1で1冊45.5%, 2冊18.7%, 0冊6.5%であったから、読書量の激減は著しい。また、書名を見ると、参考書的なものが目立つ。受験が終わったら、是非様々な本に挑戦して欲しいものである。

【11】「頭の良さ」にはいろいろな捉え方があると考えられますが、あなたが考える「頭の良さ」と算数・数学の成績の間には、関係があると思いますか？

1. 関係あると思う
2. どちらともいえない
3. 関係ないと思う

	1	2	3	無回答
中1	34.1	41.5	24.4	
高1	38.1	30.6	30.6	
高3	45.6	32.9	20.9	0.6
A校	36.4	31.8	29.1	2.7
B校	32.1	47.2	17.0	3.8
C校	47.1	25.5	21.6	5.9
D校	49.0	37.3	11.8	2.0
(E校)	43.8	31.3	25	0



【11-1】あなたが考える「頭の良さ」とは何ですか。意見があれば書いてください。

- a. 論理性、考える力を重視したコメント(61人) 例ー論理的思考力、物事を冷静に考えられる
- b. 頭の回転の速さを重視したコメント(58人) 例ー理解の速さ、機転の速さ、回転がいい
- c. 発想、ひらめき、アイデアを重視したコメント(40人) 例ー創造力、人と違うことを考えられる
- d. 応用力、柔軟性を重視したコメント(69人) 例ーいろいろな局面での対応、応用が利くこと
- e. 知識を重視したコメント(6人) 例ー教養がある、知識が豊富
- f. 要領、生き方のうまさなどと表現したコメント(13人) 例ー世の中をうまく渡る
- g. その他、複合型のコメント(53人)

- ・受験とは関係ない
- ・にじみでるもの
- ・遺伝と努力
- ・機転、判断力、発想力
- ・他人を分かること(その他判断力etcもある程度含む)
- ・特になし
- ・とりあえず何でも考えること
- ・世界で活躍できる人
- ・時間がかかっても考え抜く力
- ・忍耐と努力のみであると思う。数学の才能というものを私は信じない

- ・頭がよい人というのは、良い人のことです
- ・正しい行動
- ・生きる力
- ・IQではなくEQ的要素
- ・「人を配置して使役する力」僕に不足しているものの一つ
- ・他人と同じくらい勉強して他人より成績が良い
- ・頭が良いといってもその状況によって違うのに一概に言えない
- ・社会的に有用なもの
- ・見方による
- ・論理的な考え方でなく感性で物事を考えることができる
- ・吸収力、勉強する集中力
- ・成績
- ・常識がわかること
- ・リーダー的思考
- ・ひらめきがあり、賢い。
- ・周りをまとめる力がある人。
- ・学校での勉強も含めるが、その他様々な事に対し目を向け、意見を持つことができる事
- ・機転、独創性、判断力、物事を広い目で見れること、先を予想できること
- ・頭の良さは口では言い表せない。
- ・数学的な発想の良さもあるが、人の心を読み取る頭の良さもある。必ずしも数学だけに関係があるとはいえない。
- ・少なくとも特に数学に関連するものではないと思う。勉強が得意不得意と、所謂頭の良い悪いは比例して考えるべきではない。
- ・機転が利く。応用力がよい。柔軟な発想力。理解が早い。記憶力がよい。
- ・生まれもった才能。秀才でなく天才がもちうるもの
- ・学問と言う点から言えば勉強する人
- ・テストで点が取れるとかそういう問題でなく、人間性があらゆる面で優れている人
- ・努力と要領
- ・別に頭の良さを1つに限定するつもりはない。勉強ができるというのもそれに当たると思うし、機転がきくというのもそうだと思う。
- ・自分らしい答えがいつでもいえる
- ・芸術系でも文系でも理系でもその他でも何かに優れてる人は頭がいい。
- ・ひとことでは言えない。いろいろな種類がある。
- ・謙虚であること
- ・困ったことを解決できる人、力
- ・話の内容がすばらしい
- ・数値では言い表せない。
- ・雑学あり、判断力あり、統率力あり、応用力あり
- ・全体を考えられること
- ・その人が話しているのを聞いたり、その人と話したりすればわかる。普段から考えていることとか、使う言葉とかいろいろ。一言ではどうていいえない。
- ・いろいろなことが考えられる
- ・才能・数学に限らず、全ての面での学業成績。学業に関係し、一般知識は余り関係なし。
- ・勉強ができる
- ・学校の成績がいい。その人の言った意見がみんなに正しいと言われる人。
- ・頭の良い人が数学できるって訳では無いと思う。他の教科できる人も頭いいって思うし。
- ・人の話をしっかり聞く人。自分でしっかり考えを持つ人。

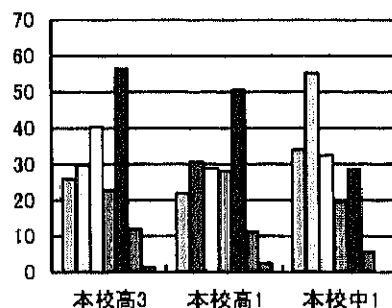
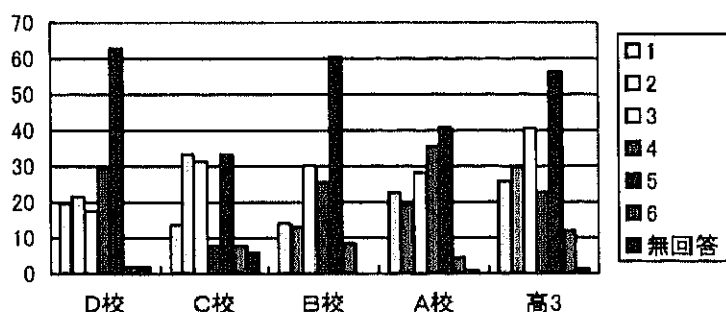
〔分析と考察〕

- ①C校・本校・E校・D校では「関係ある」の回答が多い。B校では「どちらともいえない」が多く、半数近くいるのは、文科系志望の生徒の比率が高いためかと思われる。
- ②コメントを見ると、「頭の回転が速い」「論理的思考力」などは各校とも多いが、B校では「謙虚」「自分らしさ」といった表現があった。女子ということで男女の差かもしれない。
- ③全体的に「ひらめき」「速さ」「てきぱき」といったスピードを重視する表現が目立ったが、これはテストや授業ですぐ評価されるような目に見える力に憧れるためだろうか。反対に「じっくり考えてしっかり理解する」といったタイプの思考は「頭がいい」とは感じないようであり出てきていない。（時間がかかっても考え抜く力（1名））これでは数学の学習においても速く解くことを喜び、意味や関係を深く掘り下げて考えていくことを軽視することになる。しかし本当の学力・知力とは「ひらめき」や「速さ」で評価されるものではない。授業においても意味や関係を深く考えたり、それを発表して理解の深さを認め合う場面が重要であろう。
- ④成績とは違うものとして表現するコメントと、逆に成績がいいことと考えるコメントがあり、対照的であった。
- また、才能と考えるコメントと努力を重視するコメントも対照的であった。
- ⑤要領、生き方のうまさなど、一般的には真の知力とは区別して捉えられているような表現もあった。
- ⑥世界で活躍できる人、リーダー的といった将来性を考えたコメントもあった。
- ⑦正しい行動、良い人といった倫理的な観点から見たコメントも印象的であった。

【12】あなたにとって、数学を学習する意味は何だと思いますか？（複数回答可）

1. 将来役に立ちそうだから
2. 問題を解くのが楽しいから
3. 考え方・理論がきれいだから
4. 教養だから
5. 授業（受験）があるから
6. その他（ ）

	1	2	3	4	5	6	無回答
中1	34.1	55.3	32.5	19.5	28.5	5.7	
高1	21.9	30.6	28.8	28.1	50.6	11.3	2.5
高3	25.9	29.7	40.5	22.8	56.3	12.0	1.3
A校	22.7	19.1	28.2	35.5	40.9	4.5	0.9
B校	14.2	13.2	30.2	25.5	60.4	8.5	0.0
C校	13.7	33.3	31.4	7.8	33.3	7.8	5.9
D校	19.6	21.6	17.6	29.4	62.8	2.0	2.0
(E校)	18.8	18.8	12.5	18.8	56.3	0	0



コメント

- ・論理的思考を身につけるため
- ・頭のトレーニング
- ・人として学ぶべきだから
- ・論理的思考能力
- ・論理構成力の育成
- ・やる気がなくなっていないから
- ・論理的考え方を身に付け、表現できること
- ・将来の可能性に関与するから
- ・論理的な思考能力をつける訓練
- ・考え方を学ぶため
- ・論理の使い方を練習するもの
- ・趣味
- ・ある意味アイデンティティー
- ・なければ何もできない
- ・楽しいから
- ・頭の体操
- ・数学的理論・観点を学ぶため
- ・頭を柔らかくするため
- ・歴史を継ぐ
- ・やりたい仕事に必要なだから
- ・論理的思考能力をつけるため（3名）
- ・論理的な考え方を学ぶため（2名）
- ・受験のため
- ・先生が好きだから
- ・統計的に物事を考える訓練など
- ・好きだから
- ・頭の回転を速くするための訓練
- ・物理現象などを理解する上での道具
- ・解けたときの喜びを得られる
- ・学校で習っているからと別に問題を解くのがいやじゃないから。
- ・パズルみたいだから
- ・思考力をつけられる

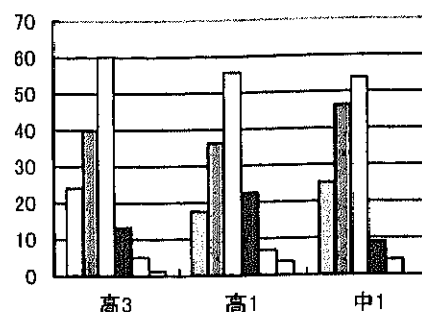
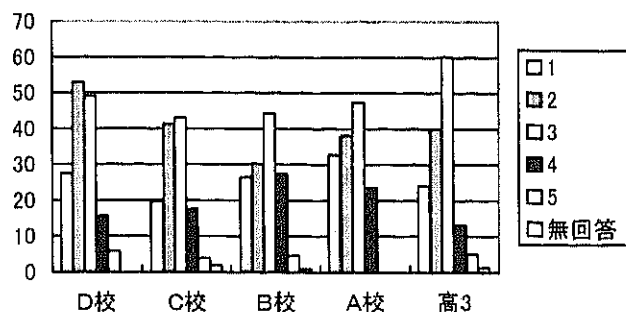
〔分析と考察〕

- ①各校とも「授業（受験）があるから」が1番多く、学習の姿勢が受動的な生徒が多い。これも高3という学年で大学受験を意識しているためだろう。高校の授業数が減り、大学の受験科目も減る傾向にある今、この数字は大変気になるところである。
- ②C校では「問題を解くのが楽しい」と答えた生徒が「授業（受験）があるから」と同じ数いた。「考え方・理論がきれいだから」の回答が本校で4割程度、A校・B校・C校で3割程度あった。数学好きの生徒が多いと思われる。③A校では「教養だから」を選んだ生徒も3分の1以上いた。
- ④本校では、「考え方・理論がきれいだから」と「授業（受験）があるから」と答えた生徒の割合は増えているが、「問題を解くのが楽しいから」と答えた生徒の割合は中1から高1にかけて減っている。ただ解法を楽しむよりも、考え方や理論に興味に移ったと考えられる。
- ⑤コメントを見ると、「好きだから」「必要」などに加え、「歴史を継ぐ（A校）」「ひととして（本校）」などの表現があった。ただ問題を解く道具と見るのではなく、数学を味わう姿勢も感じられる表現で

【13】数学は、どのような点で役に立つと思いますか？（複数回答可）

1. 将来仕事をする上で、数学の知識が役に立つ
2. 将来仕事をする上で、数学の考え方が役に立つ
3. 物事を論理的に考える力がつく
4. 役に立つことはあまりない
5. その他（ ）

	1	2	3	4	5	無回答
中1	25. 2	46. 3	53. 7	8. 9	4. 1	
高1	17. 5	36. 3	55. 6	22. 5	6. 9	3. 8
高3	24. 1	39. 9	60. 1	13. 3	5. 1	1. 3
A校	32. 7	38. 2	47. 3	23. 6	0. 0	0. 0
B校	26. 4	30. 2	44. 3	27. 4	4. 7	0. 9
C校	19. 6	41. 2	43. 1	17. 6	3. 9	2. 0
D校	27. 5	52. 9	49. 0	15. 7	5. 9	0
（E校）	31. 3	31. 3	25	25	6. 3	0



コメント

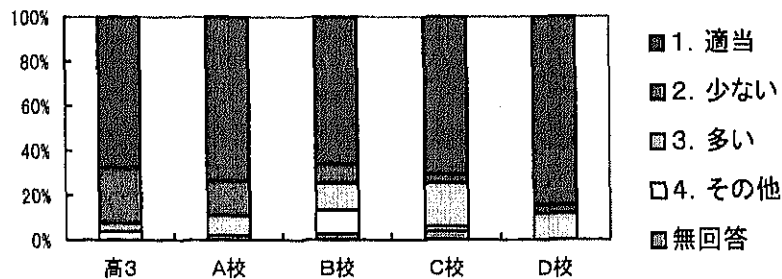
- ・教養
- ・何かの時に役に立つ
- ・子供に教えることがあるかもしれない
- ・分からない
- ・もてそうな気がする
- ・暗算できるようになる
- ・分からない
- ・役に立つかわからない
- ・頭が柔らかくなりそう
- ・コンピューターでプログラムを作るとき
- ・進路によって差がある
- ・好きだから
- ・分からない
- ・役には立たない
- ・人間としての深みが増す
- ・思考の訓練になる
- ・たのしい・人間として必要
- ・経済学
- ・忍耐力がつく
- ・物理現象などを理解する上での道具

【分析と考察】

- ①本校での変化を見ると、「将来仕事をする上で数学の知識が役に立つ」「将来仕事をする上で数学の考え方が役に立つ」とも中1から高1では減ったが、高3では増加している。また、「役に立つことはあまりない」は逆に中1から高1では増加しているが、高3で減っている。これは、中高6年の半ばで下がった数学の有用観が、最終学年で進路について考えるようになったとき、また実感されたと思われる。
- ②各校とも「数学の知識」より「考え方」の方が役に立つと考える生徒が多い。指導する立場からも、将来数学の「知識」より「考え方」をいろいろな場面で応用してほしいものだと思う。
- ③本校・A校・B校・C校とも「物事を論理的に考える力がつく」が1番多く、「将来仕事をする上で数学の考え方が役に立つ」が2番目に多い。D校でもその2つが半数近い回答数であった。いずれも数学の有用性・必要性は感じているようである。
- ④B校では「役に立つことはあまりない」も27.4%回答があった。B校のコメントを見ると、「忍耐力がつく」というものもあり、これも文科系志望者が多いためと思われる。
- ⑤コメントを見ると、「人間としての深みが増す」「コンピューターでプログラムを作るとき」などの他に「子供に教えることがあるかもしれない」「もてそうな気がする」というものもあった。数学がどう役に立つかという観点だけでも、生徒の捉え方は様々である。

【14】学校での週あたりの数学の時間についてどのように思いますか？

	高3	A校	B校	C校	D校	(E校)
1. 適当	67.7	73.6	66.0	70.6	84.3	56.3
2. 少ない	24.7	15.5	8.5	3.9	3.9	18.8
3. 多い	3.8	9.1	12.3	19.6	11.8	18.8
4. その他	3.8	1.8	10.4	2.0	0	6.3
無回答	0	0	2.8	3.9	0	0



《4. その他の記述内容》

＜高3＞

- ・ 多くの人が塾で学んでいるのであまり関係ない。習っていない人にとっては少ない。
- ・ 分からない。
- ・ 塾でやるから授業はなくてよい。
- ・ 数A, Bが少ない。数I, IIは少なくてもいいけど、このままでいい。
- ・ 現在の内容ではやっても意味がない。

＜A校＞

- ・ どうでもいい。

＜B校＞

- ・ 興味ない。
- ・ 他にもたくさん授業をとっているのが精一杯。もっと必要だと思うのなら自分で時間を作ればいいと思う。
- ・ 学校で数学の授業はとっていないので何とも思わない。
- ・ 今選択していない。
- ・ 量の問題ではなく、内容・質の問題だと思う。

＜E校＞

- ・ 特に考えたことはない。

《実際の数学の授業時間》（他校の場合は、調査項目【15】～【17】より）

＜本校＞（2000.4.1現在の選択名簿より）

時間	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9以上	無回答
高1						100					
高2					100						
高3	2.4		30.1		16.6				51.5		

＜A校＞

時間	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9以上	無回答
高1	0	1.8	0	0	6.4	15.5	71.8	0.9	0	0	3.6
高2	0.9	0.9	0	1.8	9.1	23.6	59.1	1.8	0	0	2.7
高3	0.9	0	32.7	0	1.8	0	57.3	4.5	0.9	0	1.8

＜B校＞

時間	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9以上	無回答
高1	0	0.9	0	7.5	29.2	55.7	0.9	0	0	0	5.7
高2	0	0.9	0.9	4.7	25.5	60.4	2.8	0	0	0	4.7
高3	26.4	1.9	20.8	0.9	24.5	0.9	17.9	0.9	0	0.9	5.7

<C校>

時間	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9以上	無回答
高1	0	0	2.0	2.0	9.8	2.0	82.4	0	0	0	3.9
高2	0	0	2.0	2.0	7.8	66.7	17.6	0	0	0	5.9
高3	0	0	2.0	0	2.0	0	17.6	0	13.7	64.7	2.0

<D校>

時間	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9以上	無回答
高1	0	3.9	0	3.9	82.4	12.5	0	0	0	0	9.8
高2	0	2.0	0	7.8	0	2.0	80.4	0	0	0	7.8
高3	2.0	0	0	19.6	3.9	2.0	7.8	60.8	2.0	0	2.0

<E校>

時間	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9以上	無回答
高1	0	0	0	6.3	43.8	12.5	0	0	0	0	37.5
高2	0	0	0	31.3	18.8	12.5	0	0	0	0	37.5
高3	0	0	68.8	0	0	0	0	0	0	0	31.3

※ 上の表で、数値が0に近いものは、マークミス・読み取りミス等によるものもあると考えられる。

【14-1】<【14】で、2.～4.を選択した人へ>具体的にどこがどれだけ少ない、あるいは多いと思うかを書いてください。

<高3>

- ・ 高校2年での数Bの1単位は少ない。(18)
- ・ 数Bが少ない。数Ⅱも。
- ・ 全て少ない。特に、数B。時間が少ないので基本が定着しないまま演習になり、混乱する。
- ・ 数学Ⅱと数学Bを1時間ずつ増やす。
- ・ 高2で、図形に関する授業が少ない。(2)
- ・ 数学A、数学Bが少ない。
- ・ 数学Ⅰ(3)+数学A(3)、数学Ⅱ(3)+数学B(3)
- ・ 高校2年になって、数学が週5時間から4時間になること。
- ・ もっともっと増やす。本当に少なすぎると思う。
- ・ 現社や日本史Aなど必修になっている分、他の高校より少ない。
- ・ 毎日数学しないと忘れてしまう。
- ・ 週7時間にしよう。
- ・ 授業中の問題演習の時間がさらに多ければよかった。
- ・ 演習が少ない。
- ・ 演習量がちょうどいいが講義が短い。
- ・ 多い。
- ・ 数Ⅰ(3)数A(2)+数Ⅱ(3)数B(1)より数Ⅰ(2)数A(2)+数Ⅱ(3)数B(1)
- ・ やりたくない人がかわいそうだから選択にするべき。希望者に対しては上の時間が適当だと思う。
- ・ なんでもやればいいというものではない。
- ・ わからない。

<A校>

- ・ 2単位は少ないから。
- ・ もう少し数学をやりたい。というより数学に時間を割きたい。
- ・ 全て少ない。

- ・ 全体の単位数からして少ない。
- ・ 今の1. 5倍くらい。
- ・ 週2時間。
- ・ 毎日2時間くらいがいい。
- ・ 授業数が少ないので授業のスピードが速くてついていけなかった。時間数を増して、もっとじっくりと勉強したかった。
- ・ 受験に必要なだから時間としては足りないと思うけど勉強しなきゃならない量が多すぎる。
- ・ 数学を取らないので多い。
- ・ 1日に2時間ある日が1日だけある。これはつらい。集中力が欠ける。
- ・ 1週間で金曜日以外毎日。多い。
- ・ 時間が週に6～8時間あるから。
- ・ 多くても少なくてもどちらでもいい。

< B校 >

- ・ 週1が少ない。
- ・ 数B, Cが足りない。
- ・ 数A, Bが週2時間は少ない。
- ・ 今は週に2時間しかないの。
- ・ 週2くらいでいい。
- ・ 演習の時間。
- ・ 授業による。
- ・ 自分はあまりやりたくない。
- ・ 多い。すすみすぎ。理解が追いつかない。数学嫌いになるひとが増える。
- ・ 週1回でいい。
- ・ 集中して欲しい。
- ・ 全部、苦痛。
- ・ 数学とってないの。
- ・ 数Ⅲ多い。
- ・ 数Ⅲ, C
- ・ 自分で何時間か選べるようにするのがよい。

< C校 >

- ・ 問題数を解くのが少ない。
- ・ 毎日はたまらない。

< D校 >

- ・ 全部少ない。
- ・ 数ABCを全て学校で学びたかった。
- ・ 他の教科より多い。(2)
- ・ 数Ⅲが多い。

< E校 >

- ・ 進路に数学が関係なくなってしまったから、数学を勉強しなくてもよくなってしまったから多い。
- ・ 家で勉強しない人が多い(私も含めて)ので授業数を増やして欲しい。
- ・ やりたくないことは少ない方がいい。
- ・ 授業時間があと2時間くらいあってもいいと思う。

[分析と考察]

- ① 本校生徒対象の調査項目で、【14】は、学校のカリキュラムに関する質問であり、今回新たに加えたものである。【14】によれば、数学の授業時間について、約7割の生徒が「適当である」と回答している。一方で、約1/4の生徒が「少ない」と感じており、この数値は決して少なくないといえるだろう。

② 本校の各学年での数学の単位数は、下表の通りである。

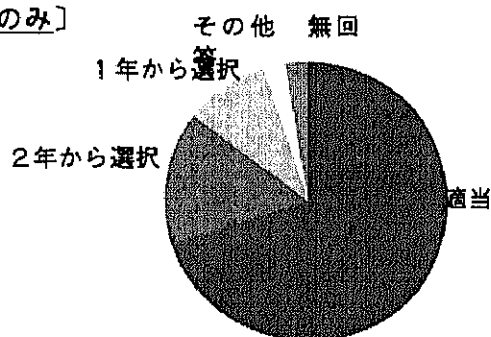
	高 1	高 2	高 3
必修	数Ⅰ(3), 数 A(2)	数Ⅱ(3), 数 B(1)	なし
選択	なし	なし	数Ⅲ(4), 数 A(2), 数 C(2), 数 B(2)

本校生徒が少ないと感じている科目は、【14-1】によれば、高2での数学Bが圧倒的に多い。これは、本校カリキュラム作成の段階で、指導者も同じことを感じていた。数学だけのことを考えれば、少なくとも数学Bは2単位ほしいところである。

- ③ 【14-1】の他の記述を見ると、他の科目も増やしてほしい、というものもあれば、多すぎると感じている生徒もいる。また、演習の時間を増やしてほしいというものもあった。生徒個人の数学への目的が異なり、自分の要求を満足してくれるようなカリキュラムを欲していると考えられる。
- ④ 他校と比較してみると、やはり実際の授業時間が最も少ない本校が、「少ない」と感じている数が多く、逆に授業時間が最も多いC校の場合、「多い」と感じている生徒の数が多い。また、B校は女子校だが、他校に比べると、授業時間の割に「多い」と感じている生徒が比較的多かった。この原因については今後の検討課題である。

【15】学校では、数学について、高校2年まではすべて必修で、高校3年はすべて選択となっていますが、これについてどのように思いますか？【本校のみ】

	高3
1. 適当である	70.3
2. 2年から選択があってもよい	15.8
3. 1年から選択があってもよい	9.5
4. その他	2.5
無回答	2.5



＜4. その他の記述内容＞

- ・3年間必修で。
- ・3年で必修があってもよい。
- ・むしろ国語を選択にして数学は高3でも必修にしたほうがよい。
- ・学年の枠を取り払ってみても面白いかも。
- ・現国も選択にしてほしい。

【分析と考察】

- ① 本校生徒対象の項目【15】も、【14】同様に学校のカリキュラムに関する質問であり、今回新たに加えたものである。7割の生徒が現行の必修・選択方式でよいと感じている。しかし一方では、約1/4が2年あるいは1年から選択があってもよいと考えている。早い段階で、「数学は学習する必要はない」、「数学はもう学習したくない」と感じている生徒が、一定数いるものと考えられる。
- ② その他の記述内容を見ると、ごく少数ではあるが、「3年での数学も必修にするべき」という意見もあった。また、「学年の枠を取り払う」というユニークな意見もあった。生徒の要望が多様化していることが読み取れる。

【16】（他校は【18】）これまであなたが学校で学んできた中学・高校の数学を振り返ってみて、学校の指導内容・分野、指導順序等について、何か要望等があれば書いてください。

※ 記述内容の一覧は、後述

〔分析と考察〕

記述内容は多岐にわたっているが、主なものを以下にあげる。

- ① 「三角比と三角関数は、一緒に扱ってほしい」、「幾何や組合せを小5～中3まで毎年扱うべき」など、具体的な指導内容について言及している記述があった。また、「複素数は残してほしい」、「文部省の数学の容易化はまちがっている」など、次期の学習指導要領に対する意見も見られた。カリキュラムを構想するときに、これらの生徒の意見にも耳を傾ける必要があるだろう。
- ② 「中学と高校の難易度の差が大きすぎる」、「中学から高校になるといきなり難しくなる」、「高校では受験勉強のためだけの勉強」など、中学と高校の数学の違いに触れた記述もあった。中高一貫のカリキュラムを作成する上で大いに検討すべき事柄であろう。
- ③ 「物理と連動させてほしい」など、他教科との関連を指摘する意見もあった。「力の合成とベクトル」、「波と三角関数」など、現行のカリキュラムでも問題点はある。カリキュラムを作成する上で重要な視点といえる。
- ④ 「速く（ゆっくり）進んでほしい」、「数学のイメージの固さをなくしてほしい」、「演習を増やしてほしい」、「受験対策をしてほしい」、「ある分野を違う角度からアプローチしてほしい」など、指導方法についても多くの記述が見られた。また、「先生による指導内容に差がある」など、指導法の違いを指摘する意見もいくつか見られた。これらの要望にすべて答えることはできないが、ある程度適えていくためには、生徒の要望に応じた小人数のクラスに編成する等の対応が考えられるだろう。

【17】（他校は【19】）数学に関して、「不思議だ」、「おもしろい」、「きれいだ」と感じたことがあれば、具体的に書いてください。

※ 記述内容の一覧は、後述

〔分析と考察〕

記述内容は、【16】と同様に多岐にわたっている。大きくは、具体的な内容に触れたもの、数学の持つ性質に触れたもの、数学を学んだ体験に触れたもの等である。いずれも、高1時と大きな差はみられないと思われる。以下に詳細を述べる。

- ① 内容としては、中学から高校の内容まで見られる。特に目立つものをあげると、「初等幾何」、「ピタゴラスの定理」、「微積分」、「複素数」、「数列」、「無限」などが挙げられる。内容が多岐にわたっていることは、生徒の興味関心が多様化していることを示していると考えられる。
- ② 数学の持つ性質としては、「様々な解き方があること」、「論理的に物事が成り立っていること」、「答えが単純なこと」などの記述があった。数学の面白さのある程度感じている生徒が記述したものと考えられる。
- ③ 数学を学んだ体験としては、「難しい問題が解けたとき」、「1つの問題を複数の解法で解き同じ答えが出たとき」などの記述が目立った。これらは、「数学の面白い点」として、よく生徒の感想に現れるものである。しかし、逆に問題が解けないと、「数学は難しい」「数学はつまらない」という感想に変わる側面もある。これらの生徒は、さらに進んで、①や②のような感想が持てるような指導を考える必要があるかもしれない。
- ④ 「特になし」や、白紙の生徒も見られた。中学・高校時代を通して、数学の学習によい印象を持っていないのであろう。このような生徒を少しでも減らすことが大切であり、カリキュラムを作成する上でも留意すべき事項であろう。

【18】（他校は【20】）現在数学に関して抱いているイメージを、ヒトコトで書いてください。

※ 記述内容の一覧は、後述

〔分析と考察〕

この項目は、ヒトコトに凝縮することによって、中学・高校時代に学んできた数学に対して抱いている印象を明確にし、それを読み取ろうという意図で設けたものである。作成者の予想通り、そこには様々なヒトコトが見られた。以下に主なものを挙げる。なお、①、②については、高1時と大きな

差はないが、③については違いが見られた。

- ① 「美学」、「綺麗」、「究極的な芸術」、「おもしろいもの」、「奥深い」などのように、数学の面白さや素晴らしさを記述したものが多く見られた。また、「複雑」、「不思議」、「Mysterious」などのように、数学の難しさを記述したものも目立った。さらには比喩的に、「マリアナ海溝」、「エベレスト山」などのように数学を形容したものも見られた。どちらかといえば、数学に対して悪い印象は持っていない生徒の記述と考えられる。
- ② 「だるい」、「好きになれない」、「つらい」、「つまらない」、「うざっ」、「もうこれ以上数学に関する発見がないように」、「何のためにやるの」、「もうおなかいっぱい」、「無駄」、「さみしい涙」、「はやく手を切りたい」などのように、数学に対する否定的なイメージの記述も目立った。数学に対して嫌悪感を抱いている生徒像が読み取れる。
- ③ 「どうにかしたい」、「やらなきゃ」、「努力」、「ガンバろう」、「強敵」、「ライバル」、「ファイトー発」、「片思い中」、「何とかしなくてはいけないもの」、「我が受験人生最大の敵」などのように、「数学がもっとできるようになりたい」という気持ちの現れた記述も目立った。数学に対して苦手意識を持ちながら、一方であきらめずにがんばりたいという生徒像が読み取れる。
- また、これらの記述は中1・高1ではあまり目立たなかったものである。これは受験を前にして、苦手だけれど受験科目にあるのでやらなければならない、という実態が影響しているものと考えられる。

※ 記述内容一覧（【16】～【18】）

【16】（他校は【18】）これまであなたが学校で学んできた中学・高校の数学を振り返ってみて、学校の指導内容・分野、指導順序等について、何か要望等があれば書いてください。

<本校>

- ・ 数Ⅲ、数Ⅱとも高2までに教えた方がよい。
- ・ 教官によって、内容と密度に違いがすぎる。あと、高校に入ってやったことでどんどん分かるようになっていたので、カリキュラムをもっと早めてもよいと思う。
- ・ 文部省の数学の容易化は間違っている。
- ・ 進度が早く、できる人のペースで授業が進んでいるのでわからなくなってしまうと取り返しのつかないことになる。
- ・ 高校数学の大変さを早めに教えてほしい。
- ・ 今まで通りに授業中に演習プリントを配ってほしい。
- ・ 中学の初等幾何が他の分野と独立しすぎている。
- ・ テスト形式の授業をもっと取り入れるべきだと思う。なぜなら、自分がわからない部分が明確になり、その分野を学習する際に役立つと思うからだ。
- ・ 徐々に内容が薄くなっていると思う。
- ・ 数学は今計算だけの化け物となりつつある。機械が解ける問題を人が解くのが重要になっている。何を数式に直すかが問題なのに。
- ・ 応用が広すぎ？
- ・ 高校数学は内容量の割に時間数が少なすぎると思う。
- ・ 演習量を増やしてほしい。(3)
- ・ このままでよいと思う。(むしろ小学校の算数に問題があると思う。方程式を教えればいいのに…)
- ・ 不満はあるけど、現実的には仕方ないと思う。
- ・ 三角関数の加法定理のベクトルを使った証明など。ある分野を違う角度からアプローチしてほしい。
- ・ 先生によって面白さがあまりにも違う（とりわけ中学においてはあまりにも幸・不幸がある）。高校は演習量がやたら多い（一問をじっくり考えたい）。
- ・ どんどん文部省のせいで簡単なことしかやらなくなっているが、これは将来日本のレベルが下がる原因になる。
- ・ 一年間のカリキュラムを年度始めに表にして配ってほしい。
- ・ むちゃくちゃ難しい問題をじっくり解説するとか。

- ・ 中学でも授業に合わせて利用できる問題集があるとよい。
- ・ 受験対策をして欲しい。
- ・ たのしく。
- ・ 中1の頃はもっと基本的なことからやった方がよいと思う。
- ・ あまり系統だててはいないのでやりにくいが、考えるという意味では良いと思う。
- ・ 難しすぎ、つまらない。
- ・ 塾に行っている人が基準になってやしませんか。
- ・ 数学の魅力をもっと知りたかった。
- ・ 幾何や組合せを小5～中3にかけて毎年やるべき。
- ・ 複素数はずっと残した方がよいと思いました。
- ・ 初等幾何をもっとやらないと。
- ・ 整数など具体的でおもしろい分野もやったらよからう。
- ・ 完全に教科書と同じペースで遅すぎると思う。
- ・ 計算じゃなくて概念を教えて。
- ・ 確率はもっと後でやりたい。
- ・ 中1でいきなり合同式教えないで下さい。
- ・ いきなり数学の内容に入ってしまうのでとっつきにくい。説明が不親切。
- ・ 定義、本質→基本演習→より本質的かつ発展的問題という様にしてほしい。
- ・ 中学の時の内容は難しくよくわからなかった。本質的でわかりやすく役に立つ。
- ・ 授業をしてほしい。
- ・ 中学数学の内容が薄いような気がする。ベクトル・三角関数・微積分の基礎はもう少し早めに勉強した方がよいと思う。
- ・ 演習を増やすべき。
- ・ 先生による指導内容に差がありすぎである。期によって当りハズレがあり過ぎる。
- ・ 数学の時間が少ないので講義のスピードがはやい。
- ・ 三角比と三角関数の分野を分ける必要はないと思う。
- ・ 数学オリンピックの合宿に行っていたのですが、現在の教育は受験の問題の影響が。
- ・ 問題の解き方ばかりに重きが置かれている。しかし数に関する性質等に不思議なことはそういうことが少しでもできれば多く取り入れられれば数学離れも防げるだろう。
- ・ サクシードは計算が汚くなる（面倒な）だけなので他の

- ・ (チャート式など) に変えて欲しい。
 - ・ 数学の進路を少し上げて、高校 2 年から物理でベクトルや微分を使うようにした方がいいと思う。
 - ・ 興味深い例題を (解く時間を与えた上で) 解説する授業がよい。
 - ・ コンピュータもやりたかった。
 - ・ 特にない。(8)
 - ・ 今のままでいいです。(2)
 - ・ 適当。
- <A校>
- ・ 1 日 1 日の宿題を強制的に出してほしい。
 - ・ 高 1 でやけに難しくなった気がした。全くやらなかったわけでもないのに超得意科目が普通の科目となってしまった。算数が 1 番楽しかった。
 - ・ 授業についていってる、いってないでのレベル分けをしてほしかった。
 - ・ 複素数が今後消えるのが反対。円周率 3 は反対。
 - ・ 高校に入って教科書が 4 冊になってぞっとした。そこを改善してほしい。
 - ・ 1 年のときの確認テストはよかった。
 - ・ 各々の分野の目的やねらいが曖昧だから、どういう大義があって進めていくのか、逐一明らかにしてほしい。
 - ・ もう少し楽しく学びたい。
 - ・ 予習しなくても理解できるような授業をしてほしい。
 - ・ 教科書を見れば分かることをあまり長々と説明しないでほしい。
 - ・ もっとレベルを高くしてほしい。
 - ・ 中学校では程度の低いものしか教えてもらえなかった。高校で履修したものを中学でやっていれば、今、もっと高度な事ができるのに。
 - ・ どうしたらそういう答えにたどり着くかということを重視して教えてほしい。学ばなければならないことが多い。
 - ・ 適当です。
 - ・ 微積分は抽象的過ぎてイメージがわからない。特に数Ⅲ。
 - ・ 高校では受験勉強のためだけに勉強をしていてつまらない。数学のおもしろいところをもっと学びたかった。
 - ・ 中学と高校の難易度の差が大きすぎる。僕は塾に行っていたからまだ差には苦しまなかった方かもしれないが、塾に行っていなかった人たちはもっと大変だろうと思う。英語についても言えるが時間が限られたなかで大変だと思うが、コンピュータなども、もうちょっと普段の生活に実用的な数学もしてみたい。
 - ・ 中学から高校になるといきなり難しくなると思う。
 - ・ 国語ができないと文章問題ができないと思います。
 - ・ 好き嫌いがあるからどうにもならない。
 - ・ $\pi = 3.14$
 - ・ 数学で習うこと全てが必要なことなのかどうか。いらないものもあるのではないかな。
 - ・ 三角比と三角関数を一緒にすればよい。
 - ・ 中学から高校に進学するときに難易度が急に上がりすぎる。
 - ・ 数学の分野が中学校で削られ高校に繰り上げされるのはどうかと思う。一番大切な高校教育には“ゆとり”がもたされない状態におちいる。また、生徒を甘やかす。また、暇な原因を作ることになる。
 - ・ 数学のイメージの硬さをなくす授業。
 - ・ もう少し高校での分野を中学校に回すべきだと思う。
 - ・ より多くの分野を取り扱ってほしい。
 - ・ 省略なしで詳しく説明してほしい。
 - ・ もっと良問を授業で美しく解いてほしい。
 - ・ これからの小学生達の方が心配。
 - ・ つながっているところを分けるな。
- <B校>

- ・ 教科書の内容・順序どこも一緒にしてほしい。参考書と違う。
 - ・ 自分にあった先生を選択できること。
 - ・ 高校の数学の授業はつまらなかった。
 - ・ 学校の数学はつまらない。
 - ・ 先生の好みで偏りのある授業をしないで欲しい。誰にでもわかる授業をはっきりしてほしい。
 - ・ 平方完成を教えないで微分を最初に教えてもらった方が楽。
 - ・ できる人に合わせないで欲しい。
 - ・ もっとわかりやすく教えてほしい。
 - ・ おもしろくない。
 - ・ 自分で解く時間を多く。
 - ・ 2 次関数の後に三角比・三角関数をやってもらいたい。数ⅠとⅡに三角比と三角関数を分けるのは無意味。
 - ・ 三角比と三角関数を一緒にやって欲しい。回転行列を数Ⅲに入れて欲しい。
 - ・ 教科書を簡単にしすぎない方がよい。
 - ・ わかりやすく、効率よく、教えてほしい。
 - ・ 教え方がわかりにくい。
 - ・ 得意な人とそうでない人を分けてほしい。
 - ・ 弧度法を高 1 から使うようにしたら。
 - ・ もっと簡単にしてください。
 - ・ もっと詳しくわかるまで説明して欲しい。人数おすぎ。
 - ・ 高校の先生は適当すぎる。教える気が感じられない。中学の授業内容だけでは高校受験に対応できない。
 - ・ 自分の世界 (大学の数学) に入られてしまうと困る。
 - ・ 中学の時先生が個別の問題を作ってくれてとても役に立った。個人別の課題を出すことはよいことだと思う。
 - ・ 物理と数学とでつながっている所などで、数学でまだやっていない内容が物理で突然出てきたりするので連動させてほしい。
 - ・ 基礎からやるべし。
 - ・ 仕方ないけど、教生の授業を減らしてほしい。
 - ・ 数学の内容が小中で簡単になりすぎ。例えば、円周率を 3 にしたり。子供の学力を落としているのは文部省の方だと思う。
 - ・ 中学校の授業は非常に聞きやすくよかった。高校では先生によって差が激しい。
 - ・ もっと深くやりましょう。
 - ・ 学校の数学は進みが遅すぎる。
 - ・ きちんと数学を学ぶには学校での時間は少ないのかも。
- <C校>
- ・ ベクトルで行列を教えるべき。解と係数の関係は中学分野。
 - ・ 授業の進め方を速くし、数Ⅲ、C の演習を多くやって欲しい。
- <D校>
- ・ 難しい問題もやって詳しく丁寧に教えてほしい
 - ・ 口だけで説明する教師は×
 - ・ 教師を選べるようにして欲しい。
 - ・ 取っつきやすくして欲しい。ギャグをおりませるなど。
 - ・ なるべく 1 人の先生が全部やればいいと思う
 - ・ もっとわかりやすく教えてほしい
 - ・ 問題を解説して欲しい
 - ・ もっとはやい時期から深い学習をしたい。(三平方、余弦など)
 - ・ 先生によって教え方が違うのが困る。
 - ・ 基本的なことをやってから応用に入っていく授業がいい。
 - ・ 数学を教える時に詳しく教えてくれない先生がたまにいますのでちゃんとわかりやすく説明して欲しい。
 - ・ 日々研究してください。簡単にするのも大切ですが、難しくしてみるのもおもしろい。要するに小中でどこまで興味をもつかだと思ふ。

< E校 >

- ・ もっと興味を持てるように身近なことでやったりしたら興味を持てそう。
- ・ 先生が見て難しい問題はより丁寧に教えて欲しい。途中式を省いて黒板に書かれると、後で見たときにどうしてそうなるのかわからなくなるから、途中式をしっかりと書いて欲しい。
- ・ 先生が1人で授業するケースが多い。
- ・ 全く将来役に立ちそうにない。ルートやシグマより少しは役に立ちそうな指数・確率を増やして欲しい。
- ・ 特に何とも思わないけど、先生達はわかっているからいいけど、いきなり教えられて解けと言われてもできない。例題しか説明しないから納得できるまで達しない。
- ・ わからない子を察知して、こと細かく教えて欲しい。

【17】(他校は【19】) 数学に関して、「不思議だ」、「おもしろい」、「きれいだ」と感じたことがあれば、具体的に書いてください。

< 本校 >

- ・ 微分で、どんどん細かくしていくと、 $\left(\frac{1}{n} \quad n \rightarrow \infty\right)$ を 0 とみなせる考え方は騙されているようだが面白い考えだと思った。
- ・ 不思議だ→複素数、おもしろい→行列、きれいだ→数列・微積
- ・ テクニカルな解き方にぶつかった時。
- ・ 整数のいろいろな性質、図形のいろいろな性質。
- ・ 不思議→数学はいつの時代から始まって、どのように生まれたのか。
- ・ おもしろい→問題が解けたとき。
- ・ きれいだ→ピタゴラスの定理
- ・ オイラーの公式 $(e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta)$ と偶然放送大学でやっているのを見た「シュレーディンガー方程式」(物理) 複素数のすごさが少し分かった。
- ・ どんな公理系においても、証明できない命題が存在すること。
- ・ 一見解くことが困難に思える問題でも、論理的に段階を踏んで考えることにより、数学的に解くことができるという点が面白いと感じる。
- ・ 幾何の証明
- ・ 初等幾何の問題が解けたとき、1つの問題について複数の解法で解き同じ答えが出たとき。
- ・ 昔はあったが、今はなくなった。
- ・ 様々な解き方があること
- ・ $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$ (図形的に見たとき)
- ・ 数Ⅲの微積分の問題の解法
- ・ 微積、複素数平面
- ・ 微分すると難しい式もきれいにわかるのでおもしろいと思った。
- ・ 複素数の回転
- ・ 三平方の定理を知ったとき。
- ・ 問題を解けたときおもしろい。
- ・ パラドックスが面白かった。
- ・ あるけど覚えていない
- ・ 特になし(2)
- ・ ベクトルでもものの方向も整理できるから。
- ・ 確率で物事をかんがえるのが楽しいです。
- ・ 一見まやかしにしか見えないのに現実と適合するとして納得してしまう点がおもしろい。
- ・ 嫌いな整数問題だけどころか手をつけられなかった。問題とかの解答をみたら感動。Beautiful!
- ・ 定積分の考え方で面積・体積を計算できる。

- ・ ない or 忘れた。
- ・ $1 = 0$ 、 9 となること。
- ・ 図形の問題
- ・ どんなに複雑でも答えが決まる所がきれい。
- ・ いっぱいあって書けません。
- ・ 遠い昔に感じたことがあったかもしれないが記憶にない。
- ・ 難解な問題を解いたとき。
- ・ 不完全性定理の言っていることがとても興味深い。
- ・ どんな分野でも論理的に物事が成り立っていること。
- ・ 数学の美しさというものに何の意味があるのかわからない。数学はその応用に意味があるのであって、たとえ美しいとしても意味はないと思う。
- ・ 微積
- ・ 感じたことはない。
- ・ 虚数
- ・ 高1の無限の話、確率など。
- ・ 排中律でなりたつこと。
- ・ 順列・確率
- ・ 微分
- ・ フェルマーの定理の証明にはドラマを感じた。数論をやってみたくなった。
- ・ 円周角の定理
- ・ 複素数の分野でそれまでのいろいろなものがつながったこと。
- ・ 直線を画面上に引くアルゴリズムやバイナリーサーチで辞書をひくみたいに値を探す方法はきれいだった。
- ・ 黄金比 $\sinh \theta$ 、 $\cosh \theta$
- ・ 実生活にないことがあっておもしろい。
- ・ 対称性の活用。
- ・ $e^{\pi i} = -1$
- ・ 帰納法が好きだ。積分はスゴイ、数学はなんかだまされている印象がある。
- ・ 今までにならってきたことがからみあう時 $1/2$ 、 $1/4$ 、 $1/8 \dots$ を足しても1にならないこと。
- ・ 魔方陣について。
- ・ p が素数 $1/p$ で表される周期 $3n$ の循環小数 \dots の最大値が19であること。
- ・ 数学的帰納法の論理

< A校 >

- ・ $1 + 1 = 2$
- ・ いっぱいあったけれども、殆ど忘れてしまった。 $1 = 0.99999\dots$ という問題がわからない。
- ・ 虚数のグラフ表示(虚数平面)
- ・ 難解な方程式が解けるのは「おもしろい」し、「きれいだ」し、「不思議だ」。数学のいろいろな法則は「きれいだ」し、「不思議だ」
- ・ 空間ベクトルがきれいにできたときに何か爽快だった。
- ・ 二項定理
- ・ 式の証明。数学的帰納法。
- ・ 微分積分の考え方
- ・ 幾何の解答
- ・ 初等幾何学の証明にはきれい(美しい)ものを感じた。
- ・ 100% の解答が出せた時、かなりの幸せと喜びを感じた。問題が解ければ楽しかった。
- ・ 微積がなんか不思議。サイクロイドがきれいだった。
- ・ 幾通りにも答えや証明ができること。
- ・ 論理的に証明できるところがおもしろい。
- ・ $x = \sqrt{x} + \sqrt{x} + \dots$ が解けたとき。
- ・ ジュリア関数だったかがきれいだった。微積がおもしろい。「大数」がおもしろい。
- ・ 証明が終わったときにきれいだと感じる。
- ・ 論理
- ・ 証明がきれい。

- ・ 紀元前に生きていた人達が「～の法則」とか見つけたということ自体がすごい。
- ・ 証明が成立したとき。
- ・ 部分分数の考え方はきれいだった。
- ・ きたない式がきれいな数字になったとき。
- ・ パスカルの三角形。図形とかの問題。昔の人が考え出したことが今でも使える点
- ・ 融合問題でいろいろな分野の式を使ってとけること。
- ・ 難しい問題が解けた時の爽快感がいい。
- ・ いろいろな分野同士のつながり方。
- ・ 極限の考え方。どこまでも増えるけどある値を越えないところ。
- ・ 円や三角形の性質は不思議で面白い。
- ・ 関数・図形・ベクトル・複素数・数列・確率など、ばらばらにやっていたのが、いろいろと結びついてくる点がおもしろい。
- ・ 球の表面積を積分すると体積になるところ。
- ・ 微分積分。対数関数。
- ・ 微分積分の考え方。
- ・ 微積分でうまく数字が消えていったとき
- ・ π に関して。積分によって複雑な形の面積を求められる。
- ・ いろいろな公式の導き方などは本当に不思議だが、おもしろくもあり、きれいですばらしい。
- ・ 対称性、奇偶性、発想の転換。たくさんあるので1例－ n 個の白い点と黒い点が――
- ・ ベクトル（不思議）
- ・ 弧度法の導入。円の半径と角度でその弧の長さがわかるから。
- ・ 複雑な計算の答えが1とか0等るとき「きれいだ」。
- ・ いろいろな形の重心を求めてつり合わせる。
- ・ 無限大の考え方が不思議。虚数が不思議。
- ・ 関数でできた図形の面積を積分で出せる。
- ・ いろんな理屈を使って解いていくところ。
- ・ 違う解法で同じ答えにたどりつくこと。
- ・ 答えが単純なこと。
- ・ 答えが整数だったとき。
- ・ 思いもよめ理論で解いていっている答えを見たとき。
- ・ 数列がきれい。
- ・ 複素数がサイン・コサインで表せること。
- ・ 昔の人が公式をどうやって見つけたのだろうか。
- ・ 誰がこんな問題を作るのか、不思議でしょうがない。
- ・ 図の面積が三角形の面積であること。

< B校 >

- ・ ド・モアブルの定理。単位円周上に全て表されてきれい。
- ・ きれいに証明が理解できたとき。
- ・ $0.3333\cdots = 1/3$, $0.9999\cdots = 1$ になってしまうこと。複素数のすばらしさ。虚数を図形の中で使うとき。
- ・ 合同式 $\rightarrow \bmod$ の考え方。指数対数 \rightarrow 逆関数になっているところ、グラフがきれい。
- ・ 確率 \rightarrow 世の中の出来事と確率の関わり合い。天気予報とか保険会社の料金設定とか。
- ・ 三角・指数・対数関数はおもしろいと思った。
- ・ きれいな整数に解がなったとき。
- ・ 相加相乗平均
- ・ 平面図形はパズルみたいでおもしろい。
- ・ 数列の3項間漸化式を習ったとき。少しのテクニックで簡単に表せる事を知り、おもしろいと思った。
- ・ いろんな定理の証明。うまくいくとすごくきれいに導ける所がすごかった。
- ・ グラフ電卓欲しい。
- ・ あまりない
- ・ グラフ電卓で図ができたのを見てきれいだった。
- ・ 全て
- ・ 化け物。うまく扱えたらカッコいいね。

- ・ たくさんあります。
- ・ 関数のグラフ
- ・ 微積の考え方がおもしろい、すごい。
- ・ 問題を解くことは楽しくておもしろい事もある。計算結果がきれいだとうれしい。
- ・ 確率はたのしい。
- ・ 図形

< C校 >

- ・ 自分の知らない事が出てくるからおもしろい。
- ・ 割り算が割り切れたとき、ああ最高だと思う。
- ・ 結論が出たとき。
- ・ 50円玉の中の円と外の円が、1周すると移動距離が同じなのに驚いた。
- ・ 微分することによって体積の公式が面積だかなんかになったりするのは不思議に思った。
- ・ 不思議だ。

< D校 >

- ・ 全部
- ・ 微分の計算がすごく楽しい
- ・ 全てが不思議です
- ・ 微分・積分をすると傾きや面積になるところ
- ・ いくら勉強しても不思議なくらいわからない
- ・ 公式などにあてはめていくとパズルみたいでおもしろい
- ・ 1週間考えていた問題が急にできたとき。
- ・ 公式とか決まってるものを発見した人はすごい。
- ・ 証明などして納得したとき
- ・ 2回因数分解する問題を解けたとき
- ・ 苦労して問題を解いていくとおもしろい。
- ・ ひとつの問題に解き方たくさんあること。
- ・ 関数のグラフをコンピュータの画面で見たとき
- ・ 面白い \rightarrow 問題が解けたとき。

< E校 >


- ・ おもしろい \rightarrow 電卓の使い方など
- ・ ログは素晴らしい
- ・ 円周率
- ・ どうしてこんなに解けないんだと不思議である
- ・ 公式はいろんな所で使えて不思議だと思った。平方完成も素晴らしい技術だ。

【18】(他校は【20】)現在数学に関して抱いているイメージを、ヒトコトで書いてください。

< 本校 >

キツイ

- ・ 頭の切れが判定できる。
- ・ 固そう。
- ・ おもしろいもの(3)
- ・ 難しい(14)
- ・ 楽
- ・ 解ければ最高。
- ・ フクザツ
- ・ 人生
- ・ 解ければ楽しい。
- ・ 数学を通して知的世界が広がる。
- ・ 時間をかければ必ず自分のものにできる。
- ・ 特別なもの
- ・ エベレスト山
- ・ 考え出した人はすごい。
- ・ 数学はスポーツだ！
- ・ 混沌としたもの
- ・ 数学がとても大好きという人は変。
- ・ マリアナ海溝
- ・ 受験化しすぎた。
- ・ 究極的な芸術
- ・ どうかしたい。

- ・ おもしろい道具
- ・ どうやって身に付くかわからない論理的能力をつけるものの一種
- ・  ←こんなイメージ
- ・ 現実とは別に確立された世界
- ・ だるい
- ・ 宿題多い。
- ・ 論理を構成する学問
- ・ Mysterious
- ・ 難解
- ・ 美学
- ・ 数字の羅列
- ・ おもしろい
- ・ 美しい
- ・ 縁があまりなかった。
- ・ 苦手になってきている。
- ・ やらなきゃ
- ・ 難
- ・ センスのある人・ない人がいるなと・・・
- ・ 深い
- ・ 思考力が必要なもの
- ・ 不思議
- ・ 努力
- ・ へんなの
- ・ 証明が命
- ・ 数学
- ・ 天敵
- ・ 人間の能力が創造した世界
- ・ 日本史の次に好きな教科、英語より全然マシ。
- ・ 論理的
- ・ I II AB III C
- ・ 好きな奴ほどよくできる。
- ・ 論理的
- ・ 自分は数学できるのかとかよくわからない。
- ・ 明確だ。
- ・ Dream maker
- ・ 真理
- ・ 難しいけどまあ面白い。
- ・ 発想力
- ・ もっと深く理解したい学問
- ・ 理解の楽しみ
- ・ メンドウクサイゲーム
- ・ マニアックな教科
- ・ 頭の体操
- ・ ひろい
- ・ 微妙
- ・ 抽象的であり、数式だけの世界
- ・ 道具
- ・ 好きになれない
- ・ 計算がめんどい
- ・ 万人に理解できる机上の空論（少なくとも高校の範囲では）
- ・ できたらとても楽しい学問でしょう。
- ・ 意味不明
- ・ つらい
- ・ 趣味
- ・ 計算ばかり
- ・ おくぶか
- ・ 遊び
- ・ 算数の正体
- ・ 漠（おとこ）を磨くための手段
- ・ つまらない(2)
- ・ やればできる
- ・ パズル

- ・ ややこしい
 - ・ 解ければ楽しい
 - ・ やや複雑系
 - ・ 数字の世界
 - ・ 抽象的
 - ・ おもしろい
 - ・ パズル
 - ・ 苦手
 - ・ 論理学
 - ・ ガンバロウ
 - ・ 強敵
 - ・ すばらしき抽象性の世界であり、先人たちの積み上げた知識がたまっている。
 - ・ めんどくさい
 - ・ 量的な考え方
 - ・ 論理的だが面倒くさい。
 - ・ 奥の深いパズル
 - ・ 天才
 - ・ 数と数の関係
 - ・ パワー
 - ・ たのしい
 - ・ ライバル
 - ・ ファイト一発
 - ・ 最後のとりで
 - ・ 障害物競走
 - ・ 数式の世界
 - ・ わからない (2)
 - ・ あるルールのもとで行われる一種のゲーム
 - ・ 青紫色のレッカー車
 - ・ 集中すると姿勢が悪くなって目が悪くなる。
 - ・ 受験用
 - ・ 綺麗…でも難しい
 - ・ 難しい問題は難しい。
 - ・ へんなの
 - ・ 受験数学は暗記っぽい。
 - ・ 難問で本質をとらえずらい。
 - ・ 解がきれいな問が好き
 - ・ 論理的思考力
 - ・ たくさん勉強することがある。
 - ・ 論理的思考力の訓練
- < A校 >
- ・ 苦手
 - ・ いつの間にか見るのも嫌になっていた。
 - ・ いろいろなことを理論的にとらえるために必要な知識
 - ・ つまんない
 - ・ 実際には役に立たない。
 - ・ おもしろいけれど難しくて大変。
 - ・ 記号が多すぎる。
 - ・ どちらかといえば好き。
 - ・ 暗記と理解
 - ・ 数字や計算で表された式や図の具体的なイメージが捉えにくく漠然としている。
 - ・ That's CD-R
 - ・ 深い (2)
 - ・ 残念ながら今は無縁の学問
 - ・ もうこれ以上数学に関する発見がないように。
 - ・ うざっ
 - ・ 数学
 - ・ 数字
 - ・ 昔の人の遊び道具
 - ・ マカ不思議
 - ・ おもしろさに波がある。
 - ・ 好きな人は好きだろうなというイメージ
 - ・ ややこしい (2)

- ・ 時間がかかるなあー
 - ・ 数字で作れる自分の世界
 - ・ 固い(2)
 - ・ 机上の話
 - ・ 答えがひとつに決まる。
 - ・ 我が受験人生最大にして最強の敵
 - ・ 何のためにやるの。
 - ・ 理系の基本
 - ・ 受験外科目
 - ・ 悠久なる学問
 - ・ 具体性が足りない。
 - ・ 十人十色
 - ・ めんどくさいかも
 - ・ 創造
 - ・ 理論学
 - ・ コンニャク、大根、はんぺん、つみれ、ちくわぶ、要はおでん。
 - ・ 好きな人がやればよい。
 - ・ 数学は分かればすごくおもしろい。
 - ・ なぞ解き
 - ・ 数学は必要だ
 - ・ 難しいものを簡単にする道具
 - ・ 将来の役に立つかもしれないもの
 - ・ 受験のためでなく、楽しむことも。
 - ・ 時間がかかる
 - ・ やった分だけ点が取れる。
 - ・ ちょうどいいと思う。
 - ・ 複雑(2)
 - ・ 理想と違う
 - ・ それちょっと難しいですよ。
 - ・ 必要ない
 - ・ 奥が深い(3)
 - ・ 数Ⅲはよくわからん。
 - ・ ナゾ
 - ・ 数を学ぶ。
 - ・ むずかしいかも
 - ・ マヤカシ
 - ・ むずかしい(16)
 - ・ 数学ができる人間は世を動かす人になる。
 - ・ 爽快
 - ・ もうおなかいっぱい
 - ・ おもしろいものはおもしろい。
 - ・ 結局は暗記が多い。
 - ・ 算数の方が難しい。
 - ・ Ⅲ, C, 難
 - ・ 無駄
- <B校>
- ・ あまりやりたくない
 - ・ おもしろい。奥深し。
 - ・ 奥が深い。やってもやってもきりが無い。
 - ・ 難。さみしい涙。
 - ・ なぞ
 - ・ なんでいつまでたってもできないんだー
 - ・ とりあえずやばい。
 - ・ きらいならば、やらなくていい。
 - ・ 難しすぎる問題はいらぬ。
 - ・ 数学の学習の意味がわからない。
 - ・ 得意になりたいけど、できなくて困るもの。
 - ・ ややこしい
 - ・ はてしない
 - ・ 私を困らせる存在
 - ・ めんどくさ(2)
 - ・ 意味あるの？
 - ・ 何も思っていない。

- ・ 無限
 - ・ 私にはむいてない。
 - ・ 片思い中
 - ・ 時間の無駄
 - ・ わかればすごく楽しい教科。でも根本から論理を分かったのは以外と大変だと思う。
 - ・ グラフ電卓がうざい。
 - ・ きらい
 - ・ 楽しいです(3)
 - ・ 時間がかかる。
 - ・ 文系も数ⅢCやりたい。
 - ・ 数字遊び
 - ・ ノーコメント
 - ・ たくさん解くのが大切。
 - ・ 私の前から消えてなくなれ。
 - ・ ー＋×これさえできれば生きていける。
 - ・ はやく手を切りたい。
 - ・ つらい。
 - ・ 何とかしなくてはいけないもの。
 - ・ わかればおもしろい。
 - ・ できれば面白いだろうが、そこに行き着くまでが大変苦しい。
 - ・ 数とのふれあい
 - ・ 不可解(2)
 - ・ やりたくないけどやらなくちゃ。
 - ・ 関係ないもの
 - ・ パズルです。
 - ・ わかれば楽しい。
 - ・ 全ての教科と結びついたもの。
 - ・ 摩訶不思議
 - ・ 複雑
 - ・ 大変
 - ・ いろいろ。2度とやんねー
 - ・ 奥が深い(2)
 - ・ 中学の時は好きだったのに。
 - ・ 論理的
 - ・ 道具
 - ・ 難しい(12)
- <C校>
- ・ 深い
 - ・ 奥深い
 - ・ 法則を知る学問
 - ・ まるでパズルだ。
 - ・ 予習・復習
 - ・ 数学は文理ともに必要。
 - ・ 数学は暗記科目。
 - ・ 何の役に立つのだろうか。
 - ・ 難しい(3)
 - ・ かたい
 - ・ 無駄な知識が多すぎる。
 - ・ かるめやき
- <D校>
- ・ 立体的
 - ・ 苦手
 - ・ とっても考える教科
 - ・ 受験のための数学
 - ・ 難しくてもおもしろい
 - ・ 不用なもの
 - ・ インテリ的だと思う
 - ・ 問題を解くのに時間がかかる
 - ・ wonderful
 - ・ 頭の運動
 - ・ パズル
 - ・ 生きていく上では特に必要なしかな。

- ・ 義務的
- ・ 自分の力だけで解けたとき嬉しい。
- ・ 難しいが解けると楽しい。
- ・ 数学が好きな人じゃなきゃできない。
- ・ 大変(2)
- ・ 複雑
- ・ 難しい(9)
- ・ 難しいものは難しい。
- ・ 努力が必要
- ・ わかんない
- ・ 頭をやわらかくしてくれるもの
- ・ ややこしい

<E校>

- ・ 螺旋階段
- ・ パズルだね。
- ・ 好き嫌いがはっきりしてる。
- ・ やり方さえ間違わなければ簡単なものだと思う。
- ・ 好きじゃない。
- ・ 数学はできなければつまらないが、できると面白い。
- ・ 将来役立ちそうもない。
- ・ 平方完成万歳
- ・ 難しい(3)
- ・ 先人はすごいなあ。
- ・ 解ければ楽しい。
- ・ わけがわからない。

6. 解答調査について

以下に調査問題 C, D の解答結果及び分析を報告する。なお調査は、2 題を同時に配付し、50 分間後に回収する形で行った。

(1) 調査問題 C について

【1】調査学年、数、実施時期：

49 期 中学3年 118 名、1997 年6月実施

高校2年 151 名、2000 年3月実施

【2】問題

適当な正の整数を考える。各位の数の和を求め、それが2桁以上だったらさらに同じことを繰り返し、1桁になったら止める。

例 $5678 \rightarrow 5+6+7+8=26 \rightarrow 2+6=8$

$1234 \rightarrow 1+2+3+4=10 \rightarrow 1+0=1$

(1) もとの数と、求めた1桁の数にはどのような関係があるか。

また、それはなぜか。

(2) 例にある2つの整数の1桁の数の和は、 $8+1=9$

また、2つの整数の和について1桁の数を求めると、

$5678+1234=6912 \rightarrow 6+9+1+2=18 \rightarrow 1+8=9$

となり、1桁の数は一致する。

このことはいつでも成り立つか。

また、和ではなく差や積ではどうか。

【3】解答結果

設問 (1)：

		中学3年	高校2年
不正解	①白紙	16%	12%
	②解なし	26%	9%
	③元の数が特別な場合の関係のみ	2%	7%
	不正解合計	44%	28%
正解	④9で割った余り(説明なし)	14%	1%
	⑤9で割った余り(文章で少し説明)	8%	12%
	⑥9で割った余り(帰納的に類推)	14%	13%
	⑦9で割った余り(3, 4桁で説明)	12%	15%
	⑧9で割った余り(n桁で説明)	8%	31%
	正解合計	56%	72%

設問（２）：

中学３年

設問(1)の 解答結果	和		差		積	
	成立	不成立	成立	不成立	成立	不成立
① 16%	5%	0%	5%	1%	5%	0%
② 26%	4	0	3	1	3	1
③ 2%	0	0	0	0	0	0
④ 14%	2	0	2	0	1	0
⑤ 8%	5	0	3	1	3	1
⑥ 14%	8	0	6	2	5	2
⑦ 12%	6	2	5	2	3	3
⑧ 8%	7	1	6	2	6	1
合計	37	3	30	9	26	8

高校２年

設問(1)の 解答結果	和		差		積	
	成立	不成立	成立	不成立	成立	不成立
① 12%	1%	0%	1%	0%	1%	0%
② 9%	1	1	1	1	1	1
③ 7%	1	1	0	1	0	1
④ 1%	1	0	1	0	1	0
⑤ 12%	8	0	4	3	4	3
⑥ 13%	7	0	4	2	3	1
⑦ 15%	10	0	10	0	7	0
⑧ 31%	26	1	25	1	19	3
合計	55	3	46	8	36	9

【４】分析と考察

- 設問（１）は正解者が増加した。また、説明なしがほとんどいなくなり、n桁 で説明しようとするものが大幅に増えた。経験的なこともあるだろうが、具体例 から帰納的に性質を発見する能力が高まり、また、一般的な説明の必要性についての認識も高まったと考えられる。
- 設問（２）について、中３時には（１）で①②の者も解答しているが、高２時 ではほとんど答えていない。意欲の問題もあるだろうが、『答だけ（成立 or 不成立）を解答してもだめ』ということについての認識が深まったのであろう。
- 設問（２）について、不成立と答えたものは中学と高校で余り変化はない。
『和』の不成立は多くのものが２桁になる場合を例に挙げている。
『差』の不成立については、負となる場合を例にあげたものが多い。
『積』を不成立と考えた者の多くは計算間違いのためであったが、設問(1)の事（剰余）を積につなげるのは難しいようだ。

調査問題 C の (1) の解答例

例 1

もとの数を N 求めた1桁の数 m とかく。

$$N = 9q + r \quad (r \in \mathbb{N}, 0 \leq r < 9) \Rightarrow m = r \quad (\text{ただし } r=0 \text{ のときは } m=9)$$

という関係がある。

(2) N が k 桁の数で各桁の数が $a_i (i=0 \sim k)$ のとき
 $(N = \sum_{i=0}^k a_i 10^i)$

$$10^0 = 1 = 9 \cdot 0 + 1$$

$$10^k = 9 \cdot a + 1 \quad \text{とかけると } (a \in \mathbb{Z} \wedge a \geq 0)$$

$$10^{k+1} = (9 \cdot a + 1)(9 \cdot b + 1) = 9(9a + a + 1) + 1$$

$$\therefore k \in \mathbb{Z} \wedge k \geq 0 \text{ の全ての } k \text{ について } 10^k = 9 \cdot b + 1 \quad (b \in \mathbb{Z} \wedge b \geq 0)$$

となっている。

$$N = 9 \cdot X + \underbrace{\sum_{i=0}^k a_i}_M \quad (X \in \mathbb{Z} \wedge X \geq 0)$$

と書けた。

これを M に m まで適用して、というおりにくり返し、

余りが1桁になったときの値が $m=r$ である。

たまたま、 $M=9$ としたとき余りは0になるが、それ以上操作

(2) のとき、そのまま $m=9$ とする。

例 2

もとの数 N と求めた数 m が 9 で合同

もとの数 N は 9 以下の自然数 $a_1, a_2, \dots, a_n (n \geq 1)$

を用いて、 $a_1 \cdot 10^{n-1} + a_2 \cdot 10^{n-2} + \dots + a_n \cdot 10^0$ と表せる。各桁の

$$a_1 \cdot 10^{n-1} + a_2 \cdot 10^{n-2} + \dots + a_n \cdot 10^0$$

$$= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$$

$$= a_1 (10^{n-1} - 1) + a_2 (10^{n-2} - 1) + a_3 (10^{n-3} - 1) + \dots + a_n (10^0 - 1)$$

$$= 9 \{ a_1 (10^{n-2} + 10^{n-3} + \dots + 10^0) + a_2 (10^{n-3} + 10^{n-4} + \dots + 10^0) + \dots + a_{n-1} \}$$

$$\equiv 0 \pmod{9}$$

$$\text{ゆえに } a_1 \cdot 10^{n-1} + a_2 \cdot 10^{n-2} + \dots + a_n \cdot 10^0 \equiv a_1 + a_2 + \dots + a_n \pmod{9}$$

また、 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ は各桁の数の和 M である。
 同様のことが、 M を求めた1桁の数 m と M の数 m について、合同。(証明終り)

例 3

$$10 \equiv 1 \pmod{9}$$

$$10^m \equiv 1 \pmod{9}$$

$\pmod{9}$ で考えると、

$$5678 = 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 7 \times 10 + 8 \equiv 5 + 6 + 7 + 8 \equiv 26$$

$$\equiv 2 \times 10 + 6 \equiv 2 + 6 = 8 \pmod{9}$$

A もとの数 N を 9 で割った余り (ただし、割り切れる時は余り 9 とする)

1314

9であった数と同じになる、ただし桁数
の桁、これは9になる。

理由: それぞれの位にわけて、9にわけた時、その位の数が
おまけになる、だから、その数の和がおまけとなり、そのおまけが
おまけ

例: 5678 → 5000 600 20 8
おまけ 3 6 7 8

10以上のときも、もう一度
9でわけるので、
あっていくとおまけになる。

1315

・おまけの数や3n桁の数aを、おまけの数も3n桁の数

$$a_1 + a_2 \times 10^1 + a_3 \times 10^2 + a_4 \times 10^3 + \dots + a_n \times 10^{n-1} = 3m \quad (m \in \mathbb{Z})$$

$$a_1 \times 10^{n-1} + a_2 \times 10^{n-2} + a_3 \times 10^{n-3} + \dots + a_n \times 10^0 = 10^{n-1} \times (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

$$\rightarrow a_1 \times 10^1 + a_2 \times 10^2 + a_3 \times 10^3 + \dots + a_n \times 10^{n-1} = 3m$$

$$a_1 \times (10^n - 1) + a_2 \times (10^{n-1} - 10^0) + a_3 \times (10^{n-2} - 10^1) + \dots + a_n \times (10^1 - 10^{n-1}) = 10^{n-1} \times (a_1 + a_2 + \dots + a_n) - 3m$$

左辺は3n桁の数、 $10^{n-1} \times (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ も3n桁の数

∴ $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ は3の倍数

以上の操作を繰り返すと、最終的に、おまけの数も3桁の数になる。

ii) ・おまけの数も9n桁の数aを、おまけの数も9

$$a_1 + a_2 \times 10^1 + a_3 \times 10^2 + \dots + a_n \times 10^{n-1} = 9m \quad (m \in \mathbb{Z})$$

上と同様に計算する。

$$a_1 \times (10^n - 1) + a_2 \times (10^{n-1} - 10^0) + a_3 \times (10^{n-2} - 10^1) + \dots + a_n \times (10^1 - 10^{n-1}) = 10^{n-1} \times (a_1 + a_2 + \dots + a_n) - 9m$$

左辺は必ず9n桁の数になるから、 $10^{n-1} \times (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ も9n桁の数

∴ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ は9の倍数

以上の操作を繰り返すと、おまけの数も9桁の数

1316

$$18(11 \rightarrow 1+1=2) \\ 29 \rightarrow 2+9=11 \rightarrow 1+1=2$$

$$9(20 \rightarrow 2+0=2)$$

$$189(111 \rightarrow 1+1+1=3) \\ 300 \rightarrow 3+0+0=3$$

$$180(120 \rightarrow 1+2+0=3)$$

$$90(210 \rightarrow 2+1+0=3)$$

$$108(102 \rightarrow 1+0+2=3)$$

$$99(201 \rightarrow 2+0+1=3)$$

2 → 2	4 → 4	5 → 5	6 → 6
11 → 2	13 → 4	14 → 5	15 → 6
20 → 2			
29 → 2			
38 → 2	94 → 4	95 → 5	96 → 6
47 → 2	103 → 4	104 → 5	105 → 6
92 → 2	994 → 4	995 → 5	996 → 6
101 → 2	1003 → 4	1004 → 5	1005 → 6
110 → 2			
992 → 2			
1001 → 2			
1010 → 2			

9(12 → 1+2=3)
21 → 2+1=3
9(30 → 3+0=3)
39 → 3+9=12=3
9(48 → 4+8=12=3)
57 → 5+7=12=3
9(66 → 6+6=12=3)
75 → 7+5=12=3
84 → 8+4=12=3
9(93 → 9+3=12=3)
102 → 3
111 → 3
120 → 3
129 → 3
993 → 3
1002 → 3

これらの結果から、9で割って余った数が、
操作を繰り返して出た桁の整数になると思像できる

「ある正の整数を9で割る」という操作には、次の2つの手順が考えられる

例: 1000の位 --- a
10の位 --- b
1の位 --- c
) という正の整数の場合 (a>0, b>0, c>0)

① $(100a + 10b + c) \div 9 =$

② $(100a + 10b + c) \div 9 = (11a + b) \times 9 + a + b + c$

例 7 2つの正の整数 x, y , z に対して 1 桁に z を加えて
繰り出した結果現れた数を a, b とする.

$$\text{今、問題 1 より } x \equiv a, y \equiv b \pmod{9} \quad \dots (1)$$

$$\therefore x - a = 9m \quad (m \in \mathbb{N}) \quad \dots (2)$$

$$y - b = 9n \quad (n \in \mathbb{N}) \quad \dots (3)$$

! (2) + (3) より

$$x + y - (a + b) = 9(m + n)$$

$$\therefore x + y \equiv a + b \pmod{9}$$

よって、今 p, q を 1 桁の数とし、 $p \equiv q \pmod{9}$ となる

$p = q$ となる、 1 桁の数の和は一致する。

同様に (2) - (3) より (対称性より $x > y$ とする) //

$$x - y - (a - b) = 9(m - n)$$

$$\therefore x - y \equiv a - b \pmod{9}$$

よって 1 桁の数の差も一致する。

$$\text{E1: } \begin{aligned} x &= 9m + a \\ y &= 9n + b \end{aligned} \quad \text{よって } xy = 81mn + 9(my + nx) + ay$$

$$\therefore xy - ay = 9(9mn + my + nx)$$

$$\therefore xy \equiv ay \pmod{9}$$

よって 1 桁の数の積も一致する。 //

例 8

(1) 例. 7 の数 $m \rightarrow$ 求む値 k .

" $n \rightarrow$ " 1 とする.

$$m = 9s + k$$

$$n = 9t + l \quad \text{とする.}$$

E2. 和は,

$$m+n = 9(s+t) + k+l$$

$$\equiv k+l \pmod{9}$$

$$\text{積 } mn = 9(st) + 9(sl+kt) + kl$$

$$\equiv kl \pmod{9}$$

$$\text{差 } m-n = 9(s-t) + k-l$$

$$\equiv k-l \pmod{9}$$

ゆえに 1 桁の数の積・和・差を行なうと、先ず積・和・差の 1 桁の値は一致する。だから、いま 2 桁に注目。

たとえば、 kl , kl , $k-l$ の 2 桁に注目すると再び 1 桁の数の積・和・差の値は一致する。だから、いま 3 桁に注目。 //

13119

和のとき、成り立たない。

たとえば、5678 と 5679 の場合。

$$\begin{cases} 5678 \rightarrow 8 \\ 5679 \rightarrow 9 \end{cases}$$

1桁の数の和は 17 - ③

$$\text{また、} 5678 + 5679 = 11357 \rightarrow 17 \rightarrow 8 - ②$$

よって、①②は異なす。

差のとき、成り立たない。

たとえば、6912 と 7000 のとき。

$$\begin{cases} 6912 \rightarrow 9 - ③ \\ 7000 \rightarrow 7 - ④ \end{cases}$$

④ - ③ を考えて、

$$7000 - 6912 = 88 \rightarrow 7 - ⑤$$

$$7 - 9 = -2 - ⑦$$

積のとき、成り立たない。

たとえば、12 と 25 のとき。

$$\begin{cases} 12 \rightarrow 3 \\ 25 \rightarrow 7 \end{cases}$$

$$12 \times 25 = 300 \rightarrow 3 - ⑧$$

$$3 \times 7 = 21 - ⑨$$

②⑨は異なす

$$\begin{array}{l} 12 \rightarrow 3 \\ 25 \rightarrow 7 \end{array} \Bigg| 21$$

⑤⑦は異なす。

131110 270正の整数 $9a+b$ $9c+d$ 222
①は $b+d$

$$+) 9c+d$$

$$9(a+c) + b+d \dots A$$

$$b+d \geq 9 \Rightarrow A \text{ の値は } b+d \text{ と異なる} \dots B$$

$$b+d < 9 \Rightarrow A \text{ の値は } ① \text{ に等しい} \quad \text{②} + ①$$

Bruteforce

$$b+d \leq 16 \text{ のとき}$$

Ans

$$9(a+c) + b+d$$

$$= 9(a+c+1) + (b+d-9) \text{ と } ③$$

$$\text{よって } b+d-9 = ② \quad \text{②} + ①$$

131111

成り立つ。

理由 $\text{mod } 9$ を考えてみる。

$$10^n \equiv 1 \pmod{9} \quad (n \text{ は } 0 \text{ 以上の整数})$$

たとえば、例として $5178 + 1234 = 6412$ 。先に足して、後で引くか？

結局は、各々の桁に別々に計算して、 $6412 = 6412$ となる。

計算も同様の理由で、常に成り立つ。

計算は常に成り立つ。理由。

(反例)

$$\begin{array}{r} 26 \geq 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 8 + 1 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \times 10 = 260 \\ \downarrow \\ 8 \end{array}$$

(2) 調査問題Dについて

【1】調査学年・人数・実施時期

49期 中学3年 121名：1997年6月実施

高校2年 105名：2000年3月実施

【2】問題

A, B, C, D, E, F, G, Hの8人が、自分自身を含む8人のことについて、それぞれつぎのように言っています。

A：僕たちの中で少なくとも1人は正しいことを言っています。

B：僕たちの中で少なくとも2人は正しいことを言っています。

C：僕たちの中で少なくとも3人は正しいことを言っています。

D：僕たちの中で少なくとも4人は正しいことを言っています。

E：僕たちの中で少なくとも1人は間違ったことを言っています。

F：僕たちの中で少なくとも2人は間違ったことを言っています。

G：僕たちの中で少なくとも3人は間違ったことを言っています。

H：僕たちの中で少なくとも4人は間違ったことを言っています。

間違ったことを言っているのは誰ですか。(いない場合にはいないと答なさい。)間違ったことを言っている人をどのように考えて求めたかもかきなさい。

【3】解答結果

	中学3年次	高校2年次	中学3年	高校2年
正 答	76.9	68.6	93	72
誤 答	13.2	18.1	16	19
白 紙	9.9	13.3	12	14
合 計	100%	100%	121人	105人

【4】正答の分類

【正解：72人】と【正答例】

(1)：～(～君の)の否定：29人

(考え方)：否定することによって、正答例(2)の人数に矛盾が起こる。

(2)：～(～君が)正しいとすると：14人

(3)：～人(人数が)正しいとすると：18人

(4)：～人が間違っていない場合：1人

(5)：表を作成した：6人

(6)：理由なし・考察なし：2人

(7)：A, Eが正しいことは自明である。よって、B, C, Dは正しいがH, Gはうそ。2人

	中学3年次	高校2年次	中学3年	高校2年
正答例(1)	39.8	40.3	37	29
正答例(2)	20.4	19.4	19	14
正答例(3)	19.4	25.0	18	18
正答例(4)	2.2	1.4	2	1
正答例(5)	8.6	8.3	8	6
正答例(6)	8.6	2.8	8	2
正答例(7)	1.1	2.8	1	2
合計	100%	100%	93人	72人

【5】分析と考察

解 法	中学3年次	高校2年次	中学3年	高校2年
仮定から導く(1)+(2)	68.8	59.7	64	43
人数から導く(3)+(4)+(6)	21.5	29.2	20	21
その他 (5)+(7)	9.7	11.1	9	8
正解者合計	100%	100%	93人	72人

1. 正解率が若干ではあるが減少した。これは、問題Cと同時に実施したが、中学次に比較して問題Cにより多くの時間を注いだとも考えられる。しかし、逆に正解率が増加していないことの原因として、この問題を解決するに当たり、背理法などの証明法や論理などの学習が活かされていないことも考えられるだろう。あるいは、問題に取り組む意欲の問題もあるかもしれない。

2. 「数学で学んだ知識や技能がいかに関理的思考に活かされるか」を調べるねらいで実施した調査問題であったが、出題のねらいに対してこの問題が適当であったのかについてさらに検討したい。

間違っている人がおいて仮定する

E~Hは正しいことを言っていることに仮定して矛盾。

7人いるとする。

A, E~Hは正しいことを言っていることに仮定して矛盾。

同様に間違っている人数を仮定して見れば

A~Hについているとか間違っているかどうかは判断できるの？

それで候補をあげる。

すると2人になり G, H が X

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1人正しい	○	X	X	X	○	○	○		→一致しない
2人 "	○	○	X	X	○	○			→一致しない
3人 "	○	○	○	X	○				→一致しない
4人 "	○	○	○	○	X				→主矛盾
5人 "	○	○	○	○	○				→F矛盾
6人 "	○	○	○	○	○	○	X	X	
7人 "	○	○	○	○					→G矛盾
8人 "									→全て肯定できる
0人 "									→全て肯定できる

GとHが○

	A	B	C	D	E	F	G	H	
$0 < 1 \Leftrightarrow 0 \geq 1$	A	○							
$0 < 2 \Leftrightarrow 0 \geq 2$	B	○	●						
$0 < 3 \Leftrightarrow 0 \geq 3$	C	○	○	●					
$0 < 4 \Leftrightarrow 0 \geq 4$	D	○	○	○	●				
$X < 1 \Leftrightarrow X \geq 1$	E	○	○	○		●			
$X < 2 \Leftrightarrow X \geq 2$	F	○	○	○	○	○	●		
$X < 3 \Leftrightarrow X \geq 3$	G	○	○	○	○	○	○	●	
$X < 4 \Leftrightarrow X \geq 4$	H	○	○	○	○	○	○	○	●

↑
A~Hの条件。

「条件が矛盾を正しくとした時
A~Hの正誤を表した表。」

EFAGは30%の確率で正しい
ABCDは0%の確率で正しい
→矛盾

EFAGは30%の確率で正しい
ABCDは0%の確率で正しい
→矛盾

EFAGは30%の確率で正しい
ABCDは0%の確率で正しい
→矛盾

GとH。

8人が同時に正しいことはありえない
間違っている

Dが正しいと仮定 → A, B, C も正しい → Hが正しい → E, F, G が間違っていることに
なりかこれは矛盾 → Hは間違っている → Eは正しい
→ Gが正しい → H, F が間違っている → Fは正しい
これは矛盾 → Gは間違っている → Fは正しい
Dが間違っていると仮定 → 正しいのは3人以下 → 間違っているのは5人以上
→ E, F, G, H が正しいことになったか → 正しいのは3人以下なのでこれは矛盾

従って G, H が間違っている

A: 1~8人	正しい	A: 0人	正しい
B: 2~8人	"	B: 0~1人	"
C: 3~8人	"	C: 0~2人	"
D: 4~8人	"	D: 0~3人	"
E: 0~7人	"	E: 8人	"
F: 0~6人	"	F: 7~8人	"
G: 0~5人	"	G: 6~8人	"
H: 0~4人	"	H: 5~8人	"

よって
間違い (GH)

7. 今後の課題

今年度の調査により、当初計画した中高6カ年を通した3つの追跡調査をすべて実施できた。本調査全体の分析と考察については、今後の課題となる。結果については来年度以降、本校教育研究会や論集で報告する予定である。

まず A~D について考える。

正しい事を言う人数 < 4 の時 ... ①

m 人正しい事を言っている人は ... ②

$(4-m)$ 人 間違えていることになる。

おと、「僕達の ... $(4-m)$ 人 間違えていると言っています。」

と答えている奴が正しいので

$m + 4 - m = 4$ 人 正しい事を言っていることになる。 ... ③

①、②、③ より 矛盾 する。

よって A、B、C、D は正しい

次に E~H について考える

H が ① の時、E、F、G も ① になる。おと ① が一人も

いなくなる 矛盾 するので H は ① にならず。

H が ②、G が ② の時 E、F も ② になる。おと ② が一人に

なり 矛盾 するので H、G は ② にならず。

H、G が ③ F が ③ の時 E も ③ になる。おと ③ が二人に

なり。矛盾は生じない。

よって

A、B、C、D、E、F は正しいことを言っている

GH

は間違えていることを言っている。