

風速予測誤差に基づく 風力デリバティブの最適化設計*

山田 雄二

筑波大学大学院ビジネス科学研究科

東京都文京区大塚 3-29-1

E-mail: yuji@gssm.otsuka.tsukuba.ac.jp

概要

風力発電は、 CO_2 を排出しないクリーンエネルギーとして世界規模で注目される一方、将来の発電出力が風況に依存し確定的でないため、発電計画を立てるのが困難であることが知られている。これに対して、発電出力をあらかじめ予測し、発電計画を立てて取引市場に出すことができれば、風力発電における売電価値は向上するものと考えられる。ところが、このように発電出力を予測し取引に活用するには、出力予測誤差に起因する新たなリスクを考慮する必要がある。本研究の目的は、風力発電出力予測における予測誤差から生じる損失のリスクを、効果的にヘッジするための新たな天候デリバティブを提案することである。

本論文における風力デリバティブ構築の基本的な考え方は、発電出力予測誤差に伴う損失を、風速予測誤差に関するデリバティブでヘッジすることである。ここでは、まず、風速予測値を説明変数とするトレンド予測に基づく価格付け手法を用いて、時点ごとの風速実測値を原資産とする風速先物を導入する。つぎに、風速予測誤差の絶対値を原資産とする風力デリバティブを設計し、風力デリバティブの最適支払関数を求める。さらに、反復計算による損失関数と風力デリバティブの支払関数の同時最適化を行い、風力デリバティブを利用するのに最もヘッジ効果の高い損失関数と風力デリバティブの支払関数の構造を示す。また、実際のデータに対し、提案する風力デリバティブのヘッジ効果を検証する。

*本稿におけるデータをご提供いただいた伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 (CTC)、ならびに同科学システム事業部福田寿氏、谷川亮一氏、早崎宣之氏の貴重なご意見に謝意を表します。

1 はじめに

将来の気象条件や気象に関連する商品の需要等を予測し、仕入れや取引契約等に活用するといったニーズは、現実のビジネスにおいて少なからず高い。このように企業が気象予測に基づいて意思決定を行う場合、気象予測が外れれば、企業は事前に想定した収益が達成できなくなるという収益減少リスクを負う。本論文では、このような気象予測誤差によって生ずる損失のリスクを、効果的にヘッジする新たな天候デリバティブを提案する。また、提案する天候デリバティブの、風力発電ビジネスにおける気象予測誤差に起因する損失リスクヘッジ効果を検証する。

通常为天候デリバティブの場合、その支払額は、決められた場所や時点(もしくは期間)における実際の気象データと、あらかじめ定められた取引水準によって決定される[5, 7, 8]。気象リスクは多くの企業が抱える問題であるが、電力事業における気象の影響は特に大きいものと考えられる。例えば、夏季や冬季の電力需要は、気温に大きく依存し、冷夏や暖冬における収益減少のリスクヘッジ手法として、気温インデックスを用いた天候デリバティブは、国内外問わず広く利用されてきている[11]。一方、電力供給側である発電事業主の観点からは、火力などの調整可能電源は気象の影響を受けにくいのであるが、風力や水力発電等の再生可能電源における気象の影響はより深刻である。特に風力発電は、近年、CO²を排出しないクリーンエネルギーとして世界規模で注目されており、風力発電事業におけるリスクヘッジに有効な天候デリバティブの開発と取引活性化は、今後、急務であると考えられる。

風力発電の実用化における最大の問題点は、出力が発電時点の風況に依存するため、実際に発電を行うまで発電量が確定的でないことである。この問題を解決するため、最近では、局地的な気象解析によるシミュレーションモデルを利用することにより、翌日の風力発電量を予測し取引に活用する試みが実用化されつつある[4]。ところが、発電出力予測には一般に予測誤差が存在するため、発電出力予測誤差が原因で生じる損失のリスクをどのようにヘッジするかという新たな課題が生じる。本研究の目的は、このような損失を、効果的に補うための新たな天候デリバティブを提案することである。なお、提案する天候デリバティブは“風”を原資産とするので、総じて“風力デリバティブ”と呼ぶことにする。

本論文における風力デリバティブ構築の基本的な考え方は、発電出力予測誤差が原因で生じる損失を、風速予測誤差に関するデリバティブでヘッジすることである。ここでは、まず、風速予測値を説明変数とするトレンド予測に基づく価格付け手法[14]を用いて、時点ごとの風速実測値を原資産とする風速先物を導入する。ここで、トレンド予測に基づく価格付けとは、価格付けに有意と考えられる変数を説明変数としてデータトレンドを推定し、天候デリバティブの価格を計算する手法である。つぎに、風速予測誤差の絶対値を原資産とする風力デリバティブを以下の手順で設計する。Step 1) 風力発電出力に対する予測値と実測値の関係をスプライン回帰式で記述し、残差を発電出力予測誤差とする。Step 2) 同様に、風況予測における風速予測値と実測値の関係を

スプライン回帰式で記述し、残差を風速予測誤差とする。Step 3) 発電出力予測誤差に対し損失関数をあてはめ、これに対する風速予測誤差の絶対値のスプライン回帰を行い、風速予測誤差の絶対値に対する風力デリバティブの支払額を算出する。さらに、反復計算による損失関数と風力デリバティブの支払関数の同時最適化を行い、風力デリバティブを利用するのに最もヘッジ効果の高い損失関数と風力デリバティブの支払関数の構造を示す。また、実際のデータを用いて、風力発電ビジネスにおける風力デリバティブのヘッジ効果を検証して行く。

2 予測誤差のリスクと風力デリバティブ

2.1 出力誤差に対する損失関数

地球環境問題に対する関心が高まる中、2003 年 4 月より“電気事業者による新エネルギー等の利用に関する特別措置法（通称：RPS 法）”が施行され、電気事業者に対し販売電力量の一定割合以上を太陽光発電、風力発電といった新エネルギーで賄うことが義務づけられるなど、新エネルギーの一層の導入促進が求められている。しかし、風力発電や太陽光発電は、出力が天候や気象状況に大きく左右され、電力としての利便性は低く、従って売買単価も低く見積もられる傾向がある。例えば、風力発電の場合、あらかじめ出力が定まらない成り行き発電における売電電力の価値は、3-4 円/kW 程度と想定されている [12]。これに対して、風況予測により翌日の出力を推定し、発電計画を立てて取引市場に出すことができれば、風力発電における売電価値は向上する。例えば、文献 [9] では計画発電可能な場合の売買単価を 7 円/kW に、文献 [12] では 10 円/kW 程度に見積もっている。

風力発電を利用して計画発電をする上では、発電出力予測は必要不可欠である。文献 [9] では、このような発電出力予測を用いた計画発電の実現可能性について検討している。そこでは、出力変動を補うために蓄電池を利用した場合のシミュレーションが行われているのであるが、計画発電電力が達成されなかった場合のペナルティーとして、不足分 1kW あたり 10 円の違約金が想定されている。これは、発電事業者にとっては、発電出力予測誤差に伴う損失と考えられる。一方、予定出力を上回る分の売電電力価値は、成り行き発電による電力の価値とみなすことができるので、文献 [12] より、3-4 円/kW 程度と推定される。さらに、予定出力が得られた場合の売電価格は 7-10 円/kW 程度というように、風力発電を計画発電に利用する際の取引形態そのものが、発電出力誤差を原資産とするデリバティブ契約を潜在的に含むものになることが考えられる。

このような取引形態において、仮に計画発電可能な場合の売買単価が 7 円/kW である場合に、予定出力を上回る分の売電電力価値を 3 円/kW とすると、この差額である $7 - 3 = 4$ 円/kW は以下の 2 通りの解釈が可能である。

- 予定出力を高く (精度よく) 設定しておけば、本来、得られたであろう売電価格に対する機会損失。
- 予定出力以上の出力が得られたことによる超過収益。

Fig. 1 は、上記項目において前者を想定した場合の、発電出力誤差と損失の関係を表す。ただし、 $P - \hat{P}$ は、 P を実際の発電出力、 \hat{P} を発電出力予測値 (予定出力) とした場合の誤差 (発電出力誤差) を表している。本論文の目的は、このような発電出力誤差に伴う損失リスクヘッジに有効な、風力デリバティブ構築法を提案することである。

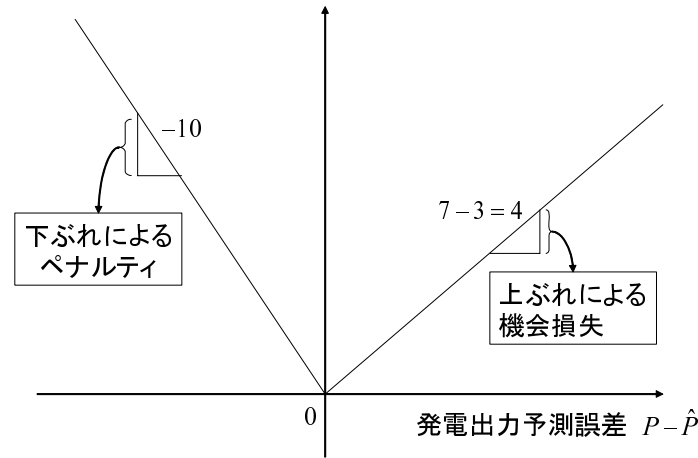


Fig. 1: 出力予測誤差によって想定される損失

2.2 本論文で取り扱う問題

デリバティブ契約では、一般に、取引の指標となる原資産 (この場合は風況データ) に対して任意の支払構造を想定することができる。一方、損失関数の方は、例えば Fig. 1 の例では、成り行き価格、計画発電による売電価格、予定出力が得られない場合のペナルティーによって決まる。このような損失関数は、現実の取引では必ずしも任意に決められるものではないが、発電業者側にしてみれば、どのような損失関数であれば風力デリバティブによるヘッジ効果が高いかを知ることには意味がある。また、売電契約そのものも、将来の取引価格が発電出力予測誤差に依存する一種のデリバティブ契約とみなすことができ、相対取引では、損失関数の形状が任意になるように設定することも原理的には可能である。このように、本論文では、風力デリバティブの支払関数、出力誤差による損失関数を設計パラメータに組み入れながら、非線形回帰を用いて最適な支払関数、損失関数を導出していく。具体的には、風速予測誤差を原資産とする風力デリバティブについて、以下の 4 通りの問題を考える。

1. 線形損失関数に対する風速先物の最小分散ヘッジ問題 (4 節参照) .
2. スプライン回帰による風力デリバティブの設計と , 損失が出力予測誤差の絶対値に比例する場合の最適支払関数計算問題 (5 節参照) .
3. 風力デリバティブの支払関数を与えられる場合の最適損失関数計算問題 (6 節参照) .
4. 風力デリバティブの支払関数と出力予測誤差損失関数の同時最適化設計問題 (7 節参照) .

風速先物とは , 風速予測誤差に支払額が比例する契約で , 1. のケースは , 与えられた損失関数および風速先物の支払関数の下で , 分散最小化の意味で最適な風速先物の取引ボリュームを求める問題となっている . 一方 , 2. のケースは , 損失関数を与えられる場合に , 最適な風力デリバティブの支払関数を求める問題 , 3. のケースは , これとは逆にデリバティブの支払関数を固定し , 最適損失関数を求める問題である . また , 4. は , 支払関数・損失関数の同時最適化問題である . 以降では , 上記 4 つの問題設定に対して , 支払関数もしくは損失関数をそれぞれ導出し , 風力デリバティブのヘッジ効果について検証していく .

3 事前準備

具体的に風力デリバティブを構築する前に , 本節では , 本論文で用いる非線形 (ノンパラメトリック) 回帰手法 , 出力予測データを得るための予測手法の概要 , および個別データについて説明する .

3.1 平滑化によるノンパラメトリック回帰

ノンパラメトリック回帰とは , 回帰関数の形を有限個のパラメータによって規定せずに推定するための統計技法である . 単回帰の状況での平滑化はノンパラメトリック回帰の基盤であり , その代表的な考え方として散布図平滑化がある . この平滑化の手法には様々な提案がされているが , 本論文ではスプライン平滑化を採用する . いま , 次式のように系統変動 $h(x_n)$, 残差変動 ϵ_n という説明変数で被説明変数 y_n を表現した際に , ϵ_n の分散を最小にするような平滑化スプライン関数 f を考える .

$$y_n = \text{系統変動} + \text{残差変動} = h(x_n) + \epsilon_n, \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

$$\text{Mean}[\epsilon_n] = 0, \quad \text{Var}[\epsilon_n] = \text{Var}[\epsilon_n] = \sigma^2$$

仮に , 通常最小二乗法で h を推定しようとする , データ点を直接補間する曲線を得てしまう . そこで , 代替的に , 残差平方和に関数の平滑度を表すペナルティー項を加えたペナルティー付き

残差平方和 (PRSS: Penaralized Residual Sum of Squares)

$$\text{PRSS} = \sum_{i=1}^n \{y_n - h(x_n)\}^2 + \lambda \int \{h''(x)\}^2 dx \quad (2)$$

を最小にする h をもとめ、これを推定関数とする。この最適化により、スプライン平滑化が自然に導かれる。 λ は平滑化パラメータと呼ばれ、この値を大きく選ぶほど、推定されるスプライン回帰関数は滑らかになる。

平滑化パラメータをデータに基づいてクロスバリデーション等で選定することは、非線形構造の探索・診断に有用である。例えば、クロスバリデーションの結果、 h に線形関数が選定される場合、その回帰式には一次式モデルの当てはまりが最も良いという示唆を与える。このような散布図平滑化の考え方は、Hastie and Tibshirani [6] により一般化加法モデル (GAM: Generalized Additive Model) として概念の整備が進み、一般化加法モデルでは、説明変数が複数ある重回帰分析をノンパラメトリックにすることや正規分布以外の分布に従う目的変数の取り扱いが可能となっている。

3.2 出力予測の概要

文献 [13] で説明されている風力発電出力予測手法の概要を示す。ただし、文献 [13] での風力発電出力予測とは、伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 (CTC) が開発した局地気象評価予測システム (LOCALS) をベースとした風力発電出力シミュレーションモデルによって行われるものである。

風向や風速、気温、気圧、湿度、降水などの気象現象は、日射、放射、大気中の水蒸気量などが複雑に相互作用して生じる。これらの気象現象は、熱力学・流体力学に関する偏微分方程式として表現され、適切な境界条件を適用することにより数値的に再現することが可能である。これらの計算精度は、対応する偏微分方程式を解く際に用いるグリッドの大きさや境界条件に用いる数値の正確さに依存し、同等の条件のもとでは、よりグリッド間隔が小さいほど、予測を行った際の精度も向上する。一方、グリッドをより細かくすることは、計算負荷の意味で予測精度との間にトレードオフを生じさせる。LOCALS は、20km 間隔のグリッドを用いて計算される気象庁発表による予測データを元に、広領域の計算から狭領域における計算を逐次的に行うことで計算効率と精度の向上を行う気象予測システムである。

LOCALS においては、気象庁が数値予報に用いている領域モデル (Regional Spectral Model; RSM) 予報値を初期値および境界値として用い、局地的な地形や土地利用状況を加味しながら、より精度の高いグリッド間隔に対する将来の風向・風速予測値が計算される。ただし、RSM 予報値は、毎日 9 時、21 時を初期値とした 51 時間先までの予報結果であり、3 時間間隔のデータ配信が

民間気象会社に対して行われている．具体的には，第 k 日の風向・風速予測値を次の手順で計算する．

1. 前々日 ($k - 2$ 日) の 21 時を初期値とする RSM 予報結果を順次入力する．
2. 対象となる領域のグリッド間隔を狭めながら，前日 (第 $k - 1$ 日) の 12 時までには，予測の対象となる第 k 日の 24 時間分の風向・風速予測値を計算する．

一旦，風速予測値が求まれば，既知の発電機出力特性から，翌日 1 時間ごとの予測発電機出力が導出される [4]．

3.3 個別データ解析

ここでは，日本国内のあるウィンドファーム (Wind Firm; WF) と呼ばれる集合型風力発電所に対する，以下の実測値/予測値の実データを用いる．

1. 観測塔風速実測値 [m/s]; $W_n, n = 1, \dots, N$
2. 観測塔風速予測値 [m/s]; $\hat{W}_n, n = 1, \dots, N$
3. WF 発電出力実測値 [W]; $P_n, n = 1, \dots, N$
4. WF 発電出力予測値 [W]; $\hat{P}_n, n = 1, \dots, N$

観測塔は WF 内に設置されており，風速実測値とは観測塔で実際に測定されたもの，風速予測値はその予測値を指す．また，WF 発電出力は WF における全ての風車から得られる総発電出力である．

3.3.1 使用データ概要

本論文で使用するデータは，2002 年から 2003 年の期間における上記 1–4 の 1 時間ごとの実測値・予測値約 1 年分である.¹ それぞれのデータは，午前 0 時から 1 時間間隔で，1 日あたり 24 個記録されているが，ここでは，これらのデータを単純に時間的に早い順に並べたものをオリジナルのデータとする．例えば，* 月 ** 日午前 0 時を初期時点とする観測塔風速実測値を $W_n, n = 1, \dots, N$ ，同時点における発電出力の実測値を P_n とし，対応する予測値を，それぞれ， \hat{W}_n, \hat{P}_n としている．なお，オリジナルのデータ配列の各変数のサンプル数は 8,724 であるが，ここから，測定結果に欠

¹ これらの実データは，伊藤忠テクノソリューションズ株式会社 (CTC) より提供されたものを用いた．ただし，WF 発電出力実測値および予測値については，WF 発電出力実測値の最大値が 100 となるように，各データに同じ数値を掛けることによって規格化されている．

損値が含まれる場合は、その時点におけるデータ（実測値，予測値とも）を全て削除する．結果として，得られる各変数のサンプル数は $N = 8645$ である．

Fig. 2 は，このように欠損値を除外した場合の，観測塔風速実測値 [m/s] と WF 出力実測値 [W] の散布図である．パラつきはあるものの，Fig. 2 から，風速と発電出力に以下の傾向があることが分かる．

- 風速が 2[m/s] を超えるあたりから発電が行われ始め，
- 5-15[m/s] の間では，風速の増加とともに発電出力が増加する．
- 15[m/s] を超えた辺りから，発電出力は一定の値以上超えなくなる．

このような傾向は，1 機ごとの発電機出力特性とも適合している．

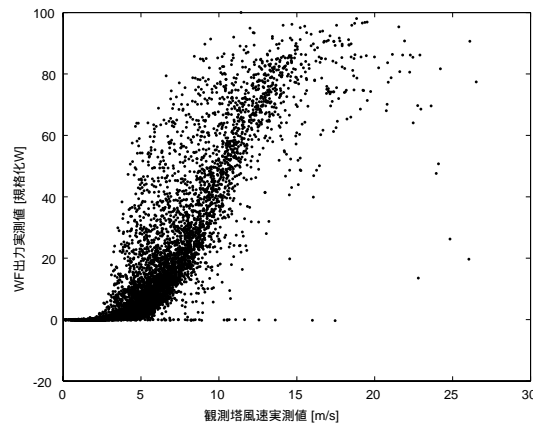


Fig. 2: 観測塔風速実測値 [m/s] と WF 出力実測値 [W] の散布図. ただし，WF 出力は最大値が 100 になるように規格化されている．

実際には，安全のため，風速が一定値を超えたところでは発電が行われなくなるように発電機は設計されており，その影響で，風速実測値が高い (20[m/s] 以上) にも関わらず出力が低いサンプルがいくつか見受けられる．また，ある程度 (3-4[m/s] 以上) の風速が観測されているにも関わらず発電出力が 0 となるようなサンプルもまた，何らかの理由で発電が行われていなかったものと考えられ，欠損値として差し支えない．よって，本シミュレーションでは，これらのサンプルはヘッジ対象より外すこととする．具体的には，以下の条件を満たすサンプルを除外する．

1. 風速実測値が 5[m/s] 以上であるにも関わらず，発電出力が 0 以下のもの．
2. 風速実測値が 22[m/s] 以上のもの．

なお，上記条件 1 を満たすサンプルの数は 33 で全体の約 0.4%，上記条件 2 を満たすサンプルの数は 16 で全体の約 0.2%である．Fig. 3 の左の図は，条件 1 を満たすサンプルのみ除外したもの，右の図は条件 1 と 2 両方を満たすサンプルを除外した場合の，観測塔風速実測値と WF 出力実測値の散布図である．

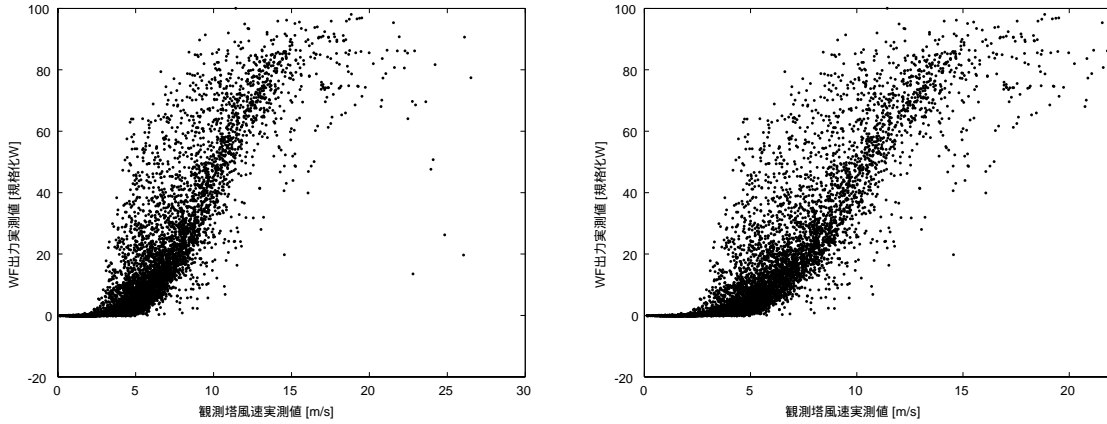


Fig. 3: 観測塔風速実測値 [m/s] と WF 出力実測値 [規格化 W] の散布図．
左の図は，Fig. 2 のサンプルから，風速が 5[m/s] 以上であるにもかかわらず出力が 0 以下であるものを除去した場合，右の図は，さらに風速実測値が 22[m/s] 以上のものを除去した場合．

Fig. 4 の左右の図は，Fig. 3 の左右の図のデータセットに対し，次式の PRSS を最小化するスプライン回帰関数 $s(\cdot)$ を，それぞれ表示したものである．

$$\text{WF 出力実測値} = s(\text{風速実測値}) + \epsilon_n, \quad n = 1, \dots, N \quad (3)$$

両図の実線は，Fig. 3 のデータを近似するスプライン回帰関数であり，点線は 5% の信頼区間である．ただし，これらのスプライン回帰関数は，関数上の点のサンプル平均が零になるように正規化されている．以降では，Fig. 3 の右図に表示されるサンプルに対して分析を行う．

3.3.2 風速と発電出力の個別分析

実際に，実測データと予測データに対してスプライン回帰分析を適用し，回帰関数を求める²．まず，WF 発電出力実測値 P_n と WF 発電出力予測値 \hat{P}_n に線形回帰をあてはめる．Fig.5 は，WF 発電出力実測値 P_n と WF 発電出力予測値 \hat{P}_n の関係を， y 軸方向のサンプル平均が 0 となるよう

²本論文における平滑化スプライン関数の計算は全て，R2.4.1 (<http://cran.r-project.org/>) の関数 `gam()` を用いて行われている．

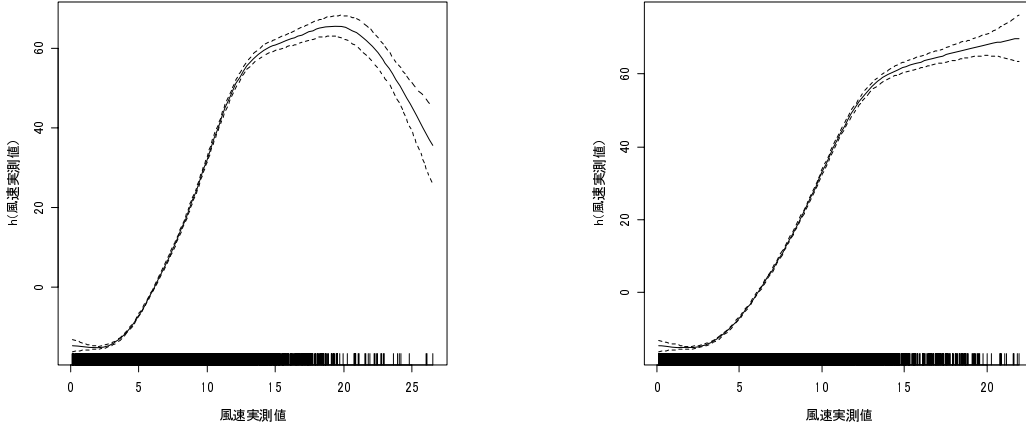


Fig. 4: Fig. 3 のデータセットに対するスプライン回帰関数．ただし，図の実線で与えられるスプライン回帰関数は，関数上の点のサンプル平均が零になるように正規化されている．

にして表示した偏残差プロットである．ただし，図の右上がりの直線は，対応する回帰直線であり，次式の残差分散 $\text{Var}(\epsilon_{p,n})$ を最小化する直線とその傾きは等しい．

$$P_n = a_p \hat{P}_n + b_p + \epsilon_{p,n}, \quad n = 0, \dots, N, \quad \text{Mean}(\epsilon_{p,n}) = 0 \quad (4)$$

実際に計算された (4) 式 \hat{P}_n の回帰係数 a_p および切片 b_p の値は以下の通りである．

$$a_p = 0.832, \quad b_p = 3.03 \quad (5)$$

なお，これらの値は 0.1% 水準で有意である．一方，仮に予測値と実測値が平均的にみて等しい，すなわち，

$$\text{Mean}(P_n) = \text{Mean}(\hat{P}_n) \quad (6)$$

であれば， $a_p \simeq 1$, $b_p = 0$ が成り立つはずである．ところが， a_p の標準誤差は 0.00889 であり，対立仮説 $a_p \neq 1$ に対する帰無仮説 $a_p - 1 = 0$ は，有意水準 0.1% で棄却される．従って，実測値に対して予測値はバイアスを持つことになる．線形回帰によって，

$$\text{Mean}(P_n) = a_p \cdot \text{Mean}(\hat{P}_n) + b_p \quad (7)$$

となるように a_p , b_p を求めるのは，予測値と実測値の間のバイアスを，線形補正することに対応する．これに対して，スプライン回帰

$$P_n = g(\hat{P}_n) + \epsilon_{p,n} \quad (8)$$

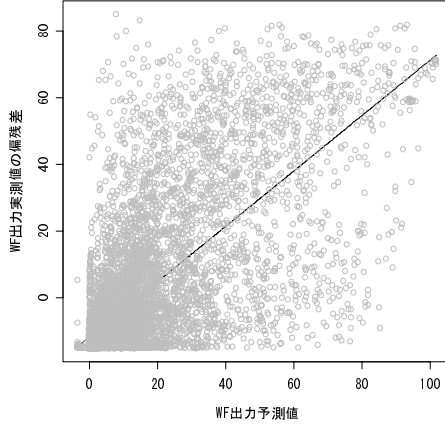


Fig. 5: WF 出力予測値と実測値の偏残差
プロット

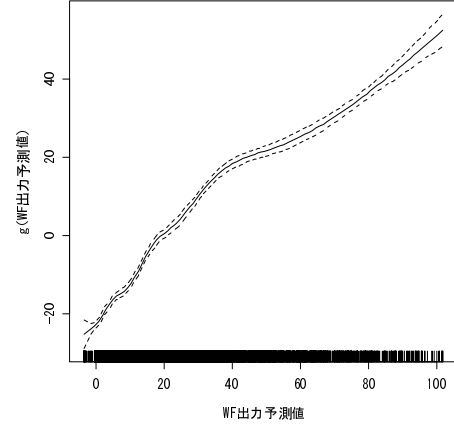


Fig. 6: WF 出力実測値に対する予測値の
スプライン関数

を当てはめた場合，

$$\text{Mean}(P_n) = \text{Mean}\left(g(\hat{P}_n)\right) \quad (9)$$

が成り立つ．このように，本論文で行う分析のようにスプライン回帰分析を用いることは，バイアス補正にノンパラメトリックな非線形関数を用いることに対応している．Fig. 6 の実線は，WF 出力実測値と予測値にスプライン回帰を当てはめた場合の回帰関数を表している．両者の残差分散を比較すると，線形回帰の場合が

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n}) = 249$$

であるのに対して，スプライン回帰の場合が

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n}) = 239 \quad (10)$$

であり，残差分散低減化の意味でスプライン回帰を用いることによる改善が見られることが分かる．

つぎに，観測塔風速実測値と予測値について同様の分析を行う．Fig. 7 は，風速実測値 W_n と風速出力予測値 \hat{W}_n の関係を示す偏残差プロットである．ただし，風速予測値は LOCALS によって計算されている．また，図中の直線は，対応する回帰直線であり，その傾きは，次式の残差分散 $\text{Var}(\epsilon_{w,n})$ を最小化する a_w に等しい．

$$W_n = a_w \hat{W}_n + b_w + \epsilon_{w,n}, \quad n = 0, \dots, N \quad (11)$$

ただし，本データに対しては，

$$a_w = 0.808, \quad b_w = 0.904 \quad (12)$$

であり、これらの値は0.1%水準で有意である．一方，Fig. 8は，観測塔風速実測値に対する予測値のスプライン関数であり，次式のPRSSを最小化する $f(\cdot)$ を実線として表示している．

$$W_n = f(\hat{W}_n) + \epsilon_{w,n}, \quad n = 0, \dots, N \quad (13)$$

これら両回帰式に対する残差分散 $\text{Var}(\epsilon_{w,n})$ を比較すると，線形回帰の場合が5.12であるのに対してスプライン回帰の場合が4.95であり，若干であるが分散の値が改善されている．ちなみに，同様の分析をRSMによる風速予測値を用いた場合，線形回帰における残差分散は5.79，スプライン回帰における残差分散は5.66であり，ともにLOCALSによる風速予測値を用いた方が，回帰によって補正を行った後の残差分散の意味で，より高い予測精度が得られることが分かる．Table 1は，これら残差分散を比較したものである．

Table 1: 予測誤差分散の比較

回帰手法 (説明変数)	残差分散
線形 (LOCALS 予測値)	5.12
Spline (LOCALS 予測値)	4.95
線形 (RSM 予測値)	5.79
Spline (RSM 予測値)	5.66

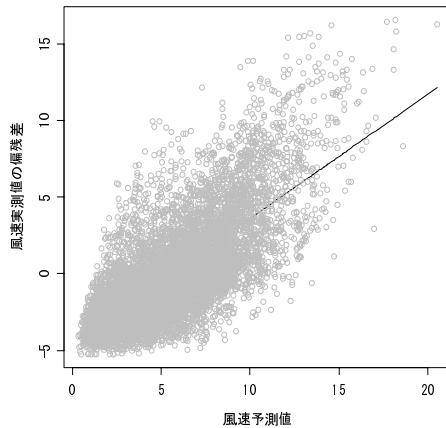


Fig. 7: 観測塔風速予測値と実測値の偏残差プロット

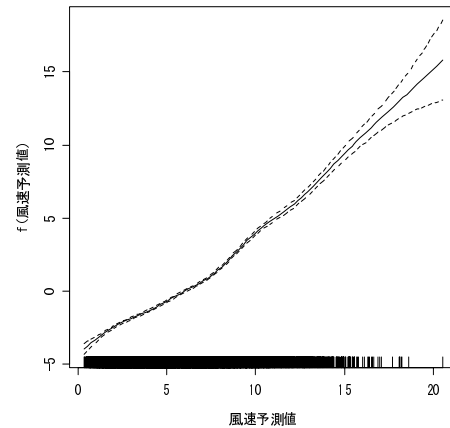


Fig. 8: 観測塔風速実測値に対する予測値のスプライン関数

4 風速先物を用いた最小分散ヘッジとヘッジ効果

本節では、風速予測値を説明変数とするトレンド予測に基づく価格付け手法を用いて、時点ごとの風速実測値を原資産とする風速先物を導入する。ただし、トレンド予測に基づく価格付けとは、価格付けに有意と考えられる変数を説明変数としてデータトレンドを推定し、天候デリバティブの価格を計算する手法 (付録 A 参照) であり、文献 [14] では、気温を原資産とする天候デリバティブに対して有効性が検証されている。ここでは、トレンド予測に 3.1 節で導入した平滑化スプライン回帰 (もしくはそれを多変量に拡張した一般化加法モデル) を用いて、風速先物価格を導出する。

4.1 風速先物

3.3 節のように、 W_n を時刻 n における観測風速 $[m/s]$ とし、対応する風速の予測値を \hat{W}_n とする。このとき、(13) 式で与えられるスプライン回帰モデルを考える。ただし、 $f(\cdot)$ は、PRSS を最小化する平滑化スプライン関数である。実際に予測値 \hat{W}_n が得られるのは、 W_n が観測される数時間～数日前であるので、 $f(\hat{W}_n)$ の具体的な値は、契約時点では一般に求めることはできない。一方、関数 $f(\cdot)$ 自体は、過去の実績データから推定することができる。そこで、ここでは先物価格そのものを契約時に固定するのではなく、実測値と予測値との関係を表す関数 $f(\cdot)$ を求め、実際に風速データの予測値および実測値が観測された時点で、支払額が決定する先物契約を考える。本論文では、このような契約を風速先物と呼ぶことにする。風速先物においては、時点 n における支払額は、 $W_n - f(\hat{W}_n) = \epsilon_{w,n}$ で与えられる。

時点 n における風力発電出力を P_n [W] とし、 P_n の予測値 (予測発電出力) を \hat{P}_n [W] とする。ここでは、実測値 P_n と予測値 \hat{P}_n の関係を、平滑化スプライン回帰を用いて統計的に補正した残差を発電出力予測誤差として評価するものとする。すなわち、(8) 式を満たす残差 $\epsilon_{p,n}$ を予測誤差とする。ただし、 $g(\cdot)$ は PRSS を最小化する平滑化スプライン関数である。このような予測誤差においては、 $\epsilon_{p,n} > 0$ であれば、実測値が予測値を上回っているため余剰電力が発生し、 $\epsilon_{p,n} < 0$ であれば、予測値に対して実測値が下回っているため不足電力が発生すると考えられる。ここではまず、簡単のため、風力発電事業主の発電出力予測誤差による超過収益・損失が、単純に発電出力予測誤差 $\epsilon_{p,n}$ に比例するものとする。

このとき、風速先物による最適ヘッジ問題は以下のように定式化される。ただし、超過収益・損失の $\epsilon_{p,n}$ に対する比例定数は、一般性を失うことなく 1 としている。

問題 1 次式を最小化する Δ_n を求めよ。

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n} + \Delta_n \epsilon_{w,n}) \quad (14)$$

$\text{Var}(\cdot)$ はサンプル分散を表す。また、 $\text{Mean}(\epsilon_{p,n}) = 0$, $\text{Mean}(\epsilon_{w,n}) = 0$ であることに注意する。

ここでは計算を簡単にするため、以下の仮定をおく。

仮定 1 Δ_n は全ての期間において一定 ($= \Delta$) である .

仮定 1 の下で , $\text{Var}(\epsilon_{p,n} + \Delta \epsilon_{w,n})$ を最小にする $\Delta = \Delta^*$ は , 以下のように計算することができる .

$$\Delta^* = -\frac{\text{Cov}(\epsilon_{p,n}, \epsilon_{w,n})}{\text{Var}(\epsilon_{w,n})} \quad (15)$$

(15) より , $\text{Cov}(\epsilon_{p,n}, \epsilon_{w,n}) > 0$ であれば $\Delta < 0$ なので , 発電電力予測誤差 $\epsilon_{p,n}$ と風速先物の支払額 $\epsilon_{w,n}$ が正の相関をもつ場合 , 発電事業主は , 風速先物に対してショートポジションとなるような契約を結ぶことになる . また , 最小分散は ,

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n} + \Delta^* \epsilon_{w,n}) = \text{Var}(\epsilon_{p,n}) (1 - \text{Corr}(\epsilon_{p,n}, \epsilon_{w,n})^2) \quad (16)$$

与えられる . これを , もとの電力収益分散 $\text{Var}(\epsilon_{p,n})$ で割ったものを , 分散低減化率 V_r として定義すると , 次式が成り立つ .

$$\begin{aligned} \text{“分散低減化率”} = V_r &:= \frac{\text{Var}(\epsilon_{p,n} + \Delta^* \epsilon_{w,n})}{\text{Var}(\epsilon_{p,n})} \\ &= 1 - \text{Corr}(\epsilon_{p,n}, \epsilon_{w,n})^2 \end{aligned} \quad (17)$$

V_r は ,

$$0 \leq V_r \leq 1 \quad (18)$$

を満たし , その値が小さければ小さいほど風速先物によって分散が低減化されることが分かる . このことは , $\epsilon_{w,n}$ によって定義される風速先物の支払額と発電電力予測誤差 $\epsilon_{p,n}$ の相関が高ければ高いほど , 風速先物のヘッジ効果が高いことを示す .

4.2 風速先物のヘッジ効果

実際に , 問題 1 の最小分散ヘッジ問題を解く . 最小分散ヘッジの場合 , 仮定 1 の下で ,

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n} + \Delta \epsilon_{w,n}) \quad (19)$$

を最小化する $\Delta = \Delta^*$ を求めるのであるが , このような Δ は Fig. 9 における回帰直線の傾きから求めることができる . Fig. 9 の回帰直線は , 残差分散に対応する項

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n} - a \cdot \epsilon_{w,n}) \quad (20)$$

を最小化するように傾き $a = a^*$ を求めており , 両者には

$$\Delta^* = -a^* \quad (21)$$

の関係がある . また , $a^* \cdot \epsilon_{w,n}$ は , 風速先物の最適支払総額を表している .

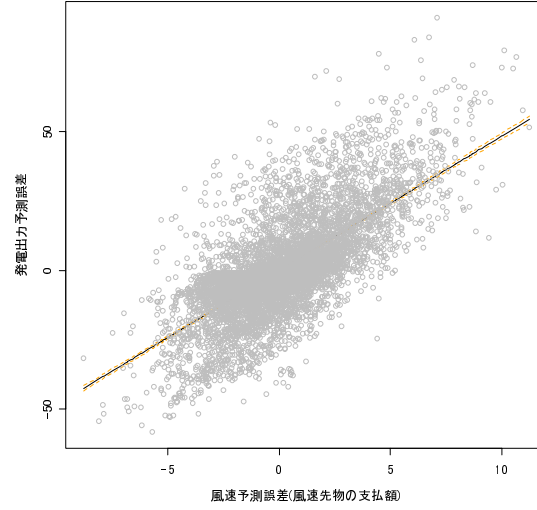


Fig. 9: 風速予測誤差 $\epsilon_{w,n}$ (風速先物の支払額) と発電出力予測誤差 $\epsilon_{p,n}$ の散布図.

実際に, Fig. 9 の直線の傾きは $a^* = 4.84$ として計算され, 結果として

$$\Delta^* = -4.84 \quad (22)$$

のように Δ が求められる. この場合, Δ の符号は負であるので, 風速実測値を原資産とする先物に対しては, 発電事業主がショートポジションとなるような契約を結ぶことになる. また, $\epsilon_{w,n}$ と $\epsilon_{p,n}$ の相関係数は以下の通りである.

$$\text{Corr}(\epsilon_{p,n}, \epsilon_{w,n}) = 0.697 \quad (23)$$

よって, (17) 式から計算される分散低減化率 V_r は,

$$V_r = 1 - \text{Corr}(\epsilon_{p,n}, \epsilon_{w,n})^2 = 0.514 \quad (24)$$

のように計算される. 従って, この例では, 残差分散によって与えられる発電出力予測誤差に伴う損失リスクが, 元の値の 51% まで低減化されることが分かる.

4.3 発電出力予測に風速予測値を用いた場合

前小節の例では, 発電出力実測値に対する予測値の回帰から得られる残差を発電出力予測誤差として分析を行った. 本小節では, 発電出力実測値と同時に観測搭風速に対する風速予測値の関係を用いて, 同様の分析を行う.

時点 n の風速 W_n に対する予測値をこれまでと同じように \hat{W}_n とした場合， \hat{W}_n を説明変数とする発電出力実測値 P_n に対するスプライン回帰式は，Fig. 11 の実線のように与えられる．ただし，この場合の残差分散は， $\epsilon_{p,n}$ を回帰残差としたとき，

$$\text{Var}(\epsilon_{p,n}) = 254 \quad (25)$$

で与えられ， \hat{P}_n を説明変数とした (10) の残差分散 239 より大きな値をとる．一方，発電出力予測誤差と風速先物の支払額の関係は，Fig. 11 のように与えら，発電出力予測誤差に対する風速先物の分散低減化率は，

$$V_r = 0.425 \quad (26)$$

のように計算される．よって， \hat{P}_n を説明変数とした場合の分散低減化率 (24) よりも小さくなることが分かる．

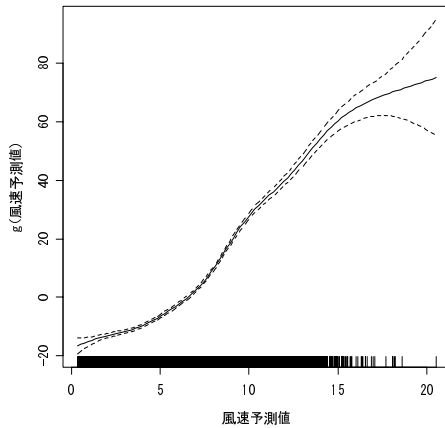


Fig. 10: WF 出力実測値に対する風速予測値のスプライン関数

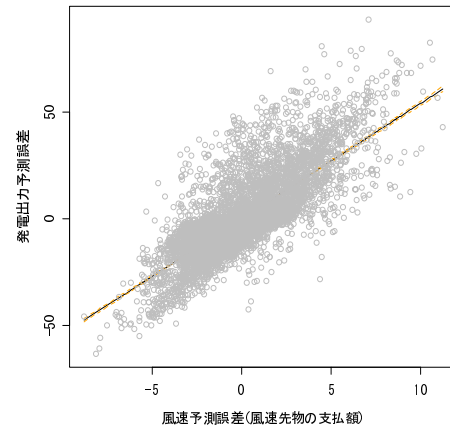


Fig. 11: 風速予測値を説明変数とした回帰による発電出力予測誤差のヘッジ

Table 2 は，以下の 2 つのケースに対応する，ヘッジ前の残差分散 (発電出力予測誤差分散) とヘッジ後の残差分散を比較したものである．

- ① \hat{P}_n を説明変数とした場合の回帰残差を発電出力予測誤差としたケース
- ② \hat{W}_n を説明変数とした場合の回帰残差を発電出力予測誤差としたケース

V_r の値が低いことは，分散低減化率の意味で②のケースの方が風速先物のヘッジ効果が高いことを示すのであるが，分散の値そのものを比べたとしても，実際に②のケースの方がヘッジ後の残差分散が低く抑えられていることが分かる．

Table 2: ヘッジ前後の残差分散の比較

	ヘッジ前の分散 $[\text{Var}(\epsilon_{p,n})]$	ヘッジ後の分散 $[\text{Var}(\epsilon_{p,n} + \Delta\epsilon_{w,n})]$
①	239	123
②	254	108

5 スプライン回帰に基づく風力デリバティブと最適ヘッジ

前節の風速先物は、支払額が風速予測誤差に比例する契約であり、最小分散ヘッジを与える最適ボリュームは、線形回帰の回帰係数によって計算された。本節では、スプライン回帰を用いることにより、より一般的に、支払関数が非線形で与えられる場合の最適風力デリバティブを計算する。さらに、予測誤差絶対値に基づく風力デリバティブの設計問題を同様の手法で解き、ヘッジ効果について考察する。

5.1 スプライン回帰に基づく風力デリバティブの設計

(8), (13) を満たす $g(\cdot)$ と $f(\cdot)$ は Fig. 6, Fig. 8 のように与えられ、 $\epsilon_{p,n}$, $\epsilon_{w,n}$ は、それぞれ、発電出力予測誤差、風速予測誤差を表すとする。また、PRSS を最小化する平滑化スプライン関数を求める問題を、

$$\min_{h(\cdot)} PRSS(\epsilon_{p,n} - h(\epsilon_{w,n})), \quad \text{Mean}[h(\epsilon_{w,n})] = 0 \quad (27)$$

のように表現し、最適なスプライン関数を $h^*(\cdot)$ とする。線形回帰問題において、 $a^* \cdot \epsilon_{w,n}$ は風速先物の最適支払関数を表していたのであるが、一般的に平滑化スプライン関数の場合も、 $h^*(\cdot)$ は PRSS 最小化の意味で最適な支払関数を定義していると考えることができる。ただし、この場合は、先物ではなく、風速予測誤差 $\epsilon_{w,n}$ を原資産とするデリバティブであり、 $h^*(\cdot)$ は、電力事業主の超過収益・損益が $\epsilon_{p,n}$ に比例する場合の、最適ヘッジを与えるデリバティブ契約の支払関数を与えている。

Fig. 12 は、PRSS 最小化によって実際に計算された最適支払関数 $h^*(\cdot)$ を表す。また、このようなデリバティブ契約を用いた場合の分散低減率は、

$$V_r = \frac{\text{Var}(\epsilon_{p,n} - h^*(\epsilon_{w,n}))}{\text{Var}(\epsilon_{p,n})} = 0.498 \quad (28)$$

のように計算され、線形回帰の場合である (24) と比べ、分散低減率において若干の改善が見られる。

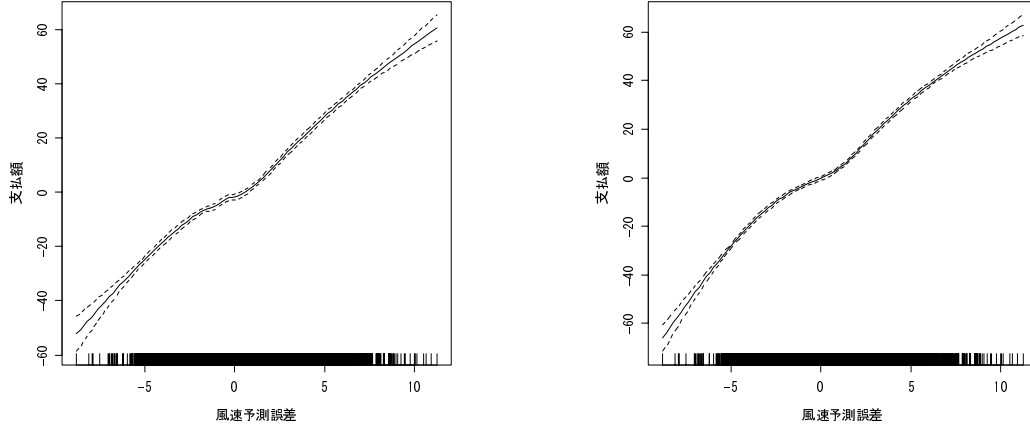


Fig. 12: 風速予測誤差 $\epsilon_{w,n}$ を原資産とするデリバティブの最適支払関数 $h^*(\cdot)$. 右図は、発電出力予測誤差の計算に風速予測値を用いた場合.

また、Fig. 12 の右は、発電出力予測誤差の計算に風速予測値を用いた場合の支払関数である．同様に、分散低減化率を計算すると、

$$V_r = 0.407 \quad (29)$$

であり、この例でも、分散低減化率は線形回帰の場合と比べ、4%程度改善されている．

5.2 風速予測誤差絶対値を原資産とする風力デリバティブ

つぎに、発電出力予測誤差によって生じる風力発電事業主にとっての損失が、発電出力予測誤差の絶対値に対して、ある定数 c を用いて以下のように与えられるケースを考える．

$$L_n = c |\epsilon_{p,n}| \quad (30)$$

なお、ここでは、簡単のため、損失が発電出力予測誤差の絶対値 $|\epsilon_{p,n}|$ に比例するとしたが、より一般的に、 $|\epsilon_{p,n}|$ に対する単調増加な損失関数を用いて表現しても構わない．このような損失関数の下で、損失リスクを最小化する風力デリバティブとして、原資産が風速予測誤差の絶対値によって与えられる風力デリバティブの設計問題を考える．

L_n の偏残差 $L_n - |L_n|$ に対する以下のスプライン回帰を考える．

$$L_n - \text{Mean}(L_n) = \psi(|\epsilon_{w,n}|) + \epsilon_{l,n} \quad (31)$$

ただし、 $|\epsilon_{w,n}|$ は風速予測誤差の絶対値であり、 $\psi(\cdot)$ は、 $\text{Mean}(\epsilon_{l,n}) = 0$ を満たす残差 $\epsilon_{l,n}$ の PRSS を最小化する平滑化スプライン関数である．(31) 式より、

$$\text{Mean}[\psi(|\epsilon_{w,n}|)] = 0 \quad (32)$$

であるので，PRSS 最小化は，平滑化条件の下で擬似的に残差分散を最小化しているものと考えられる．すなわち，PRSS を最小にする $\psi(\cdot)$ を求めることは，損失 L_n と $\psi(|\epsilon_{w,n}|)$ によって構成されるポートフォリオの分散

$$\text{Var}(\psi(|\epsilon_{w,n}|) - L_n) \quad (33)$$

を，平滑化条件の下で最小化する問題を解くことに対応している．また，このような損失 L_n に対する最小分散ヘッジ問題を解く $\psi(\cdot)$ は，前小節と同様，風速予測誤差絶対値を原資産とする派生証券契約の中で，平滑化条件付き最小分散の意味で最適な支払関数を与える．

Fig. 13 は， L_n が発電出力予測誤差の絶対値に比例するとした場合の，最適なデリバティブ契約の支払関数を，平滑化スプライン回帰で求めたものである．ただし，実線は，スプライン関数 $\psi^*(\cdot)$ を表し，最適支払関数を与えている．また，横軸は風速予測誤差 $[m/s]$ であり，縦軸は支払金額であるが，この例では発電出力予測誤差の絶対値に対する損失の比例係数を 1 としているため，縦軸の値にある定数を掛けたものが実際の金額に対応する．

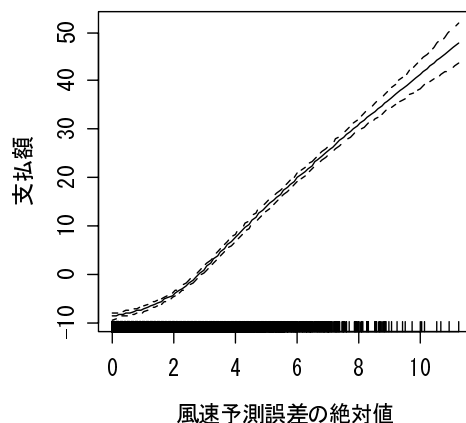


Fig. 13: 風速予測誤差の絶対値に対する風速デリバティブの支払額

この場合の分散低減化率は，以下の通りである．

$$V_r = \frac{\text{Var}(\psi^*(|\epsilon_{w,n}|) - L_n)}{\text{Var}(L_n)} = 0.644 \quad (34)$$

本例では，前節の先物のケースと比べて，分散低減化率 V_r が大きい値となる．これはヘッジ対象が，風速先物のヘッジシミュレーションの場合は，発電出力予測誤差そのものであったが，この例では，発電出力予測誤差の絶対値がヘッジ対象であることに起因する．すなわち， $L_n = |\epsilon_{p,n}|$

とした場合に，

$$\text{Var}(L_n) = \mathbb{E}(|\epsilon_{p,n}|^2) - (\text{Mean}|\epsilon_{p,n}|)^2 \quad (35)$$

$$= \text{Var}(\epsilon_{p,n}) - (\text{Mean}|\epsilon_{p,n}|)^2 \quad (36)$$

が成り立ち，損失を絶対値で評価することですでに，予測誤差そのもので評価してた場合に比べて， $(\text{Mean}|\epsilon_{p,n}|)^2$ だけ分散の低減化が行われている．このことが理由で，分散低減化率を用いて相対的に評価する場合は，結果としてヘッジ効果も低く見積もられると考えることができる．ちなみに，分散の値そのものを評価した場合，ヘッジ前では発電出力予測誤差の分散が 239 であるのに対して発電出力予測誤差の絶対値の分散が 140，ヘッジ後のポートフォリオの分散として評価した場合は，それぞれ，123 と 90 であった．

6 損失関数の最適化問題

前節までの議論におけるスプライン回帰に基づく最適ヘッジは，発電出力予測誤差に伴う損失がその絶対値に比例するとの仮定の下で，PRSS を最小化する平滑化スプライン関数による風力デリバティブの設計法を与えるものであった．これは，出力予測誤差と超過収益・損失の関係があらかじめ与えられているとの仮定の下で，PRSS 最小化の意味で最適な風力デリバティブを求める問題を解くことに対応している．本節では，前節の議論とは逆に，風力デリバティブの支払関数が所与であるとの仮定の下で，風力デリバティブによるヘッジ効果が最も高い出力予測誤差に対する超過収益・損失関数（以降，単に損失関数とよぶ）を，スプライン回帰によって求めることを考える．

6.1 風速予測誤差絶対値を原資産とする先物と最適損失関数

前節までと同様， $\epsilon_{p,n}$ ， $\epsilon_{w,n}$ はそれぞれ，スプライン回帰によって与えられる発電出力予測誤差，風速予測誤差を表すものとする．このとき，風速予測誤差の絶対値 $|\epsilon_{w,n}|$ に対して，以下の値を考える．

$$F_n = |\epsilon_{w,n}| - \text{Mean}(|\epsilon_{w,n}|), \quad n = 1, \dots, N \quad (37)$$

F_n は，風速予測誤差絶対値に対する偏残差であり， $\text{Mean}(F_n) = 0$ を満たす．また， $\text{Mean}(|\epsilon_{w,n}|)$ を先物価格と見なせば， F_n は風速予測誤差絶対値を原資産とする先物と考えることができる．

ここで，次式で与えられるスプライン回帰を考える．

$$F_n = \phi(\epsilon_{p,n}) + \epsilon_{f,n}, \quad \text{Mean}(\epsilon_{f,n}) = 0 \quad (38)$$

ただし， $\phi(\cdot)$ は，残差 $\epsilon_{f,n}$ の PRSS を最小化する平滑化スプライン関数である．スプライン回帰の場合，目的関数として残差の PRSS を最小にするように回帰を行うのであるが，このことは近似的に残差分散を最小化することに対応する．すなわち，(38) では，平均 0 の仮定の下で，

$$\text{Var}(F_n - \phi(\epsilon_{p,n})) \quad (39)$$

を最小化するように平滑化スプライン関数 $\phi(\cdot)$ を求めている．このような関数 $\phi(\cdot)$ を求めることは， F_n と $-\phi(\epsilon_{p,n})$ の相関係数の絶対値

$$|\text{Corr}(F_n, \phi(\epsilon_{p,n}))| \quad (40)$$

を最大化することと等価である．このことを概念的に示そう．

まず，(39) を最小化する平滑化スプライン関数を $\phi^*(\cdot)$ とする．このとき，(16) 式より，

$$\min_{a \in \mathbb{R}} \text{Var}(F_n - a \cdot \phi^*(\epsilon_{p,n})) = \text{Var}(F_n) \left[1 - \text{Corr}(F_n, \phi^*(\epsilon_{p,n}))^2 \right] \quad (41)$$

が成り立つ．従って，

$$\text{Var}(F_n - \phi^*(\epsilon_{p,n})) \geq \text{Var}(F_n) \left[1 - \text{Corr}(F_n, \phi^*(\epsilon_{p,n}))^2 \right] \quad (42)$$

であるが， ϕ^* は全ての平滑化スプライン関数について (42) の左辺を最小化しているので，

$$\text{Var}(F_n - a \cdot \phi^*(\epsilon_{p,n})) \geq \text{Var}(F_n - \phi^*(\epsilon_{p,n})), \quad \forall a \in \mathbb{R} \quad (43)$$

である．よって，

$$\text{Var}(F_n - \phi^*(\epsilon_{p,n})) = \text{Var}(F_n) \left[1 - \text{Corr}(F_n, \phi^*(\epsilon_{p,n}))^2 \right] \quad (44)$$

が得られる． $\text{Var}(F_n)$ は一定であるので，結果として， $\text{Var}(F_n - \phi^*(\epsilon_{p,n}))$ を最小化することと， F_n と $-\phi(\epsilon_{p,n})$ の相関係数の絶対値 (40) を最大化することは等価であることが分かる．なお，実際には，分散そのものではなく平滑化条件の下で PRSS を最小化するので，(44) 式は厳密には成立しないが，後に数値例で示されるように，近似的に高い精度で (44) 式は成り立つことが確認される。

つぎに，求められた $\phi^*(\cdot)$ を $\epsilon_{p,n}$ に対する損失関数として， F_n を用いてヘッジポートフォリオを構成することを考える．すなわち，以下の問題を解く．

$$\min_{b \in \mathbb{R}} \text{Var}(\phi^*(\epsilon_{p,n}) + b \cdot F_n) \quad (45)$$

このときの，損失 $\phi^*(\epsilon_{p,n})$ に対する分散低減化率 V_r は次式のように与えられる．

$$V_r := 1 - \text{Corr}(F_n, \phi^*(\epsilon_{p,n}))^2 \quad (46)$$

このように、(39) 式を最小化する $\phi(\cdot)$ を求めることは、 $\phi(\cdot)$ を損失関数とした場合の、ヘッジポートフォリオによる分散低減化率を最大化することに対応する。このとき、最適な $\phi^*(\cdot)$ は、与えられた風速デリバティブ F_n に対する最もヘッジ効果の高い損失関数を与えていると考えることができる。

6.2 シミュレーション

実際にデータを用いて最適な損失関数を計算し、ヘッジ効果がどの程度改善されるかについて検証する。 $\epsilon_{p,n}$ 、 $\epsilon_{w,n}$ は、それぞれ、発電出力予測誤差、風速予測誤差を表すが、ここでは、 $\epsilon_{p,n}$ は、4.3 節のように風速予測値を説明変数とするスプライン回帰によって与えられるものとする。また、風速予測誤差の絶対値に基づく先物の支払額を、(38) 式の F_n で定義する。このとき、(38) 式の PRSS を最小化する平滑化スプライン回帰関数 $\phi^*(\cdot)$ を求める。

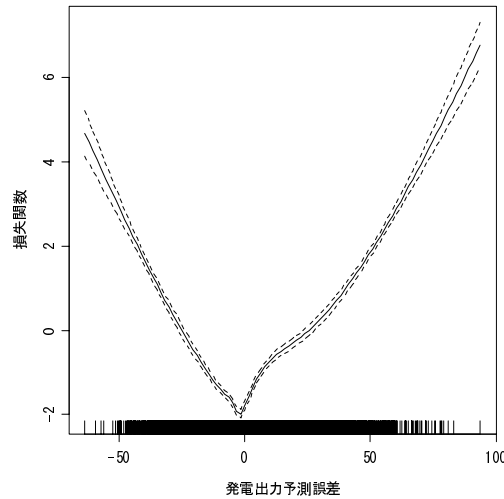


Fig. 14: 風速予測誤差絶対値を原資産とする先物に対して最適な損失関数.

Fig. 14 の実線は、4.3 節と同じデータに対して、(38) 式の PRSS を最小化する平滑化スプライン回帰関数を表示したものであり、横軸を発電出力予測誤差 $\epsilon_{p,n}$ とした場合の $\phi^*(\epsilon_{p,n})$ を表している。前小節で示した通り、(38) 式の PRSS を最小化するように計算されたスプライン回帰関数は、 F_n を用いた場合のヘッジ効果の意味で、発電出力予測誤差 $\epsilon_{p,n}$ に対して最適な損失関数を与えている。なお、Fig. 14 の縦軸は損失を表し、実線は損失のサンプル平均が 0 になるように描かれている。このように、支払額が F_n である風速予測誤差の絶対値に対する先物を用いて損失をヘッジする場合、最適な損失関数は、 $\epsilon_{p,n} = 0$ において必ずしも対称にならないことが分かる。特

に， $0 < \epsilon_{p,n} < 15$ における $\epsilon_{p,n}$ の変化に対する損失の感応度が高く，このような損失構造を持つ場合に，風速予測誤差の絶対値を原資産とする先物が高いヘッジ効果を示すことが分かる．

なお，この例における分散低減化率は，

$$V_r = 0.556 \quad (47)$$

であり，(34) の場合より高いヘッジ効果が得られていることが分かる．また，(44) 式における左辺と右辺を別々に計算すると，

$$\text{Var}(F_n - \phi^*(\epsilon_{p,n})) = 1.23, \quad \text{Var}(F_n) \left[1 - \text{Corr}(F_n, \phi^*(\epsilon_{p,n}))^2 \right] = 1.23 \quad (48)$$

である．実際，小数点以下第 7 桁のところまでは少なくとも一致しており，(44) 式が高い精度で成り立つことが確認される．

7 風速デリバティブの支払関数と損失関数の同時最適化

前節では，与えられた風速予測誤差の絶対値を原資産とする先物に対して損失関数の最適化を行い，発電出力予測誤差による損失 $\phi(\epsilon_n)$ と先物支払額 F_n との相関係数の絶対値が最大になるように損失関数を計算した．本節では，先物支払額の部分も， F_n ではなく $\psi(F_n)$ のように F_n の関数で与えられる場合を考える．すなわち，次式を最大化する平滑化スプライン関数 $\psi(\cdot)$ ， $\phi(\cdot)$ を求める．

$$|\text{Corr}(\psi(F_n), \phi(\epsilon_{p,n}))| \quad (49)$$

ただし，

$$\text{Mean}(\psi(F_n)) = 0, \quad \text{Mean}(\phi(F_n)) = 0$$

である．なお，(49) 式において，相関係数が正の場合で最適解のペア $(\psi^*(\cdot), \phi^*(\cdot))$ が存在すれば， $(-\psi^*(\cdot), \phi^*(\cdot))$ もしくは $(\psi^*(\cdot), -\phi^*(\cdot))$ も (49) を最大化するので，一般性を失うことなく相関係数は正，すなわち，単に相関係数

$$\text{Corr}(\psi(F_n), \phi(\epsilon_{p,n})) \quad (50)$$

を最大化する問題を解くことで十分である．仮に (50) 式が最大化される場合，前小節の議論と同様に，ヘッジポートフォリオを構成した場合の分散低減化率も最大化される．すなわち，このような $(\psi(\cdot), \phi(\cdot))$ についての最適化問題は，ヘッジ効果の最も高い風力デリバティブの支払関数と発電出力予測誤差に基づく損失関数を同時に計算することに対応する．

ここでは， $\psi(\cdot)$ ， $\phi(\cdot)$ を交互に固定しながら，PRSS を最小化するように平滑化スプライン関数を求める．すなわち，以下の反復アルゴリズムを適用する．

Step 0: $\psi(x) = x$ とする .

Step 1: 与えられた $\psi(\cdot)$ に対して (50) を最大化する平滑化スプライン関数 $\phi(\cdot)$ を求める .

Step 2: 与えられた $\phi(\cdot)$ に対して (50) を最大化する平滑化スプライン関数 $\psi(\cdot)$ を求める .

Step 3: ステップ 1 と 2 を , (50) の値が改善されなくなるまで繰り返す . 求まったスプライン関数のペアを $(\psi^*(\cdot), \phi^*(\cdot))$ とする .

Fig. 15 は , 上記反復アルゴリズムによって計算された最適支払関数 $\psi^*(F_n)$ [左図] と最適損失関数 $\phi^*(\epsilon_{p,n})$ [右図] を表している . 支払関数については , 初期の関数を $\psi(x) = x$ としており , 前節で用いた先物の支払関数に対応している . そのため , 最初の反復で計算される損失関数 $\phi(\cdot)$ は , Fig. 14 で与えられるものと同じである . Fig. 14 の損失関数に対するヘッジポートフォリオの , 分散低減化率は (47) 式によって与えられていたのに対し , 反復アルゴリズムを適用した結果 , 8 回の反復計算で ,

$$V_r = 0.527 \quad (51)$$

まで分散低減化率が低減化されることが確認された .

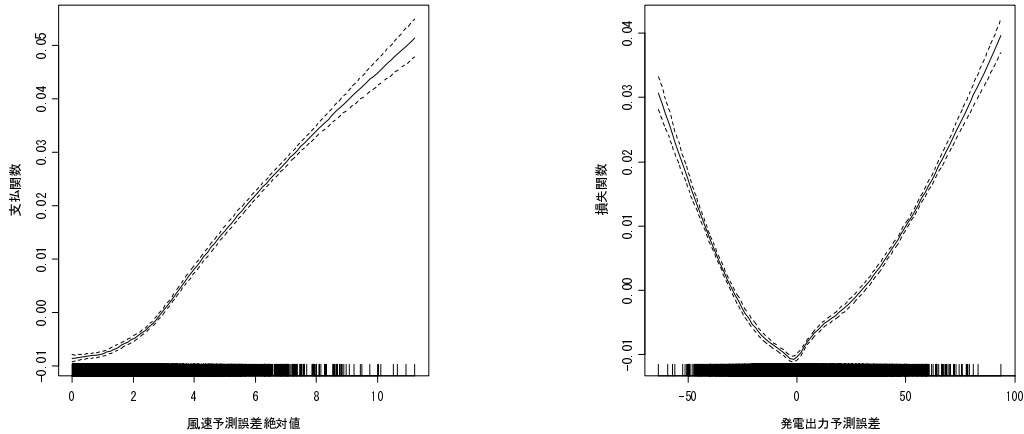


Fig. 15: 反復アルゴリズムによって計算された最適支払関数 $\psi^*(F_n)$ [左図] と最適損失関数 $\phi^*(\epsilon_{p,n})$ [右図].

8 まとめ

本論文では , 風力発電ビジネスにおける気象予測誤差に起因する損失リスクを考え , これらを効果的にヘッジする天候デリバティブの構築法を示した . 具体的には , スプライン回帰 (もしくは

線形回帰)を適用することにより最適ヘッジ問題を解き、風力デリバティブの支払関数や出力予測誤差に対する損失関数を、以下の通り計算した。まず、(1) 風速予測値を説明変数とするトレンド予測に基づく価格付け手法を用いて、時点ごとの風速実測値を原資産とする風速先物を構築し、最小分散ヘッジ問題を解いた。つぎに、(2) 風速予測誤差の絶対値を原資産とする風力デリバティブを設計し、風力デリバティブの最適支払関数を求めた。さらに、(3) 反復計算による損失関数と風力デリバティブの支払関数の同時最適化を行い、風力デリバティブを利用するのに最もヘッジ効果の高い損失関数と風力デリバティブの支払関数を導出した。また、各項目に対して、風力発電ビジネスにおける風力デリバティブのヘッジ効果と有効性を、実際のデータを用いて検証し、提案風力デリバティブが高いヘッジ効果をもつことを示した。

ここでの風力デリバティブ構築の基本的な考え方は、発電出力予測誤差に伴う損失を、風速予測誤差に関するデリバティブでヘッジすることである。このような天候デリバティブは、従来の天候デリバティブのように気象データの値そのものに対して支払額が決定されるのではなく、気象データとその予測値との予測誤差に対して支払額を計算する点が新しい。すなわち、実際の気象データの大小ではなく、それが予測値からどれだけ離れているかが支払額に影響を与える。このような考え方は、気象予測をビジネスに取り入れている様々な企業のリスクヘッジにも応用可能と考えられる。例えば、翌日の気象予報条件によって商品の配置や在庫の仕入れを調整するような販売店にとっては、予報が外れた際に損失が生じるものと考えられる。このような状況においては、実際の気象条件そのものではなく、予報が当たったか外れたか(もしくはその程度)に応じて支払が行われるデリバティブ契約は有効と考えられる。また、天候デリバティブの売り手側にとってみても、このように予測値を利用することによって、天候デリバティブの支払額のばらつきも、気象データのみから決定される際のばらつきより小さくなるものと考えられる。結果として、その分、リスクプレミアムが低く抑えられることから、流動性の向上につながる事が期待される。以上のように、予測誤差に基づく天候デリバティブ設計の考え方を今後さらに拡張させていくことは、天候デリバティブ適用法の新しい可能性を示唆すると結論することができる。

参考文献

- [1] M. Cao and J. Wei, "Weather Derivatives Valuation and Market Price of Weather Risk," Working paper, 2003.
- [2] M. Davis, "Option pricing in incomplete markets," Mathematics of Derivative Securities, eds. M.A.H. Dempster and S.R. Pliska, Cambridge University Press, 216-226, 1998.
- [3] M. Davis, "Pricing weather derivatives by marginal value," Quantitative Finance 1, 305-308, 2001.

- [4] 榎本, 猪股, 山田, 千葉, 谷川, 大田, 福田, “局地気象解析を用いた風力発電量の予測,” 太陽/風力エネルギー講演論文集, 211-214, 2000.
- [5] H. Geman, *Insurance and Weather Derivatives*, Risk Books, 1999.
- [6] T. Hastie and R. Tibshirani, *Generalized Additive Models*, Chapman & Hall, 1990.
- [7] 土方, “総論 天候デリバティブ,” シグマベイズキャピタル, 2003.
- [8] 刈屋, 山本, Tee Kian Heng, 郷古, “天候リスクの戦略的経営 – EaR とリスクスワップ–,” 朝倉書店, 2005.
- [9] 小島, 仲林, 井上, 荒井, 谷川, 福田, 岡垣, 高橋, “蓄電池併設型風力発電事業の一検討,” 平成18年電気学会電力・エネルギー部門大会, 40-19/40-20, 2006.
- [10] E. Platen and J. West, “A Fair Pricing Approach to Weather Derivatives,” Asia-Pacific Financial Markets, 11:23-53, 2005.
- [11] Price Waterhouse Coopers, “The 2006 PwC Survey,” Weather Risk Management Association (<http://www.wrma.org/>).
- [12] 高野, “自然エネルギー発電と電力貯蔵技術,” 電気学会論文誌 (B)126 巻9号, 857-860, 2006.
- [13] 谷川, “LOCALSTM による風況シミュレーションモデルの開発と風況評価,” ながれ 22: [特集] 複雑地形形状の風況予測法, 405-415, 2000.
- [14] 山田, 飯田, 椿, “トレンド予測に基づく天候デリバティブの価格付けと事業リスクヘッジ,” 統計数理第54巻第1号, 57-78, 2006.

付録

A トレンド予測に基づく価格付け

トレンド予測に基づく価格付けとは, 価格付けに有意と考えられる変数を説明変数としてデータトレンドを推定し, 天候デリバティブの価格を計算するものである. 文献 [14] では, 月平均気温に対する先物・オプション契約に対し, トレンド予測に基づく価格付けを適用することで価格を計算し, さらに電力事業に対する天候デリバティブのヘッジ効果を示している. 本付録では, 文献 [14] で導入したトレンド予測に基づく価格付け手法について簡単に説明する.

以下のような月平均気温を原資産とする天候デリバティブを考える. 原資産を月平均気温とする天候デリバティブを考える. ある基準時点となる月から第 n 番目の月の月平均気温を T_n とした

場合、 n が限月であるような天候先物の満期時点における支払額 (先物ロングポジション側の受取額) は、以下のように与えられる。

$$\text{先物の支払額} = c(T_n - F_n) \quad (52)$$

ただし、 c は掛け値と呼ばれる 1 度あたりの値段であり、 F_n は先物価格 (この場合は気温) である。もし、契約形態がプットオプションである場合は、あらかじめ決められたストライクプライスを $K(n)$ とすると、満期時点におけるオプションの支払額は次式で与えられる。

$$\text{プットの支払額} = c \max(K_n - T_n, 0) \quad (53)$$

以降では、 $c = 1$ とし、金額についての調整は取引ボリュームで行うこととする。

トレンド予測に基づく価格付け手法は、以下の手順に従ものである。

Step 1: 全ての契約を、満期時点でのみ資金決済を行う先物タイプの契約とする。

Step 2: このような先物タイプの契約の過去の実績値に対する支払額を計算し、トレンドと残差項に分解する。

Step 3: トレンドを先物価格、残差成分を先物ロングポジションにおける受取額とする。将来時点の先物価格を求める際は、予測トレンドの推定値を求める。

Step 1 の先物タイプの契約とは、オプションのように買い手側が契約時点でプレミアムを支払い、満期時点で原資産の値に応じて支払額を受取るような契約でも、資金の決済は全て満期時点に行われるように仮定する契約である。例えば、プットオプションの場合、満期時点で (53) を受取る代わりに支払う固定価格 (オプションの先物価格) を契約時点において決定し、満期時点で原資産に依存する価値 (53) と固定価格を交換すると仮定するものである。将来時点での確定的なキャッシュフローを現在価値に割り戻す際の割引率は、デフォルトリスクがないとすれば無リスク利子率として差し支えないので、契約時点で支払うべきプレミアムは固定価格を無リスク利子率で割引くことによって求めることができる。すなわち、オプションのように、プレミアムの支払い時点が満期時点と異なる場合も、将来時点で不確定な支払額と交換する確定額を求めることによって、契約時点で支払うべきオプションプレミアムの額が求まることが分かる。

契約時点で資金の決済を行わない先物取引においては、適正な先物価格をどのように求めるのかが鍵となる。もし、原資産が市場取引されている場合は、無裁定の条件を適用し、契約時点の原資産価格に満期時点までの利子の分を上乗せすることによって、先物価格を求めることができるのであるが、天候デリバティブのように原資産が市場取引されていない場合は、これを直接適用することはできない。このような場合において重要な役割を果たすのは、買い手側 (先物ロングポジション) と売り手側 (先物ショートポジション) の投資家がもつ効用関数である。

買い手側も売り手側もリスク中立であれば、適正価格は先物の支払額の期待値であると考えられる。なぜなら、リスク中立な効用関数をもつ投資家にとっては、不確実な収益を得ることと、その期待値によって与えられる確実な収益の価値に相違はなく、もし双方の投資家がリスク中立であれば、両者にとっての適正価格は支払額の期待値である。Step 2, 3 において、最小二乗法や最尤法を用いることによって残差平均が零となるトレンドを求め、それを先物価格とすることは、このようにリスク中立の仮定の下で先物価格を求めることに対応している。