排中律について

上田　徹

「経験主義ではない。しかしそれでも、哲学においてはリアリズムがもっとも堅固なのだ。」(RFMⅥ23)

L. Wittgenstein

１．有限主義者と排中律

有限主義者は、古典論理において妥当とされる排中律の適用に制限を求める。すなわち、古典論理においてはＰ∨¬Ｐは真であるが、有限主義者は、Ｐあるいは¬Ｐの証明が得られていない場合において、Ｐ∨¬Ｐを主張可能であるとは見なさないのである。

このことによって、無限の量化の範囲を含む命題や未来についての命題といったわれわれの現に行いうる検証の範囲を超えた命題に対して、有限主義者はそれは真でもなければ偽でもないと主張する。このことから、有限主義者は、古典論理に立つ排中律自体の妥当性について批判を行うのである。

しかしながら、Baylis によれば、有限主義者の古典論理に対する反論は十分な根拠に基づくものではないという。たとえば、Brouwer といった有限主義者は、“$2^{2n+9}+1$のかたちをとるすべての数は合成数である”といった命題について、(a)それらは真であるとも偽であるとも知られていない、(b)それらを真あるいは偽であると決定するいかなる方法も現に持っていない、というふたつの前提から、(c)それらの命題は真でも偽でもないという主張を導き出し、そのことを根拠にして排中律の妥当性を疑問視する。これに対し、Baylis は、この有限主義者の前提は、真理の認識と真理がふつうに区別されるとするならば、(c)を導くための十分条件ではないという。そして、かれは、Alice Ambrose の意見を引いて、もし有限主義者が上のような主張をしたいのであれば、有限主義者は排中律を攻撃するよりもむしろ、“$2^{2n+9}+1$のかたちをとるすべての数は合成数である”というような命題はそもそも命題と見なされるべきではないという主張を行うべきであるという。

有限主義者が排中律を攻撃することは、真理を検証可能と同一視する言葉の意味づけ

に関する問題を、かれらが論理の本質に関わる問題と混同していることから生じている、と Baylis 述べる。このことは、次の点からも知られるという。

Lukasiewics は、アリストテレスの「命題論」第9章における問題点は、未来の単称命題が真でも偽でもないという点にあるとみて、かれの三値論理の体系がそのような命題の取り扱いに有効であると考えたが、そのこと自体が、古典論理における排中律の適用に対する反証となるとは考えなかった。その理由は、二値論理をとるか多値論理をとるかという問題は、与えられた言明に値を与えるために言明のどのようなクラス分けを考えた方がより有効であるかという問題であり、その観点からみれば、多値論理をとりうるということは、二値論理が論理として不十分であるということを意味するわけではないからである。言い換えれば、与えられた言明が、多値論理によってもっとも有効に体系化されるならば、われわれは二値論理に執着する必要は必ずしもないが、このことは論理の本質から、二値論理に比べて多値論理が正しいということに直結しないのである。

二値論理をとるにせよ多値論理をとるにせよ、論理の本質にとって重要であるのは、その体系が命題のとりうる値の可能性に対して「余すところのない」(exhaustive) な命題のクラス分けを与えることであり、二値論理における排中律の意味はこのことの表明としてとるべきである。したがって、そのいわんとする内容は、多値論理もまたそれらが論理として妥当であるべきならば当然満たすべきである。そのことは、ある命題が真でも偽でもないという証明をわれわれが手にできるかという問題とは区別されなければならない。Baylis はおよそこのようなことを主張している。

わたしは、このような Baylis の論点から、Alice Ambrose の述べた点、すなわち「有限主義者はそのような(無限の量化の範囲を含んだ)命題をそもそも命題とすら考えるべきではない」という点に関心を持った。そこで、そのような問題について、Wittgenstein の数学の哲学についての所見から、より詳しい意味づけを行いたい。そして、論理が exhaustive でなければならないということの意味を再考し、そのことによって、排中律の意味と Wittgenstein の数学の哲学の意味がよりいっそう明らかになることが本稿のねらいである。

2. Wittgenstein の数学の哲学における立場の問題

Wittgenstein は、「数学の基礎についての所見」(RFM) において、排中律について次のように述べている。

「ある人がわれわれの頭に排中律をそれから逃れられないものとして叩き込むときには

――かれの問いには何かおかしいことがあるのは明らかである。

ある人が排中律を立てるとき、かれは選択させるためにいわばふたつの図をわれわれの前に置き、どちらか一つは事実と対応していなければならない、といっている。だがその場合それらの図が適用できるものかどうか疑わしいとしたらどうか。

そしてそのとき、無限の展開について、それはかたちΦを含んでいるかいないかのいずれでなければならない、という人は、われわれにいわば遠くまで続く、見渡せない数列を示しているのだ。」（RFMⅤ10）

かれのこのような主張は、排中律を拒否する有限主義者の根拠を明瞭に述べているようである。また、Wittgenstein 自身が「真理の余分説」を表明している箇所もあり（RFM Ap. Ⅲ6）、そこから、かれの数学の哲学における立場を、有限主義の一形態になぞらえる解釈が生じた。しかし、Wittgenstein 自らは、自分自身をはっきりと有限主義者から区別し、かれらの数学観を批判しているのである。

「有限主義と行動主義はまったく似かよった動向である。両者とも、ここには確かに…しかない、という。両者ともある混乱から脱出するために、あるものの存在を否定する。」（RFMⅡ61）

一方で、有限主義に類似した所見を記しながら、他方でその批判を行っている Wittgenstein の数学に関する考え方のつかみにくさは、「数学の基礎についての所見」が、「哲学探究」第二部に収録される意図で書き留められながらも、ついに日の目をみなかった断片の集積であるという事情を考慮すれば、仕方ないものであると考えられるかもしれない。

しかしながら、Cora Diamond の編集によって、「数学の基礎についての講義録」(LFM) が出版され、それによって、Wittgenstein の数学の哲学は、かなりはっきりした意図を持ったものであることが知られるようになった。有限主義者に対する Wittgenstein の批判の真意を明らかにするために、わたしはまず、「所見」と「講義録」の両者に共通する Wittgenstein の主張を整理した。すると、Wittgenstein の数学の哲学において、柱となるのは次の３つの主張である。

(a)証明は「見渡すことができる」ものでなければならない。

(b)数学的命題は経験命題ではない。すなわち、計算・証明は実験ではない。

(c)「規則に従うこと」にはいかなる正当化もない。

さらに、これらの(a)(b)(c)の主張は、実質的に同一の事柄を異なった局面から言い表したものである、というのがわたしの解釈である。従来、Wittgenstein の数学の哲学に帰せられた様々な立場は、これらのひとつの局面のみを誇張した結果帰せられたものであり、かれの本来の意図を十分にくむものではなかったといえる。

(a)(b)(c)のなかで、特に重要なのは(b)の主張である。「講義録」には、「所見」と違って、Wittgenstein 自身が数学の哲学に対する一般的な考え方を述べた箇所が多く含まれている。かれは、講義の目的は、数学についての誤解を取り除くことだという。

「どのような種類の誤解について私は語ろうとしているのか？それは、言語の中でたいへん異なったはたらきを持つ表現を互いに混同することから生ずる誤りである。」(LFMⅠ)

このような混同のうち、Wittgenstein の批判は、数学的命題を経験命題と混同する誤りに集中している。なぜならば、数学における論理的「ねばならぬ」の堅固さは、このふたつの命題の差異そのものにあり、(a)(c)の主張は、その言い換えにすぎないからである。

有限主義者と自らの立場を、より根本的には、経験主義者と自らの立場を厳密に区別する Wittgenstein の根拠は、(a)(b)(c)の同一性にある。このことをつぎに、かれの排中律に対する考察のあとをたどりながら確かめてみたい。

３．排中律に対する Wittgenstein の見解

Wittgenstein は、πの無限展開において、あるかたちφ（例えば７７７）が数列上に現れるか現れないかのいずれかであると語るひとは、いったい何を意味しているのかと問いかける。(RFMⅤ9) そのかたちが現れるとはいったいどういうことか？ひとは、数列上のある部分に７７７が見出せるような表象を思い描く。それでは、現れない場合はどうか？どこまで行っても７７７に到達しない表象を描くことができるであろうか？しかし、いったいどこまで？このような問いかけをするひとは一種のめまいにとらわれるであろう。

だが、この問題に対する Wittgenstein の回答を一言でいえば、数学にはそのような「めまい」は必要ないということである。そのことをかれが用いている別の例によってわかりやすく示そう。

「講義録」において、Wittgenstein は 1÷7＝0.142857142…の計算を行う子供が、142…

以下が反復しなければならない（反復すべきである）ということをどのように知るのかを問題にしている。(LFM　XII) 子供が、計算を続けることによって、それを確かめようとしているうちは、子供のうちには「この反復は偶然的か、必然的か」という問いかけがある。その点で、子供は、計算を経験によって確認する実験を行っているのである。しかし、計算を行うということは、反復が必然的であることを理解することである。計算をどれだけ長く行ったのか、どれほど多くの人が同じ結果に到達したのかとは無関係に、計算は規則としてその反復を提示する。すなわち、反復がどれほどの長さ続こうとも、その数列は計算という規則の理解において「見渡しうる」ものである。Wittgenstein によれば、計算に習熟するとはこのような理解を持つことなのである。

さらに、計算に習熟した子供は、「この数列は反復するであろう」という。しかし、数学的命題は無時間的であるから、この命題における「…であろう」は未来を示さない。言葉の類似した表現が経験命題のような外見を与えるのだと Wittgenstein は指摘する。(LFM XIII)

この例から明らかなのは、先に述べた、(a)「証明は見渡すことができなければならない」という主張と、(b)「計算・証明は実験ではない」という主張の結びつきである。

「『証明は見渡せるものでなければならない』とは、がんらい、証明は実験ではないということ以外の何ものでもない。証明において得られた結果をわれわれが承認するのは、それが一度得られたからとか、しばしば得られたからという理由によるのではない。そうではなく、証明の中に、結果がそのようにならなければならないという根拠が見えるのだ。」(RFMⅢ39)

ここで、Wittgenstein が、「見渡しうる」ということで、証明に用いられる図のトークンが有限であることを意味しているのではない、ということは特に強調しておかなければならないだろう。有限主義者の誤解の根はここにあると Wittgenstein は考えているのである。例を用いて示そう。

Wittgenstein は、「どれだけの数を書くことを学んだのか？」と聞かれた人が、「アレフゼロ」と答える場合と、実際に書いただけしか書くことができないと考える有限主義者が、「将来書くことができるだけの数を書くことを学んだ」と答える場合の相違について語っている。(LFMⅡ)「アレフゼロ」は、有限主義者が考える意味での「数の大きさ」ではないとかれはいう。それではそれはいったい何か。その答えをする人が求めているのは「アレフゼロ」の使用法の理解である。従って、それが無限であっても、規則のひとつとして

それは「見渡しうる」のである。

また、「この数列にはおわりがない」という命題についてもかれは同様に考える。それが経験的な意味での数列の連続であるならば、「おわりがない」ということは理解されない。しかし、規則を通じてそれを理解するならば、それは「見渡しうる」のである。

πの無限展開の例に戻りたい。数列上に７７７が見い出すことができないということを、無限に続くおわりのない数列の表象でとらえるひとは、図を見ることによって、ある数学的表現が「見渡しうる」かどうかを判定しようとしているのである。「ある表現の権限は、その表現の用法であるから、その用法の一側面、例えばその表現と結びつく図を見ることによっては見渡しえないのである。」（RFMⅡ62）つまりそれは、Wittgenstein にとっては、数学的命題と経験命題の混同である。有限主義者はこの混乱から逃れるため、排中律を否定するにいたる。有限主義者の持つこの思考のプロセスを、Wittgenstein は「数学の基礎についての所見」で描き出して、同時に批判しているのである。

それならば、Wittgenstein にとってπの無限展開において、かたちφが現れるかどうかという問題はどのような意味を持つのか。以上に見てきた Wittgenstein の数学の哲学における？？の観点から、その問題は規則に関わる問題として検討されなければならず、それによって「見渡しうるもの」とならなければならないのは明白である。Wittgenstein は、様々な角度からこの問題を検討しているが、以下にあげる所見がかれのとるべき方向を示していると思われる。

「＜そのかたちはその数列中にあるか、その数列中にないかである＞とは、事態がそのように見えるか、そのように見えないかのいずれかだ、ということである。

いかにして、命題「φはその数列中に現れる」の反対、または命題「φはその数列中に現れない」の反対が意味することを知るのか。この問いはナンセンスに聞こえるが、やはりある意味をもっている。

すなわち、いかにして私は、命題「φはその数列に現れる」を理解することを知るのか。

そのような言明に対しても、その反対の言明に対しても、私が例を挙げうることは本当である。そしてそれらの例は、ある定まった領域ないし領域列におけるその現れを指定する規則が存在するということの例である。あるいは、かくかくの現れが排除されていることを決める規則が存在するということの例である。」（RFMⅤ17）

Wittgenstein は、数列中にかたちφがあるかないかという問題を決定するのは、われわ

れの規則の理解であると考えている。しかし、πの無限展開のような無限級数の和で表される問題に対しても Wittgenstein は意味を認めうると考えていたのであろうか。

「講義録」において、Wittgenstein は、Goldbach の予想（４以上のすべての偶数は素数の和である）は真であるか、偽であるかのどちらかであるという問題に対して、「それは真であろう」という予感を持つ人は、それは真であると仮定されるであろう（従って同様に偽であるとも仮定しうる）と考える人とは反対に、その命題を語ることがもっとも「自然であろう」と考えているという。（LFM XIV）この「予感」は、「数学的命題は、それが埋め込まれている計算からのみ意味を与えられるのであり、その数学的規則をどのようにわれわれが使うことができるかということは、それが埋め込まれている数学のシステムにまったく依存しているのだ」と考える有限主義者には意味のないことであり、われわれが証明を実際に行う以前に、数学的実在によってその命題の真偽はあらかじめ決定しているのだと考える実在論者にとってはあってもなくともよいものである。Wittgenstein は、一方では、実在論者のように数学的命題を決定する道路をわれわれが造り出すことがなくとも、道路がすでに造られているとは考えない。どちらに向かって道路を造るのかということは、実践的な考慮と現在の数学のシステムからのアナロジーによって決定されるとかれは考えている。しかし、他方においては、数学のシステムにとってある拡張が可能であるということは、実在について何かを開示する「数学的事実」であり、便宜上の事実ではないといっている。

この Wittgenstein の立場は、有限主義者と実在論者の中間にあるものととってはならないだろう。なぜならば、かれの行っている双方に対する批判は、かれらが共通に前提としている数学に対する誤ったピクチャー、つまり、数学的真理は数学的実在に対する探索によって得られる、あるいは得られないという想定に向けられているからである。

「もしも君が数学的命題は数学的実在についてのものである――それはまったくはっきりしないものではあるが――というのであれば、それは大変はっきりした結果をもたらす。そして、もし君がそれを否定するのであれば、それはそれでおかしな結果になる。――例えば、有限主義に導かれるだろう。しかしどちらの立場もまったく誤っているのだ。」（LFM　XIV）

4. 規則とアスペクト

ここまで Wittgenstein の思考をたどってきて、かれがいったい排中律を認めているの

かどうかという問題は曖昧なまま残っている。上に見た Goldbach の予想の場合では、かれは、有限主義者のように、証明されていない数学的命題は無意味であるという極端な主張をするところまでは行っていないと思われる。さらに、そのような命題が、Wittgenstein が？において主張する意味での「数学的命題」であるならば、それはアプリオリな規則の提示であるから、そのような規則が古い規則に合致するか否かという仕方で、それが真か偽のいずれかであるということを理解することは可能であると思われる。

しかしながら、Wittgenstein にとって排中律とは、有限主義者や実在論者の例に見られたように、数学的命題の意味が、われわれの規則の適用を越えた数学的実在によって決定されているかのような観を与える、誤ったピクチャーを押しつけるものであった。それればかりではない。さらに、われわれにはまだふれられていない Wittgenstein の数学の哲学における(c)の局面が残っている。それはすなわち、「規則に従うことにはいかなる正当化もない」ということである。わたしの結論は、排中律を有意味なものだと考えれば、逆に、(a)(b)と実質的には同じであるこの(c)の立場から、排中律を拒否せざる得なくなると Wittgenstein は考えているということである。(c)の立場の内容を明らかにした上で、そのことを次に示したい。

従来の解釈において、この「規則に従うこと」をめぐる議論ほど大きな誤解を与えたものはなかったといえるであろう。それは、(c)の局面が(a)(b)と切り離されて論じられたためであると思われる。そこでまず、われわれは、かれがどのようにこのパラドキシカルな議論を行っているかを見てみよう。

規則の適用をその適用の事実以外から正当化しようとする試みを Wittgenstein は次のように批判している。

「しかしそうすると、わたしは推論の鎖の中を、実際にわたしがやっているように進むことを強制されているのではないのか。——強制されている？おそらくわたしは自分の好きなように進めるのだ！——だが規則に合致しようとすれば、君はこのように進まなければならない。——断じて違う。わたしはこれを＜合致＞と呼んでいるのだから。——では君は＜合致＞という語の意味を変えたか、規則の意味を変えたかしたのだ。——違う。——＜変える＞や＜同じままである＞がここで何を意味するかを誰がいうのか。
君がどれほど多くの規則をわたしに示しても——わたしは君にその規則の私流の使用を正当化する規則を与える。」(RFM I 113)

このような問題提示の仕方を、Wittgenstein は意図的に行っている。それはある選択を

読者に迫るためである。そのことをかれは「講義録」の中で述べている。

「わたしはしばしば新しい解釈を提示するが、それらが正しいというつもりはなく、古い解釈も新しい解釈と同様に恣意的であることを示すためである。わたしはただ新しい解釈を古い解釈と並べて、『ほら君の好きな方を選びたまえ』というためにそれらを創作するのである。」(LFM I)

それでは、Wittgenstein がここで描き出し、排除しようとするピクチャーは何であろうか。それは、規則がその適用以外の何らかの事実によって正当化されうるというピクチャーである。すでにみてきたように、このような見方は、数学的命題と経験命題を混同することに結びつく。ひとが計算を行う場合、「この結果が得られる」という適用の事実以外のある根拠によってその計算が正当化されうると仮定してみる。すると、以下に見るふたつの帰結が生じる。

(1)計算の過程とその結果の関係は蓋然的(外的関係)となり、この根拠によってこの結果が出ることを「信じる」ということが可能になる。
(2)規則の適用を正当化する根拠には、様々の「私流の解釈」が可能になる。

(1)については、Wittgenstein が(a)(b)の見地から繰り返し批判するだろうということは自明である。それでは、(2)についてはどうか。(2)を排除するために、われわれは、「規則に従うことにはいかなる正当化もない」という選択肢をとるように強制されると思われる。それが Wittgenstein の目的なのだ。事実、Wittgenstein も、そのような所見を書きつけている。

「規則に従っているとき、わたしは選択をしない。わたしは規則に盲目的に従っているのだ。」(PI I 219)

さらに、その事実は別な角度から見れば、「自然史の事実」と呼ばれる。

「わたしのいいたいのは、われわれはただこうやっているということである。これがわれわれのならわしであり、あるいは自然史の事実なのである。」(RFM I 63)

しかし、Wittgenstein はこのように述べることによって、規則についてはいかなる解釈も成り立たないということを真剣に主張しようとしたのであろうか？そうではない。かれがこのような選択肢をとるように迫ったのは、規則とその適用の内的な関係——ひとがあることを解釈するというとき忘れてしまいがちであるような——に注意を促すためである。

「というのも、わたしはこういいたいからである。『ひとは 13×13＝169 をたんに見てとることができるだけで、それを信じることはできないのだ。ひとは——多かれ少なかれ盲目的に——ある規則を受け入れることができるのだ』と。わたしはこれを語るとき、何を行っているのか。計算およびその結果（つまりある特定の図、特定の手本）と、実験およびその結果との間に切れ目を入れているのである。」（RFM I 109）

ここでも Wittgenstein が(c)という選択肢を与えている理由は、さきの(a)(b)の主張を強調するためなのである。

それでは、規則とその適用との「内的な関係」とはいったい何であるのだろうか。Wittgenstein は、規範的使用を持つ証明・計算も、常に経験を通じてわれわれにもたらされるという前提から、経験と規範は不可分であると考える。しかし、Wittgenstein が(c)の選択肢によって示しているように、証明の図（経験的）をどのように解釈するかということは多義的である。わたしの図の使用と同じ使用を他人がするかどうかということは確定できない。また、わたしの図の使用のみが「実在」と対応しているのだと主張することも、その場合における図と実在の「対応」や「類似性」が明確な規定を持っていなければ、多義性を排除することはできない。Wittgenstein は、つぎのようにいう。

「しかし、図と実在を比較する技術が規定されていなければ、あるいは『類似する』という言葉が明らかでなければ、それ（実在との対応）をいっても無意味である。なぜなら、無数の異なった比較の技術や、類似性があり得るからである。例えば、あるものがあるものの投影図である場合、それらは『類似している』をいわれるかもしれない。しかし、無数の異なった投影の仕方、対象の提示様式があるのだ。」（LFMⅦ）

しかし、証明の図によって証明を理解する人は何を理解しているのか？何も理解していないのであろうか？あるいはどのような理解でもできるのであろうか？そうではない。Wittgenstein は、証明が実験と異なるのは、証明が「内的関係」を示すからであると考える。そして、「証明の理解」とはその内的関係を見てとることにあるのである。

「内的関係とは、いわば、物事の本質にあるものである。それは、決してふたつの対象相互の関係ではないが、ふたつの概念の間の関係であるといってもよい。ふたつの対象相互の内的関係を主張する文、例えば数学的な文は、対象を記述しているのではなく、概念を構成しているのである。」(LFMⅦ)

証明や計算が見てとらせるのは、例えば、13×13=169 という計算におけるように、過程と結果の内的な結合である。また、規則の理解の場合も同様である。与えられた正五角形から正十七角形を作図するように求められた人は、その図形の経験的諸条件を再現することではなく、それらが内的関係においてどのように類似しているかを理解しなければならないのである。

内的関係の理解において本質的であるのは、それが「尺度を与えること」であることである。その点において、証明・計算は経験命題と区別される。「数学はそれ自体常に尺度なので、測られるものではない」(RFMⅢ75) しかしながら、ここで問題となるのは、内的関係を結ぶパターンの理解は、その規則そのものを取り出して示すことができず、経験におけるその規則の適用を通じて示されなければならないという経験的・外的側面をもつということである。すなわち、「内的関係が当てはまるふたつの事例を与えることなしには、内的関係を与えることはできない」(LFMⅧ) のである。Wittgenstein が一見自明であるような数学的命題と経験命題の区別にこだわり続けているのは、われわれが、この規則の適用における経験的側面から、「対応」「類似性」といった内的関係を、しばしば、あたかも経験命題において語られるものであるように錯覚し、混乱に陥るからに他ならない。その場合にわれわれは、証明を多義的なものととらえ、様々な解釈の相において眺めることを余儀なくされるのである。

それでは、内的関係の理解とその現実における適用とは具体的にはどのような関係にあるのだろうか。Wittgenstein は次のような例によってそのことを示している。

誰かに「一律な活動」の訓練を与えようとして、以下のように書かせ続けるとする。

——・・——・・——・・——・・——・・——・・——・・

そのとき、わたしはかれに何をすることを期待しているのか？　それに一番適切な答えは、わたしがかれに与えた事例そのものである。つまり、「わたしは、『一律な』ということで自分が何を意味しているかということを、かれに対して、そして自分自身に対しても、この事例を使って示すだろう。」(RFMⅥ17)

この例によって Wittgenstein が示しているのも、ある事例からパターンを読みとるこ

と（あるアスペクトにおいてその事例をみること）は、事例そのものと切り離し得ないということである。それではひとはいったいどのように読みとったパターン・規則を示すことができるのだろうか。ある事例が、特定のこの規則の表現であるということは、それをさらに適用してみせることによってのみ顕在化するということが Wittgenstein の主張である。そこから、ひとは、事例に現れている「適用の可能性」を、適用の現実性から、まさに「この適用の」可能性であるものとして示すほかないのである。そして、そのとき示される関係がまさに「内的関係」であり、Wittgenstein の用語では、「文法的な結合」である。

「因果的・経験的な結合ではなく、それらよりはるかに厳しく、堅固だとされる結合、一方がすでに何らかの仕方で他方である、というほど緊密な結合とは、つねに文法における結合である。」（RFM I 128）

このとき、適用によって実現する「可能性」は、経験的可能性とは異なる、概念構成によって与えられる可能性であることにわれわれは注意しなければならない。つまり、それは「経験の限界」にあるという点で、経験的な可能性ではなく、論理的な可能性なのである。（RFMⅣ 29）言い換えれば、パターンを見てとることのなかには、「かくかくに解釈されるであろう」ということとは異なった、「かくかくでなければならない」ということが含まれていなければならない。そうでなければ、それは経験命題であり、規則の理解を含まないのである。

「そうでなければならないとは、そうであろうということではない。逆に、＜そうであろう＞は、ひとつの可能性を他の可能性から選別しているのに＜そうでなければならない＞は、ひとつの可能性だけを見ているのだ。」（RFMⅣ31）

Wittgenstein が、「規則に従うことにはいかなる正当化もない」といったのは、正当化の文脈が、規則そのものを異なる可能性の中で眺めることを許容するからに他ならない。しかし、そうすることは内的関係を切断し、規則本来の「ねばならない」を喪失させるのである。従って、適用によってのみ、このような規則の理解は顕在化しうるという主張を Wittgenstein は行ったのである。

以上に見るように、Wittgenstein は、規則の理解が必然性の理解に直結すると考えていた。この意味で、論理的必然性が「余すところのないもの」（exhaustive）であることを、かれもまた強く求めていたのである。現実の実践において、パターンを見てとるというな

かで理解されるこの必然性の概念は、かれにとってもっとも堅固なものである。

さて、わたしの主張は、Wittgenstein は(c)の立場から排中律を拒否しているということであった。最後にこのことにふれたい。

Wittgenstein は、パターンをとらえることのなかに、排他的な可能性の認知が含まれていることと、その可能性が適用によって実現することを見てとった。この内的結合の排他性は、他の可能性を遮断する。例えば、Wittgenstein は、正十七角形の作図について、それは正五角形の作図と類似的なパターンを遂行しようとする試みであるという。そして、すでに見たように、このとき正十七角形が作図できるのは、経験的諸条件によるものではない。つまり、作図の可能は、経験的な可能性を示すものととってはならないという。それでは、作図不能な正七角形の場合はどうか？われわれは、様々なやり方を試みて、どうしても作図できない場合、作図を断念する。これは経験的な事柄である。しかし、作図の不能が証明された後には、その不可能性は経験から独立になり、それによってわれわれは経験を判定するようになるのである。（LFMV）つまり、論理的可能性がわれわれにとって可能であるものを指定すると Wittgenstein はとらえるのである。ここから、そのような論理的可能性について述べる規則命題の矛盾対立は不可能な命題になる。

ここから、Wittgenstein は、排中律が有意味であるとするならば、それは、可能な命題とともに、不可能な命題を想定するよう迫るものであると考えている。真なる経験命題の矛盾対立が偽であるのに対して、必然的な命題の矛盾対立はかれにとって「考えられないもの」であるから、その要求はかれにとって不合理に思われたのである。

Wittgenstein が批判する有限主義者や実在論者は、数学についての誤ったピクチャーから、規則の理解・証明が存在しないところにもある可能性を認めようとする。しかし、Wittgenstein にとっては、論理的に不可能なものはたんに「排除されている」のであり、ひとつの可能性として不可能性があるのではない。

有限主義者が「決定不能」から排中律に制限を課したのに対して、Wittgenstein は、すべて論理的に不可能なものはそもそも考えられないものであるという理由から排中律を制限した。そのことは、かれが「論理は思考の法則をあらわす」という強い確信を持っていたから行ったことであり、論理が exhaustive でなければならないということの反映であったといえるであろう。

Ludwig Wittgenstein

RFM: *Remarks on the Foundations of Mathematics*, ed. G. H. von Wright, R. Rhees, G. E. M. Anscombe, trans. G. E. M. Anscombe, Revised Edition, MIT Press 1994.

LFM: *Wittgenstein's Lectures on the Foundations of Mathematics Cambridge, 1939*, ed. Cora Diamond, The University of Chicago Press 1976.

PI: *Philosophical Investigations*, trans. G. E. M. Anscombe, Blackwell 1958.

C.A.Baylis, 'Are Some Propositions Neither True Nor False?' *Philosophy of Science*, vol. 3, 1936.

補遺 「過激な規約主義」(radical conventionalism)という解釈上の立場について

Michael Dummett は、Wittgenstein の数学の哲学の立場は、いくつかの規約と推論規則に基づき証明の妥当性を保証するのが「穏健な規約主義」であるとすれば、証明の各ステップが新しい規約の承認であり、その規約を保管庫にしまい込みながら進む「過激な規約主義」を主張するものであると考えた。Dummett によれば、この立場の特徴は、その規約の承認がその承認の事実以外の何にも基づくものではないということにあるという。このような立場を導き出す典拠は、「所見」のなかにも確かに見られる。

「わたしが『この命題はあの命題から出てくる』というなら、それはある規則の承認である。その承認は証明に基づいて起こる。わたしはこの鎖（この図形）を証明として受け入れる。――『すると、そうしなくてもよかったのだろうか。わたしはそれを受け入れなければならないわけではないのか。』――なぜ君は、なければならないというのか。それは、証明の終わりで、例えば『なるほど、わたしはこの結論を承認しなければならない』というからである。だがそれはやはり君の無条件的承認の表明でしかない。

つまりわたしの信じるところでは、『わたしはそれを受け入れなければならない』という言葉は、二通りの場合に使われる。ある証明を得たときばかりでなく、その証明の個々の歩みそのものに関しても使われるのだ。」(RFM I 33)（下線筆者）

また「講義録」においても、この立場は Wittgenstein と A.M.Turing との間で詳しく議論されている。（LFM X I）この立場で問題とされているのはどのようなことか。すでに見たように、規則に正しく従ったかということをまさしく「この結果」が得られたかどうかでしか判定できないとしたなら、個々の計算は、まさにその計算を通じてしか正しさを判定できないことになろう。つまり、新しくなされた計算をすべて新しく規定された規則とするのである。そして、それらの計算を今度は「尺度」として保管庫にしまうのである。Turing は「講義録」のなかでは経験主義者の代表として、そして時には数学における実在論者の代表として Wittgenstein に質問しているが、この場合は、尺度そのものを経験的なコンテクストでみて、計算は無限なのに保管庫の尺度は有限なのかとか、保管庫の尺度どうしをどのように比較するのかといった質問をしている。だが、Wittgenstein がこの事例でいいたかった

のは、個々の経験的計算がその計算を正当化するということではもちろんなく、尺度そのものは経験的な何ものにも基づかないということなのである。尺度を見てとることは、類似的なパターンを見てとる場合と同様に、そこに概念の内的関係をつくりだすことであると Wittgenstein は考える。そこからこのような、証明の各ステップごとの規約の承認といった立場が生まれたのであろう。そのように考えれば、この事例もまた、尺度を見てとることが個々の計算を通じて行われるにしても、その尺度自体は経験の結果ではないという意味で語られているのである。すると、ここで Wittgenstein が主張しているのも、「証明・計算は実験ではない」ということに他ならないことが知られる。しかしながら、この事例にはさらに重要な問題も含まれている。それは、一般性と個別性の関係を Wittgenstein がどのように考えているのかということである。その関係は、適用における規則の表現、さらに数学においては、一定の外延を介しての内包の表現にも現れている。Wittgenstein は、一般性が何の経験とも結びつくことなく理解されるとは考えていない。そして、われわれが、一般性の表現形式によって欺かれて、ある外延が「存在する」ように錯覚してしまうケースもまた、かれの絶えざる批判の対象である（例えば実数の集合）。しかし、このような問題は別の機会に論じることとしたい。規約は何にも基づかないとした Dummett は確かに慧眼であったが、その根拠は内的関係を見てとるという Wittgenstein の一般的な主張に結びついているのである。

（うえだ・とおる　筑波大学哲学・思想学系助手）