

氏名(本籍)	とりのこえのりお 鳥越規央(大分県)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博甲第1,658号
学位授与年月日	平成9年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
審査研究科	数学研究科
学位論文題目	Some Approximations to Non-Central Distributions (非心分布の近似)
主査	筑波大学教授 理学博士 赤平昌文
副査	筑波大学教授 理学博士 杉浦成昭
副査	筑波大学教授 理学博士 保科隆雄
副査	筑波大学教授 理学博士 宮下庸一

論文の内容の要旨

本論文では非心分布等のパーセント点の近似について論じている。特に自由度 ν 、非心度 δ の非心t分布 $t(\nu, \delta)$ 、自由度 m 、非心度 ζ の非心カイ2乗分布 $\chi^2(m, \zeta)$ と自由度 (ν^1, ν^2) 、非心度 λ の非心F分布 $F(\nu^1, \nu^2, \lambda)$ の近似について考察している。一般に非心t分布は2つの正規母集団の平均の差の検定や信頼区間を求めるのに重要な役割を果たし、非心F分布は分散分析におけるF検定の検出力を求めるときなどに現れ、非心カイ2乗分布は非心F分布の極限として考えることもできるが、カイ2乗適合度検定、その他に離散分布に関する仮説検定において対立仮説の下での検定統計量の漸近分布としても現れる。従って与えられた有意水準の下で、任意の自由度、非心度についての検出力を求めたり、非心度についての検定や信頼区間を求めるときにパーセント点が重要になる。しかし、非心t分布 $t(\nu, \delta)$ 、非心カイ2乗分布 $\chi^2(m, \zeta)$ 、非心F分布 $F(\nu^1, \nu^2, \lambda)$ の密度関数は複雑で、その不定積分、すなわち分布関数は不完全ベータ関数比を用いた形になり、パーセント点等を具体的に求めるためには、大規模な数値計算を必要とする。また統計数値表も利用できるがそれもかなり限定される。そこでパーセント点を得るための近似式が有用になる。

本論文では、従来の近似式の導出を踏まえて、正規統計量とカイ統計量の線形結合などの分布のCornish-Fisher展開から新しい近似式を求め、従来の近似式と比較検討し、新しい近似式の優位性を示す。

(i)非心t分布 $t(\nu, \delta)$ 。最近 Akahira(1995)によって提案された非心t分布のパーセント点の近似式から、パーソナルコンピュータを用いてニュートン法による数値計算によってその値を求め、山内他(1972)の統計数値表の値を真値としてその誤差を調べた結果、かなり精確であることを確かめた。また従来のJennett-Welch, Johnson-Welch, van Eedenのそれぞれの近似式によるパーセント点の値とも比較した結果、特に非心度 δ が大きい場合に著しい改善が見られることが分かった。さらに新しい近似式は方程式の形で与えられているため、その解の存在性と一意性をその状況を予めパーソナルコンピュータによって調べた上で、理論的にも示した。

(ii)非心カイ2乗分布 $\chi^2(m, \zeta)$ 。非心カイ2乗統計量を(中心)カイ2乗統計量の一次式に近似した上で、カイ統計量の分布のCornish-Fisher展開から、 $\chi^2(m, \zeta)$ のパーセント点の新しい近似式を導出した。また数値計算によってその値を求め、従来のSankaran, Patnaik, Pearsonのそれぞれの近似式による値と比較して改善されていることを示した。

(iii)非心F分布 $F(\nu^1, \nu^2, \lambda)$ 。非心F統計量は非心カイ2乗統計量とカイ2乗統計量の比として表され

ているから、その分布のパーセント点の近似式を、2つのカイ統計量の線形結合の分布をCornish-Fisher展開して導出した。また数値計算によってその値を求め、従来のPatnaik, Severo-Zelen, Tikuのそれぞれの近似式による値と比較して改善されていることを示した。

(iv) 標本相関係数の分布。2変量正規分布の相関係数 ρ に関する推測において標本相関係数 R の分布のパーセント点は重要である。 R の分布を正規統計量と2つのカイ統計量との線形結合による統計量の分布にしてCornish-Fisher展開を用いて、新しい近似式を導出した。その値を数値計算によって求めた結果、そのパーセント点は標本の大きさが20のときに $|\rho|$ が1に近い場合を含めて少数点以下4桁まではほぼ真値に等しいことを示し、また従来の近似式よりもかなり改善されることも示した。

審 査 の 結 果 の 要 旨

統計的推測理論の応用において重要である非心分布等のパーセント点の近似に関する研究が行われた。この研究は数理統計学の応用上、極めて有効であることとして高く評価される。特に新しく提案された近似式はパーソナルコンピュータを用いてニュートン法による数値計算でかなり精確な値を与えるものであり、その有用性、汎用性も高い。

よって、著者は博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。