

製薬企業の人的販売における市場反応メカニズムの研究

筑波大学審査学位論文（博士）

2018

井上 友彦

筑波大学大学院

ビジネス科学研究科 企業科学専攻

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景と問題意識	1
1.2	研究の目的	9
1.3	本研究の構成	13
第 2 章	先行研究のレビュー	15
2.1	先行研究のレビュー領域	15
2.2	人的販売に関する研究	16
2.3	市場反応モデリングに関する研究	28
2.4	マーケティングにおけるベイジアンモデリングに関する研究	31
2.5	サーベイ研究のまとめと本研究との関連	33
第 3 章	医師の異質性を考慮したディテール効果の解析	36
3.1	はじめに	36
3.2	医薬品業界におけるマーケティングと人的販売	37
3.3	先行研究	39
3.4	モデル	42
3.5	解析結果	48
3.6	まとめ	61
第 4 章	製品訴求と顧客関係構築におけるディテール効果の解析	63
4.1	はじめに	63
4.2	先行研究	65

4.3	モデリングと推定	67
4.4	実証分析	73
4.5	まとめ	85
第 5 章	時間変化するディテール・ストック効果の解析	89
5.1	はじめに	89
5.2	先行研究	91
5.3	モデリングと推定	93
5.4	実証分析	100
5.5	まとめ	107
第 6 章	結論	109
6.1	本研究の結論	109
6.2	本研究の学術的貢献	113
6.3	本研究で残された課題	115
参考文献		118
付録 A	第 3 章の付録	127
A.1	MCMC のアルゴリズム	127
A.2	MCMC の標本経路と標本自己相関関数 (ACF)	129
A.3	推定用 R プログラム	130
付録 B	第 4 章の付録	134
B.1	MCMC のアルゴリズム	134
B.2	推定結果に関するその他の図	137
B.3	推定用 Fortran プログラム	139
付録 C	第 5 章の付録	154
C.1	粒子フィルタのアルゴリズム	154
C.2	状態変数の推定結果	155
C.3	推定用 Fortran プログラム	157

第 1 章

序論

1.1 研究背景と問題意識

1.1.1 マーケティングにおける人的販売

人的販売は、マーケティング・ミックスの 4P (Product, Price, Place, Promotion) におけるプロモーションの中核要素の一つとして、広告、パブリシティ、セールス・プロモーションなどと並び、様々な業種で古くから活用されている。最新の労働力調査では、日本国内の総労働人口 6440 万人のうち、営業職従事者は 336 万人 (5%)、広義の販売従事者は 852 万人 (13%) と推計されている (総務省統計局, 2016)。また、米国においては 1500 万人がフルタイムの営業職に従事し、全常勤労働者の 11% を占めている (Zoltners and Sinha, 2005)。企業の支出という観点においても人的販売の比重は大きく、他のあらゆるマーケティング支出項目を上回る。2006 年に米国企業は広告費のほぼ 3 倍となる 8000 億ドル (89 兆円) を人的販売に費やし、各企業の売上高に対する人的販売の支出割合は平均で 10%、一部の企業では 40% に上るとされる (Zoltners et al., 2008)。その背景には、人的販売が売上に対して顕著なプラスの影響を与えると多くの業界で考えられていることがある。人的販売の効果に関する最新のメタアナリシス (Albers et al., 2010) は、売上に対する人的販売の平均弾力性を 0.34 と報告しており、広告に関する代表的なメタアナリシスで示されている広告弾力性の 0.22 (Assmus et al., 1984) や 0.12 (Sethuraman et al., 2011) と比較しても高い。このように、売上、利益、雇用といった観点から、人的販売は企業の経営戦略上極めて重要な領域となる。

近年多くの先進的な企業でカスタマー・リレーションシップ・マネジメント（顧客関係性管理；以降，CRM）の概念が導入され，目先の売上よりも顧客生涯価値の最大化を追求するための顧客管理が進められている．そこで重要となるのが，一人一人の顧客に対する個別の深い理解ときめ細かな対応であり，自社の担当者と顧客が直接対峙する人的販売は，CRMの一環としてその役割を再定義されている．「対面」，「親交」，「反応」という3つの特性を有し，「ダイレクト・マーケティングの原型ともいえる最古の形態」（コトラ・ケラー，2008）とされる人的販売は，元来個々の顧客との長期的な関係性を前提としているため，CRMやそれに基づくOne-to-Oneマーケティングとの親和性が高い．旧来型の，経験，勘，根性に頼る“営業”スタイルから脱却し，CRMの概念とデータに基づく科学的なアプローチへと転換することが，現代の人的販売には求められている．

1.1.2 医薬品産業の現状

医薬品産業は，生命，健康，生活の質を維持し向上するために不可欠な財を創出する重要な産業であり，世界経済の原動力の一端を担っている．また，対価の一部が社会保険によって負担されるため，社会的な関心の強い分野でもある．医薬品の市場規模は全世界で9500億ドル（106兆円）に上り，過去5年間で年平均5%以上の成長率を見せている．全世界の医薬品売上の4割は北米のものである．米国の代表的な医薬品メーカー（以降，製薬企業）はファイザー社であり，2016年度の売上高は528億ドル（5.9兆円）という規模である．日本の医薬品市場は10.6兆円と世界の約1割を占め，米国に次ぐ主要市場となっている．（IMS Health, 2015, 2016b; QuintilesIMS, 2017）．国内の代表的な製薬企業は1781年創業の武田薬品工業であり，単体で売上高7770億円，純利益835億円（2016年3月期）を稼ぐ．同社はCEOをはじめ現在の取締役の多くが外国人となり，経営のグローバル化を進めている．医薬品は消費者が購買の際に医師の処方箋を必要とする医療用医薬品と，ドラッグストアで自由に購入できる一般用医薬品に大別されるが，前者が全医薬品売上のうち大半を占め（例えば日本では約9割（厚生労働省, 2015）），産業の主軸となっている．本研究が対象とするのは医療用医薬品市場であり，以降とくに断りなく医薬品と言う場合は，医療用医薬品を指す．

医薬品産業の特色は次の4点にまとめられる．1点目は，研究開発志向が強い知識集約型の産業ということである．米国の業界団体による統計によると，産業全体の研究開

発費は 588 億ドル（6.5 兆円）にのぼり、売上高に対する比率は 19.8% と非常に大きい (PhRMA, 2016)。新薬の創出には化学、薬学、医学など複数の領域にまたがる基礎科学研究の成果が不可欠であり、開発には平均 10 年から 15 年の歳月を要する。臨床試験まで至ったとしても成功率は低く、規制当局によって承認され無事販売にたどり着けるのは全体の 12% とされる。現在、一製品の開発に要する平均コストは 26 億ドル（2890 億円）と、創薬や承認取得の難易度とともに上昇し続けているが、それでも各製薬企業は成功時の莫大なりターンを狙って研究開発への集中投資を進めている。2 点目は多品種少量生産で、かつ高付加価値の製品ということである。現在国内の医療用医薬品市場には 15,000 品近い膨大な製品が存在する。医薬品は機能的側面が非常に重視される製品カテゴリーであり、用途に応じ細かく使い分けされる。また、原価のほとんどが研究開発費であり、一度生産ラインに乗ると原材料費は比較的安価であることも、このような特性を生む原因となっている。3 点目は、生命や健康に直接関わる製品であるゆえに、各国の厳格な規制下に置かれているということである。日本においても、医薬品に関わるすべての企業は、研究開発、生産、流通、販売のいずれの局面でも医薬品医療機器等法をはじめとする各種法規や業界の自主規制を遵守することが強く求められている。4 点目は、国の医療政策や保険制度に大きく依存しているということである。日本の場合、医薬品が医療機関や薬局（小売）から患者（消費者）に販売される際の価格は、薬価と呼ばれる公定価格によって定められている。また、保険制度の対象年齢や自己負担率、近年のジェネリック（後発）医薬品の使用推進など、一つ政策が変わることによって市場構造が大きく変化することがある。

1.1.3 製薬マーケティングと人的販売

製薬企業におけるマーケティングは、各種マーケティング・ミックスにおける強い制約のもとで歴史的に成立しており、他業界とは異なる特色を有する。4P を考えてみると、まず製品開発（Product）においては前項で指摘したように科学的な発見や発明が基礎となるため、マーケティングが積極的に関わる余地は極めて少ない。また、価格（Price）は日本を含む多くの国で公定価格が存在し、メーカーが自由に設定することは困難である。さらに、流通（Place）においても許認可制の閉鎖的なチャネルであるため、医療用医薬品を扱うことができる流通業者は専門の医薬品卸に限られ、小売にあたる機能を持つのは病

院や診療所などの医療機関および薬局のみとなる。プロモーション (Promotion) に関しても規制は強い。日本では、消費者向けの製品広告や販促活動が法律で禁じられているため、一般消費財のように市場開拓やブランド・コミュニケーションを自由に行うことは不可能である。

このようにさまざまな制約で縛られる製薬企業において、マーケティング活動がまったく行われていないかという点、そうではない。最新の統計では、製薬企業が全世界で年間 692 億ドル (7.7 兆円) をマーケティングに費やし、その額は前年比 3.2% で増加していると報告されている (IMS Health, 2016a)。また、研究開発に対し巨額の投資を行う製薬企業であるが、マーケティング投資はそれを上回るという報告もある (Families USA Foundation, 2001)。製薬企業によるプロモーション活動は、患者向けと医師向けに大別される。製品の消費者にあたる患者に対するプロモーションは前述の通り規制が強く、とくに日本においては製品名を表示しない疾患啓発の広告にとどまる。潜在的な患者を掘り起こすための一般向け広告は Direct-to-Consumer (DTC) 広告と通称される。

患者によって製品が購買され消費される一方で、医療用医薬品の購買には医師の処方箋が必要となる。処方箋は患者が使用するべき薬剤の具体的な成分名や製品名、使用量や使用日数が細かく指示されているものである。したがって、医療用医薬品の購買に関する意思決定権は事実上医師が有することになり、製薬企業は歴史的にプロモーション活動を医師に対して集中させてきた。医師向けのプロモーションには、医学雑誌や専門ウェブサイト向けの広告、講演会など医師イベントの開催、製品サンプルの配布 (日本では禁止)、営業員による人的販売が含まれる。なかでも製薬企業がとくに資源を集中投下させているのが人的販売であり、最新の 2015 年データではプロモーション費用全体の 61.2% が当てられ、2 番目の製品サンプル (10.8%) を大きく引き離している (IMS Health, 2016a)。製薬企業の営業職は正式には医薬情報担当者、通常は MR^{*1} と呼ばれ、日本国内の大手企業であれば数千人規模の営業組織を構成している。厚生労働省令第 135 号<医薬品等の製造販売後安全管理の基準に関する省令>により、「医薬情報担当者とは、医薬品の適正な使用に資するために、医療関係者を訪問すること等により安全管理情報を収集し、提供することを主な業務として行う者」と定められ、表 1.1 に示す各種の役割を担っている。

^{*1} MR (Medical Representative の略) は日本に特有の呼称であり、英語圏では一般に pharmaceutical sales representative、あるいは単に sales rep と呼ばれるが、その役割は世界的にほぼ共通している。本研究ではこれ以降、製薬企業において医師への営業活動を行う要員を指して MR と統一して呼ぶ。

表 1.1 MR の役割

1. 自社医薬品の普及	MR が行う普及活動は、医療関係者に対して自社医薬品の適正使用に関する情報を提供することにより、正しい理解のうえ処方に結びつけてもらうことである。普及活動にあたっては、医療用医薬品プロモーションコード、医療用医薬品製造業公正競争規約、その他関連法規と各医療機関の院内規則などの遵守はもとより、患者の恩恵（ベネフィット）を念頭に置いた行動が求められる。
2. 情報の提供	MR は、特定機能病院、地域支援病院、一般病院、診療所、保険薬局など機能・形態の異なる各医療機関の医療関係者及び卸売一般販売業の従事者などに対して、それぞれの立場、状況に応じた必要な情報を添付文書、医療用医薬品製品情報概要などを用いて、確実、かつタイムリーに提供する。
3. 情報の収集・伝達と報告（Post Marketing Surveillance; PMS）	MR は、GQP, GVP, GPSP 省令に基づき、自社医薬品が使用された際の品質と有効性・安全性（有害事象・副作用など）に関する情報を積極的に収集し、安全管理統括部に報告しなければならない。また安全管理統括部の決定に従い、評価・分析の結果を医療関係者や MS（Marketing Specialist; 医薬品販売担当者；医薬品卸の営業職）に伝達（フィードバック）しなければならない。MR の行う情報活動には、法律に裏付けられた自己責任が伴っている。
4. 創薬・適応拡大などに関する情報の収集	医薬品の開発や適応拡大などは、製薬企業のみならず、医療関係者からの助言や提言が大きく寄与している。新薬の誕生、効能・効果の拡大、用法・用量の追加、新剤形の開発などに役立つ幅広い情報の入手に努め、研究・開発部門へ報告することも MR には期待されている。

* 「MR の果たすべき役割」（財）医薬情報担当者教育センター より抜粋

コトラー・ケラー (2008) の分類によれば、MR は「ミSSIONナリー」というタイプの販売職であり、それは、「注文を獲得することを期待されていない、あるいはその権限を持たないが、顧客あるいは見込み客との良好な関係を築いたり、彼らに知識を与える販売員」と定義されている。実際に、MR は一般的な営業職とは異なり、顧客に対する自社製品の見積りの提示や、受注、価格交渉は一切行わない。MR は、担当する地域の医療機関を巡回訪問し、主に医師や薬剤師に対して自社製品の特徴や使用方法を伝達する。また、医師から現在の製品の使用状況や副作用の発現に関するフィードバックを受け、法制度上あるいはマーケティング戦略上必要な情報を本社に吸い上げる機能を持つ。このような MR による医師とのコミュニケーションを製薬企業では「ディテール (detail)」あるいは「ディテールリング (detailing)」と呼んでいる。マーケティング的な見地に立つと、MR は日々のディテールを通して、顧客である医師との長期的なリレーションシップを構築する

のと同時に、自社製品のブランド名や製品特徴の顧客の記憶への刷り込みを行っている。継続的なディテール活動によって顧客のロイヤルティを形成するとともに、短期的なブランド想起に対しても影響を与えることで、自社製品の選択確率向上と売上増加へつなげている。日本市場における MR のディテールは、原則アポイントメントなしで医師を訪問し、1 回の訪問につき 5～15 分程度の時間で 1～3 製品の説明と処方依頼をおこなう、といった形式が一般的である。通常のディテールは製品パンフレットや学術的な参考文献を活用して行われ、訪問時に製剤見本や製品名の入った文房具など簡素な提供品を持参する場合もある。

MR のディテール活動は、製薬マーケティングの中核を成し、顧客である医師との最も密接な CRM 上の接点となる一方で、その費用は莫大となる。したがって、その生産性向上や資源配分の最適化は、製薬企業において新薬の開発戦略と並び、最も重要な経営課題となる。そのため、製薬企業における人的販売のマネジメントは、単なる営業員数の調整にとどまらない。MR による医師へのプロモーションの量は、製品ごとにディテール回数として厳密に定量化され、その投下量が事前に入念に計画された上で、結果を継続的に計測される。人的販売の効果検証や資源配分に対する製薬企業の経営者の関心は、他業界での広告に対するものと同様かそれ以上に高いと言える。

1.1.4 企業内データベースの拡充

今日の企業では、情報通信技術（ICT）の積極的な導入による成果あるいは副産物として、きわめて大規模な結果データが蓄積されてきている。昨今「ビッグデータ」と呼ばれるそれらの大規模データを、貴重な情報資源として最大限活用することが、現代のマーケティングにおいて喫緊の課題となっている。社内のデータベースに日々蓄積されるデータ群からマーケティング上の有益な情報を抽出し、新たに得られた知見を将来の戦略へフィードバックするという循環的なプロセスを恒常化することが、持続可能な競争優位性の獲得を可能とするからである (Blattberg et al., 2008)。

社内データの充実は人的販売に関しても例外ではなく、近年各分野の営業部隊を擁する企業においてセールスフォース・オートメーション（SFA）とよばれる営業支援システムの導入が進んでいる。SFA によって従来の営業日報は完全に電子化され、管理上の効率性が高まったのと同時に、蓄積される個々の営業員の行動データの活用が企業内で模索さ

れている。製薬企業は SFA をいち早く導入し、長年に渡って活用しているため、MR の行動に関する豊富なデータの蓄積がある。また、製薬企業は伝統的に売上データなどを詳細なレベルで体系的に蓄積し、積極的に活用しようとする意識が高い (Manchanda et al., 2005)。近年では、顧客別の売上データと営業の行動データが CRM システムに内包されることで、それぞれの相関や時系列トレンドを確認することが非常に容易となり、データの背後に存在するメカニズムに対する経営的な関心も高まっている。

1.1.5 問題意識

製薬企業は MR による人的販売に対して巨額の投資を長年続けている。その正当化には、ディテールによる市場反応のメカニズムに関する深い理解に基づき、売上効果を適正かつ精緻に測定する必要がある。そのためには、現実の構造を的確に表現するモデルの継続的な提案と、データに基づく科学的な実証の積み重ねが不可欠となるが、現実はそれとはかなり乖離していると言わざるを得ない。背景には、そもそも人的販売に関するマーケティング研究自体の乏しさがある。Zoltners et al. (2008) は、マーケティング研究に関する主要 3 誌 (*Journal of Marketing*, *Journal of Marketing Research*, *Marketing Science*) に 2001 年から 2006 年に掲載された論文のうち、人的販売や営業活動について取り扱ったものは 4% に満たなかったと報告している。この原因として、人的販売は広告などと異なりプライベートな空間で実施されるため、現象がそもそも部外からは把握しづらく、そこから生じるデータの機密性も高いことがあげられる。また、営業部門は多くの企業の中で最も権限が強く (Zoltners et al., 2008)、マーケティング部門とは別組織として運営されている。そのため、マーケティング的な基本的な考え方や技術が人的販売については共有されにくく、他のプロモーションに置いて成功した方法論が応用されたり、統合的なマーケティング活動の一環として人的販売が考慮されたりすることは稀である。このような人的販売における実務的な実情は製薬企業においても同様であり、学術的な報告事例は広告など他のプロモーションにおける市場反応分析の幅広さと比較すると量、質ともに乏しい。とくに以下の 5 つの点は、実務的な関心も高い、MR のディテール活動に特徴的な現象や構造であるが、検証が十分とは言えない。

■ 1. ディテール・ストック構造 Manchanda et al. (2005) に指摘されているように、製薬企業のディテールは期待される効果の面で広告に類似する。長期的な関係構築を前提と

し、メッセージの刷り込みと忘却が付随する MR のディテール活動は、広告と同様かそれ以上に複雑なプロモーションの繰越やストック、効果の残存が生じると考えられている。ディテール・ストックの市場反応における影響の与え方は、ストックを説明変数とする直接効果だけでなく、ストック変数が閾値を伴って間接的に当期効果に影響を与える形や、時変のストック効果などモデルの精緻化の余地は大いにある。しかしながら、同分野の既存研究では、広告関連の分析ほどストック効果について詳細に検討されていない。

■ **2. 医師の異質性** 製薬マーケティングにおいて顧客となる医師は、専門性が非常に高く、地域も全国にまんべんなく存在し、個人事業主である開業医は常に孤立した環境で意思決定を行う。よって、MR に対する好意度やディテールに対する反応性は基本的に異質であると考えることが自然である。医師の異質性を考慮したディテールによる市場反応分析の事例は、Manchanda and Chintagunta (2004), Manchanda et al. (2004), Dong et al. (2009) と限定的であり、すべて医師別の処方箋データが入手可能な米国市場に関する研究である。

■ **3. 時間的異質性** 医薬品の製品ライフサイクルは一般的な商品と比べて長く、また、プロモーションを実施する期間も長い。新薬の場合、発売後 10 年以上 MR によるディテールが継続されることも普通である。製品ライフサイクルに沿って、ディテールの効果や反応特性が時間的にどう変化していくのかを知ることは、ライフサイクル・マネジメントと製品ポートフォリオ内での資源配分の最適化にとって非常に重要な視点となる。実務的な要請の強い観点であるにも関わらず、ディテール効果の時間的ダイナミクスについて取り扱った研究事例はほとんどなく、検証の余地は大きい。

■ **3. ディテールの質的異質性** 人間同士が対面で向き合い、互いの反応を見ながら長期に渡って繰り返されるディテールは、他の多くのプロモーションと異なり、一つ一つの行為が必ずしも均質ではない。一方で、ディテールの質の違いに着目し、定量的に評価した研究は少なく、製品サンプル数をディテールの質と定義し、反応係数を説明する変数として階層モデルに組み込んだ Manchanda and Chintagunta (2004) などに限定される。とくに人的販売において重要となる長期的な顧客関係構築の要素、すなわち CRM としての効果を詳しく検証したものは見当たらない。

■ **5. 日本市場における実証** Manchanda et al. (2005) で指摘されているように、医薬品

は製品のグローバル性が高い一方で、国ごとの医療政策や法規制に対するビジネスの依存度が高く、市場の構造やマーケティング施策に対する反応性は各国固有の事情に応じて大きく異なる。しかしながら、既存の製薬マーケティングに関する研究は欧米の事例がほとんどであり、とくに日本市場におけるディテール効果の定量的な実証研究は筆者の知る限り存在しない。人と人のコミュニケーションがベースとなる人的販売では、とりわけ地域的、文化的な特性が強く発現することが想定されるため、日本市場のデータを用いた研究の学術的、実務的な必要性は高い。また、データの利用可能性についても各国ごとに様相が異なり、医師レベルの処方箋データが入手できる米国と、小売レベルの売上データしかない日本では、当然モデリングの前提が大きく異なる。日本市場において入手可能なデータを用いて市場反応モデルを構築する際に必要な、データの前処理やモデリング上の工夫に関する統合的な知見が新たに求められている。

1.2 研究の目的

本研究は、1.1 節に示した問題意識に基づき、製薬企業における人的販売の市場反応メカニズムを明らかにすることを目的とする。その実現にあたっては、MR によるディテールが医師の処方行動に与える影響を捉える上で考慮すべき構造をモデルとして仮定し、実データから情報抽出を行う統計的モデリングのアプローチを採用する。具体的には、「ディテール・ストック構造の多様な形態」、「医師の異質性」、「時間的異質性（効果の時間的変化）」、「ディテールの質的異質性」、という、実務的な関心が高い一方で既存研究では十分に検討されていない特徴的な構造をモデル化し、本領域の市場反応性に関する高次情報の獲得を狙う。とくにディテール・ストック効果については、既存研究で検討されているストック変数の直接効果だけでなく、当期効果とストック効果の同時評価、閾値モデルによるストック変数の間接効果、ストック変数の時変効果について、3つの研究テーマにおいて詳細に検討する。図 1.1 には、本研究におけるストック効果のそれぞれのモデル化の考え方を模式的に示した。当期効果、ストック効果、繰越率、閾値がモデルのパラメータであり、添字 i は医師の異質性を仮定した医師別パラメータを、添字 t は時間的異質性を仮定した時変パラメータを意味する。

本研究によって提案される新規のモデリング・アプローチは、製薬企業の経営者が人的販売の市場反応に関する知見を一層深め、経営上の最重要課題である人的販売に関する資

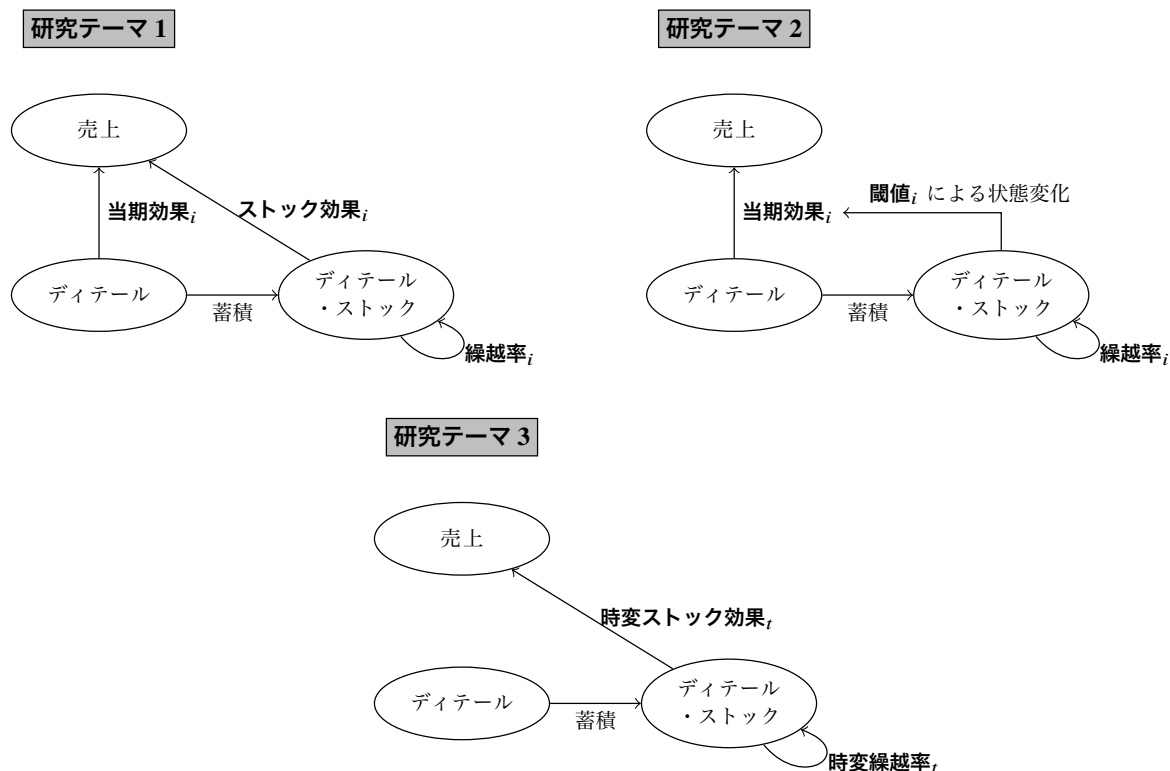


図 1.1 本研究におけるストック効果の 3 種のモデル化

源配分の最適化を実現することに貢献する。また、提案モデルの推定結果から得られる医師別の市場反応特性やディテール効果の時変トレンドは、顧客セグメンテーションや One-to-One マーケティング、製品ライフサイクル・マネジメントの進化に直結し、製薬マーケティングの高度化に大きく寄与する。なお、日本市場を実証の対象としたディテール効果に関する定量分析は本研究の他に例が見当たらず、知見の国際化という意味での本研究の学術的意義は大きい。図 1.2 は、本研究の 3 つのテーマと、製薬企業の人的販売に関する既存研究を踏まえた 5 つの着眼点の関係を模式化したものである。各研究テーマの詳細を以下に述べる。

第一のテーマでは、非集計レベルの市場反応モデリングにより、ディテールの当期効果とストック効果の関係性を明らかにする。具体的には、日本市場における月次の売上とディテールに関する社内データを加工して医師レベルの市場反応に関する非集計データを作成し、階層ベイズモデルによってモデル化する。観測モデルに当期のディテール量だけでなく、過去のディテール量から構成されるストック変数を導入することにより、当期効

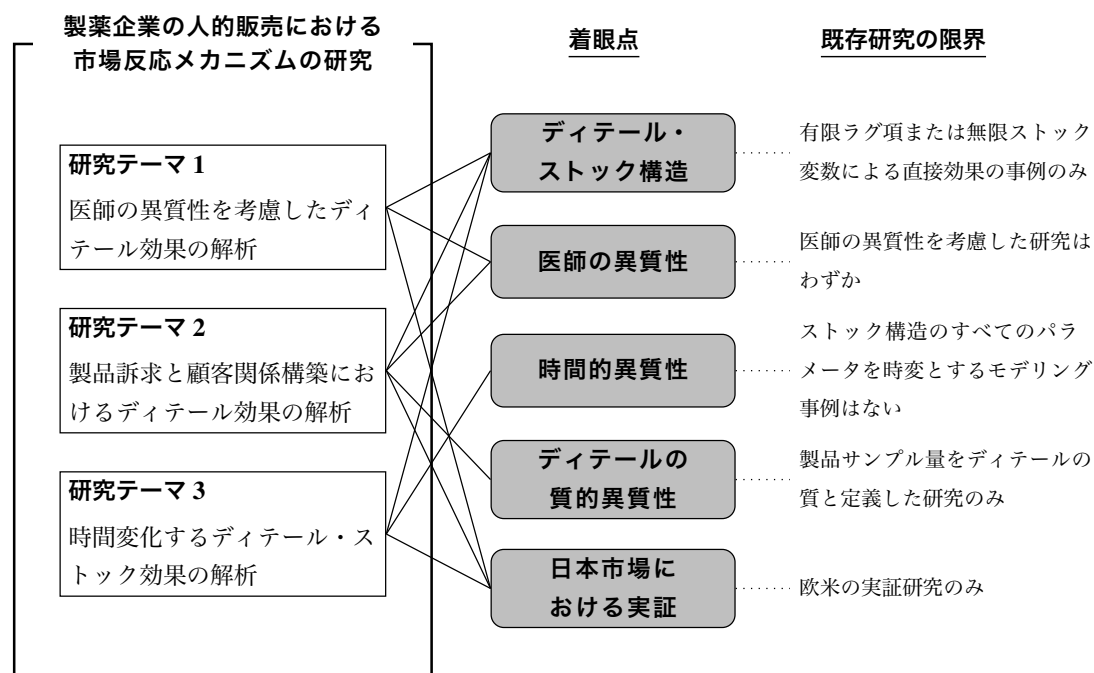


図 1.2 本研究の 3 つのテーマと対応する着眼点

果とストック効果を同時に評価する。反応係数や繰越率のパラメータは異質性の仮定に基づき医師別に与えられ、医師の共通性は属性変数による階層モデルによって構造化される。専用に設計されたマルコフ連鎖モンテカルロ法（以降、MCMC）のアルゴリズムによるモデルの推定結果から、医師別の市場反応におけるディテールの当期効果とストック効果の分布や相関関係、また、その背後にある属性要因が明らかになる。さらに、モデルに基づくシミュレーション結果から、最適資源配分への適用可能性が示され、理想的な配分による売上増加の予測が示される。

第二のテーマでは、非集計レベルの市場反応モデリングにより、ディテールによる製品訴求と顧客関係構築の両側面でのストック効果が、当期効果の発現に及ぼす影響を明らかにする。具体的には、日本市場の月次の売上とディテールに関する社内データを加工して医師レベルの市場反応に関する非集計データを作成し、階層ベイズモデルによってモデル化する。製品訴求と顧客関係構築という営業活動上の異なる目的に対応して、製品訴求ストック、顧客関係ストックという 2 つの潜在的なディテール・ストック変数を仮定し、ディテールの質の違いを評価する。さらに、それぞれのディテール・ストック変数が閾値を伴うことで 4 つの異なる状態（レジーム）が定義され、それが市場反応におけるディ

テールの当期効果の違いを生むというメカニズムを閾値モデルによって定式化する。すなわち、過去のディテールのストックが間接的に当期のディテール効果に影響を及ぼすという構造を提案する。第一のテーマと同様に医師の異質性が仮定され、反応係数、繰越率だけでなく、閾値パラメータも医師別に推定され、医師属性による階層モデルによって共通性が構造化される。専用に設計された MCMC のアルゴリズムによるモデルの推定結果によりレジーム別のパラメータが解釈され、質の異なる営業ストックに関する実務的な示唆が得られる。さらに、個別に推定されたパラメータを用いて医師をクラスタリングし、ストックの構成や反応性に関する傾向の違いを検証することで、顧客セグメンテーションに有益となる追加的な知見が獲得される。

第三のテーマでは、集計レベルの市場反応モデリングにより、ストック構造を持つディテール効果の時間的な変化の様子を明らかにする。具体的には、日本市場における売上とディテールの週次の全国集計値を社内データより取得し、一般状態空間モデルによる時系列モデリングを行う。時間的異質性の仮定に基づき、ディテールのストック構造とその市場反応性を規定する切片、反応係数、繰越率の各パラメータがすべて時間変動するダイナミクスをシステムモデルによって定式化する。ストック変数の構成を漸化式で与えた上で分布を標本近似するという、専用に改変された粒子フィルタのアルゴリズムによって状態の逐次的な推定が実現できることを示す。モデルの推定結果によって、製品ライフサイクルに沿ったディテール効果の連続的な変化の捕捉が可能となり、さらに、長期効果の時間変化、弾力性の解釈、ディテールの売上寄与率の変動についても新規の考察を加える。

それぞれの研究テーマの実証に利用するデータは、日本国内で事業を展開する複数の製薬企業から借り受けたものである。通常独占的で非公開である社内データを、学術目的への限定と匿名性の担保を条件に利用を許可された。それぞれのテーマで対象とした製品は、適応症が精神疾患、生活習慣病、アレルギー疾患とそれぞれ異なるが、いずれも開業医の処方を中心に対象市場の規模が大きく、マーケットシェアも高い大型製品である。病院のみで使用される入院患者向けの薬剤や、希少疾病用医薬品などと異なり、多くの製薬企業の製品ポートフォリオに含まれる一般的な種類の製品であり、本研究で提案するモデリング手法と得られた知見の汎用性は高いと考えられる。

1.3 本研究の構成

本研究の構成は以下の通りである。

第2章では、本研究に関連する先行研究を整理し、製薬企業の人的販売とその周辺について現時点で明らかになっている状況を示す。その上で、研究課題を抽出し、本研究の位置付けを明確にする。

第3章では、第一のテーマの研究結果を示す。具体的には、階層ベイズモデルを用いた非集計レベルの市場反応モデリングにより、医師ごとに異質なディテールの当期効果とストック効果の関係性を明らかにする。モデルの推定結果から、医師別の市場反応性を決定する属性要因を考察し、モデルに基づくシミュレーションによる最適資源配分への適用可能性を示す。

第4章では、第二のテーマの研究結果を示す。具体的には、閾値構造を導入した階層ベイズモデルを用いて非集計レベルの市場反応をモデリングし、ディテールによる製品訴求と顧客関係構築の両側面でのストック効果が、当期効果の発現に及ぼす影響を医師の異質性を考慮した上で明らかにする。閾値モデルには、製品訴求ストック、顧客関係ストックという意味合いの異なる2つのディテール・ストックを潜在変数として仮定し、ディテールの質の違いを評価する。モデルの推定結果から、医師ごとのレジーム別パラメータを解釈し、質の異なる営業ストックに関する実務的な示唆を得る。また、医師別パラメータを用いたクラスタリングによって、顧客セグメンテーションに有益な知見を獲得する。

第5章では、第三のテーマの研究結果を示す。具体的には、一般状態空間モデルを用いた集計レベルの市場反応モデリングにより、ストック構造を持つディテール効果の時間的な変動を明らかにする。時間的異質性の仮定に基づき、ディテールのストック構造とその市場反応性を規定する切片、反応係数、繰越率の各パラメータがすべて時間変動するダイナミクスを定式化する。モデルの推定結果から、ディテール効果の連続的な変化、長期効果や弾力性の時間的依存性、ディテールの売上寄与率の変動が明らかになり、製品ライフサイクル・マネジメントにつながる示唆を与える。

第6章では、本研究のまとめを示す。第3章、第4章、第5章の3つのテーマから得られた研究成果を総括し、その学術的貢献と実務への示唆を示すとともに、残された課題について言及する。

表 1.2 各章におけるディテール・ストック変数の構成方法

	ディテール・ストック変数	当期ディテール x_t
第 3 章	$z_t = \lambda z_{t-1} + (1 - \lambda)x_{t-1}$	含まない
第 4 章	$z_t = \lambda z_{t-1} + \lambda x_{t-1}$	含まない
第 5 章	$z_t = \lambda_t z_{t-1} + x_t$	含む

なお、第 3 章、第 4 章、第 5 章で提案する市場反応モデルでは、反応係数に β 、過去のディテールの繰越率に λ という共通の記号を用いる。 β や λ に付随する添字は各モデルによって異なる。また、それぞれのモデルにはディテールのストック構造が導入され、 t 期のディテール・ストック変数を表す共通の記号として z_t を用いる。ただし、各モデルの構造上、第 3 章と第 4 章の提案モデルにおけるディテール・ストック変数 z_t は前期までのディテール量 $\{x_1, \dots, x_{t-1}\}$ が蓄積されたもの、第 5 章の提案モデルにおけるディテール・ストック変数 z_t は当期までのディテール量 $\{x_1, \dots, x_t\}$ が蓄積されたものとなる。注意のため、表 1.2 に各章におけるディテール・ストック変数の時点に関する構成方法の違いを前もって示す。いずれのストック構造も繰越率 λ によって過去のディテールが指数減衰しながら蓄積される形式であり、第 4 章、第 5 章では広告効果分析などで多用される幾何分布ラグモデルを採用している。ただし、第 5 章では当期分までをストックに含める一般的な構成方法であるのに対し、第 4 章では過去のディテール活動が当期ディテールの即時効果に与える影響を評価することを目的とするため、ディテール・ストック変数自体には当期ディテール量は含まれない形式となる。また、第 3 章では当期ディテールとディテール・ストックを同時にモデルに含めるため、両変数が同一の平均周りに基準化されるよう指数平滑の形式を採用している。同定式化は、当期ディテールとディテール・ストックのそれぞれの回帰係数の比が $(1 - \lambda) : \lambda$ であるときに幾何分布ラグモデルと等しくなる。異質性などを加味した実際の詳細な定式化については各章で述べる。

第 2 章

先行研究のレビュー

2.1 先行研究のレビュー領域

本研究の目的は、製薬企業における人的販売の市場反応メカニズムを明らかにし、製薬マーケティングを高度化するための方向性を提示することである。したがって、第一のレビュー領域は人的販売に関する先行研究となる。マーケティング研究における人的販売の取り扱いとは極めて限定的であり、プロモーション関連の研究に限っても、広告などと比較して圧倒的に少ない。限られた人的販売に関する文献のなかで目立って多い研究対象が、本研究と同じく製薬企業における人的販売、すなわち MR によるディテールであり、本章のレビューにおいても、ディテール効果に関する研究が中心となる。研究テーマ 1 とテーマ 2 では医師別の非集計レベルのモデル、テーマ 3 では集計レベルのモデルを提案することに対応し、ディテール市場反応モデリングの先行研究を、集計レベルと非集計レベルに分けて整理する。

本研究では、ディテール効果の長期的な残存性を評価することをモデリング上の重要な点と考え、すべての研究テーマにおいてディテール・ストックの構造を導入している。また、ディテール効果に関する先行研究で一般的な、指数減衰を仮定したストック変数が売上などの目的変数に直接的に影響を与える構造（テーマ 1）だけでなく、ストック変数が閾値を伴い当期効果を左右するレジームを決定するという間接的な構造（テーマ 2）や、ストック変数の反応係数や繰越率が時間変化する構造（テーマ 3）を本研究ではモデル化する。このようなストック変数の構成方法や、その市場反応における効果の表現に関しては、人的販売以外のプロモーションの市場反応分析において様々なモデリング事例が見ら

れる。とくに広告効果に関する研究では、本研究の基本モデルとして採用した分布ラグモデルや閾値モデル、時変係数モデルの応用が進んでいるため参考になる。よって、広告効果分析を中心とした一般的な市場反応モデリングに関する研究を、第二のレビュー領域として整理する。

研究テーマ1とテーマ2で対応する本研究の着眼点として、医師の異質性がある。これは、現代のマーケティング研究において重要視される「消費者異質性」の議論に相当するものであり、階層ベイズモデルを用いて異質性を検討した事例は最近の研究に多く見られる。また、研究テーマ3で取り扱う時間的異質性の評価についても、時系列解析におけるベイズモデルである状態空間モデルを利用した研究成果が近年増えつつある。さらに、前述のストック構造の評価に含まれる、ストック変数という連続的な潜在変数を基準とする閾値モデルは、ベイズアプローチでなければ推定が困難なモデルである。第三のレビュー領域としては、マーケティングにおけるベイジアンモデリングの研究を、その技術的背景と応用の必然性に触れつつ整理する。図2.1に、本研究の着眼点とそれに関連するレビュー領域を示す。

以上の内容に沿って、次の構成で先行研究を整理する。2.2節に、人的販売に関する先行研究のレビュー結果を示す。2.3節では、広告を中心とした市場反応モデリングに関する先行研究を説明する。2.4節では、本研究で用いる階層ベイズモデルや状態空間モデルなどベイジアンモデリングのマーケティングにおける適用事例と、技術的背景となる研究を概観する。2.5節にサーベイ研究の総括とそれを踏まえた本研究の狙いを示す。

2.2 人的販売に関する研究

人的販売に関する総合的な文献レビューである Vandenbosch and Weinberg (1993) で指摘されているように、マーケティング研究における人的販売や営業組織の取り扱いは他の分野と比較して非常に少ない。Zoltners et al. (2008) は、マーケティング研究の主要な学術雑誌である *Journal of Marketing*, *Journal of Marketing Research*, *Marketing Science* の3誌に2001年から2006年までに掲載された論文のうち、「営業員 (salespeople)」, 「営業管理 (sales management)」, 「人的販売 (personal selling)」のいずれかのキーワードが含まれたものはわずか4%未満であったことを報告している。営業組織の生産性の向上は企業の利益に直結し、多くの経営者が問題意識を強く持つ一方で、人的販売に関する学術的

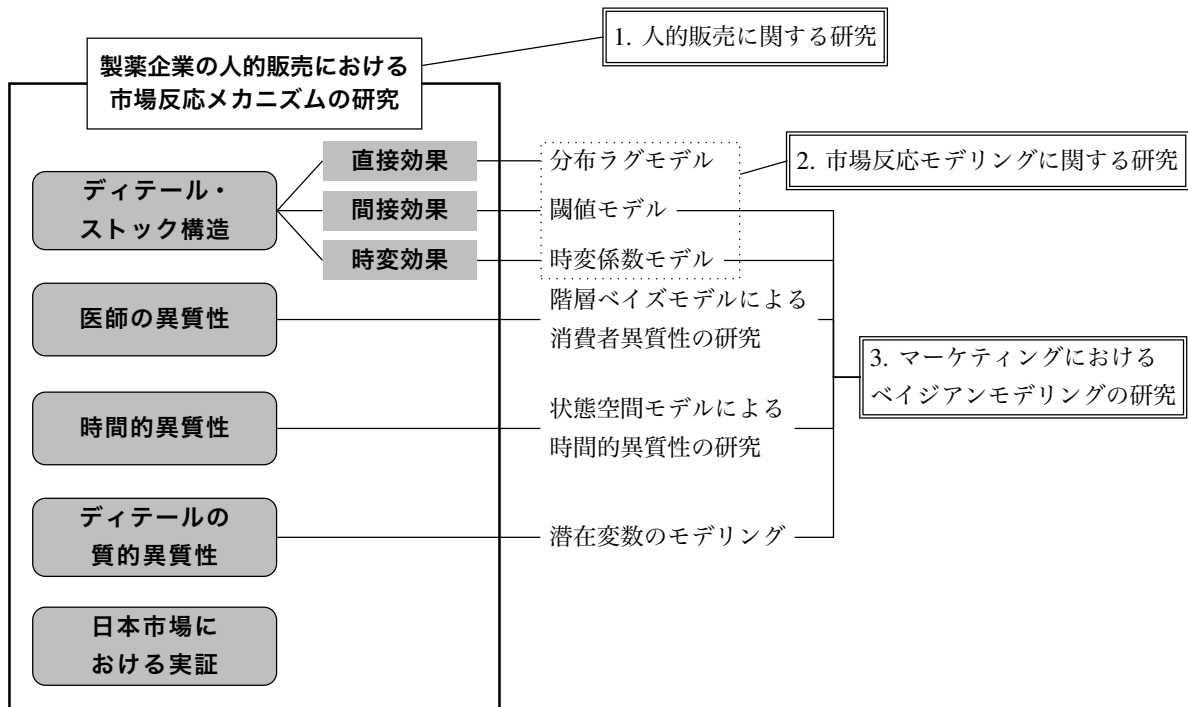


図 2.1 本研究の着眼点と先行研究のレビュー範囲

研究が乏しいことについて、Zoltners et al. (2008) では 3 つの要因をあげている。1.) 人的販売は顧客と営業員という人と人との相互関係に依拠しているため、根本的に予測不能な点が多く、モデル化には困難な点が多いこと。2.) 人的販売は、研究、データ、フレームワークなどの対象ではなく、アートに近いものであると多くの人が考えていること。3.) 研究者は企業内の営業組織との接点に欠け、経営者側も自社の営業組織を動員しての実験などには非協力的なこと。これらの要因に加え、企業の営業部門はマーケティング部門とは独立して強い権限を持つことが多いため、マーケティング・ミックスから人的販売の要素が外される場合が多いことが指摘されている。また、同論文では指摘されていないが、価格や広告など他の主要なマーケティング変数が一般の目に触れる形で展開されるのに対し、原則的にプライベートな環境で実施される人的販売は、外部からの観測やデータ入手が困難であることも、研究が乏しい原因の一つと考えられる。

Mantrala et al. (2010) は、人的販売の研究に際して想定される定量的なモデル化のフレームワークを、5 層のプロセスから成る概念としてまとめている。第 1 層はマーケティング戦略と営業組織のインターフェイスであり、人的販売と他のマーケティング戦略との

整合性や、マーケティング・ミックスとしての相乗効果の検討などがここに含まれる。第2層は営業組織戦略であり、営業組織の規模や構成、営業員の教育や管理方法などの検討が含まれる。第3層は営業組織運営であり、営業テリトリーのデザインや報酬体系の検討が含まれる。第4層は市場反応分析であり、営業活動が市場に与える影響の適切な定量化方法が検討される。第5層は販売プロセスであり、営業員と顧客のあるべきコミュニケーションの姿が検討される。同フレームワークに準ずれば、本研究の目的は第4層の市場反応分析の高度化に相当する。

Albers et al. (2010) は、人的販売の市場反応に関する75の文献をもとに、推定された弾力性に関するメタアナリシスを行っている。506の推定値から算出されたディテール当期効果の平均弾力性は0.34、さらに、文献によって分析手法が異なることによるバイアスを階層線形モデルによって補正した平均弾力性は0.31であったと報告している。広告に関する代表的なメタアナリシスは、広告の平均弾力性を0.22 (Assmus et al., 1984)、あるいは、0.12 (Sethuraman et al., 2011) と報告しており、人的販売の平均弾力性がそれらを上回ったことは注目に値する。また、Albers et al. (2010) では、メタアナリシスに利用する対象文献を選択する際に文献データベースを利用した広範囲な検索を行っているが、収集された506の推定値の対象は、284 (56%) が「製薬企業の人的販売」、131 (26%) が「軍隊の人員募集」、91 (18%) が「その他（工業製品や広告代理店などの営業）」と、かなり偏りがある。前述したとおり、限られた人的販売の研究のなかで大半を占めるのが、本研究でも取り扱う製薬企業の人的販売であることが示されている。以下では、製薬企業の人的販売に関する研究に焦点を当て、詳細にレビューする。

2.2.1 製薬企業の人的販売に関する研究

製薬企業の人的販売に関する最も初期の研究が、Montgomery et al. (1971) であり、複数製品を担当する営業員の資源配分プロセスを提案し、製薬企業のディテール回数の最適化に適用している。提案されたプロセスの一部としてディテールの市場反応モデルが存在するが、営業マネージャによる主観的判断を根拠とする決定解析 (decision calculus) (Little, 1970) のアプローチが採用されている。ディテールによる長期効果の表現としては、初期の代表的な広告効果分析である Nerlove and Arrow (1962) の“stock of goodwill”という指数減衰型のストック・モデルを援用している。ただし、繰越率パラメータについても主観

的判断をもとに決定されている。統計分析によらず、営業マネージャなどによる主観的判断を反応モデルの根拠とする理由として、MR の行動履歴に関する時系列データが存在しないことや、実験データが取得できないことがあげられている。同時代の人的販売に関する研究には、Lodish (1971), Lodish (1976), Zoltners and Sinha (1980) などがあるが、いずれも資源配分最適化を目指した一連の手続き、あるいは線形計画法や整数計画法など数学的な最適化手法の適用に焦点を当てたものである。一方で、市場反応分析については、利用可能データの不在や不足により、主観的判断に依存しているものがほとんどである。

Manchanda et al. (2005) は、医薬品市場におけるマーケティング研究の可能性について整理しているが、消費者（患者）行動の分析、新製品の普及分析と並んで、市場反応分析を最重要領域の一つとしている。市場反応モデルの研究の余地がとくに大きい理由として、1.) ディテールや DTC など同市場に特有のプロモーションに関する知見が不足していること、2.) 多くのプロモーションが医師レベルで実行され、非集計のデータが存在すること、3.) ディテールが広告と同種の効果を持つこと、4.) 保険制度に関する規制が各国で異なるために、マーケティングの実態も自然とばらつきを持つこと、の 4 つをあげている。また、Manchanda and Honka (2005) では、製薬企業のディテールに関する過去の主要な文献を整理し、包括的な研究フレームワークを提示している。その枠組みには、「ディテールに対する医師の態度」、「医師の情報源としてのディテールの価値」、「ディテールに対する医師の反応性」、「製品ライフサイクルを通じたディテールの役割」、という 4 つの領域が含まれる。

ディテールの市場反応性についてはメタアナリシスでも検証されている。Kremer et al. (2008) は、ディテールの弾力性に関する 58 文献を用いたメタアナリシスの研究である。階層線形モデルによって各文献の手法の違いを考慮した上で推定されたディテールの平均弾力性を、0.326 と報告している。一方、前述の Albers et al. (2010) は、Kremer et al. (2008) が推定した平均弾力性は、ディテール以外のプロモーション効果の混在、製品カテゴリレベルとブランドレベルの混在、短期効果と長期効果の混在などの問題があることを指摘している。Albers et al. (2010) によるメタアナリシスでは、異なる分野の人的販売が含まれているが、製薬のディテールに限定した 38 文献に基づく平均弾力性の推定値を 0.245 と報告している。

以下では、1980 年代以降に現れた、製薬企業のディテール効果を実データに基づいて定量的に検証した研究を取り上げる。ここではモデリングのアプローチとして、全体や地

域ごとに集計されたデータを用いて集計レベルの市場反応を分析したものと、非集計データを用いて医師レベルの市場反応を分析したものとに大別して整理する。

集計レベルのディテール市場反応モデリングの研究

Parsons and Abeele (1981) は、MR のディテールによる市場反応について、データに基づき統計的な評価を行った最初期の研究である。ベルギー市場における 2 年間の営業テリトリー別月次集計データを利用し、売上とディテールともに対数を取った積乗型の回帰モデルによってディテールの効果、ディテールと製品サンプルの交互作用、ディテールと営業用パンフレットの交互作用について検証している。モデル推定の結果として、ディテールの主効果は有意に負、製品サンプルや営業用パンフレットとの交互作用項は有意に正と報告されている。一定以上の追加的な製品サンプルと営業用パンフレットがない限り、ディテールの効果は負であると解釈される同研究の結論は実務的には興味深い観点を提供するが、以降に示す一連のディテール効果の研究では基本的に正の効果が報告されているため、例外的である。また、同研究で提案されているモデルには、前期の売上が説明変数として導入されている。これは、第 5 章の研究テーマ 3 で詳説する、Koyck 変換による指数減衰型分布ラグによる繰越効果の表現と解釈できる。ただし、著者によると、同定式化はリフィル処方による自動的なリピート購買の影響を調整する目的であり、分布ラグの構造を積極的に仮定するものではないとしている。なお、リフィル処方とは、医師によって発行された一枚の処方箋を用いて、患者が指定された回数だけ同一薬剤を同分量リピート購入できる仕組みである。医師の一度の意思決定に対して患者による複数の購買が紐付く同制度は、欧米では一般的であり、日本においても導入が検討されている。また、欧米市場では MR が医師に対して提供する製品サンプルが重要なプロモーション・ツールとして幅広く活用されている。製品サンプルは実際の製品と中身が同一であり、医師はサンプルを患者に提供し、服薬させることも可能である。製品サンプルは医師のトライアル処方を促し、売上に一定の効果が期待される手法として先行研究の市場反応モデリングでは重要な説明変数として考慮されていることが多いが、日本国内の製薬マーケティングにおいては規制のため実施されていない。

類似の定式化をした市場反応モデリングの例として、Berndt et al. (1995), Rizzo (1999), Fischer and Albers (2010), Leeflang and Wieringa (2010) がある。いずれの研究においても、ディテールの長期的な残存効果が積極的に評価され、過去のプロモーション量が一定

の繰越率によって指数関数的に減衰していく構造を仮定している。この構造は、一般に幾何分布ラグモデルと言われ、広告効果分析において従来から広く利用されている。同構造に基づき、当期における過去のすべての広告量の残存の合計は広告ストックと呼ばれ、初期の代表的な広告研究 Nerlove and Arrow (1962) でその概念と定式化が提案されている。広告効果分析における繰越効果のモデリングについては 2.3 節でさらに詳しくレビューするが、以降で紹介するディテール効果の先行研究のほとんどで、ディテール・ストックと呼ばれる同様の概念が導入され、指数減衰型の残存効果が仮定されているため、ここで指摘しておく。Berndt et al. (1995) では、製品ライフサイクルを競合状況の変化をもとに 4 つのステージに分け、ステージ別のディテール・ストックを推定している。Rizzo (1999) では、当期のディテール量とストック量を別の変数としてモデルに投入し、当期効果とストック効果の両方を同時に評価している。Fischer and Albers (2010) では、数多くのブランドを含むデータを利用し、製品ごとに異質なパラメータを評価している。Leeflang and Wieringa (2010) では、ディテールを含むマーケティング・ミックスの市場反応モデリングにおいて、交互作用の有無などモデル構造の最良な形はブランドによって異質であることを示唆している。

Leeflang et al. (1992) は、イギリス市場における 36 ヶ月の月次集計データを用いて、ディテールと非ディテール・プロモーションの 2 変数がマーケットシェアに与える影響を検証している。同研究の特徴として、プロモーションの繰越構造に関する詳細な比較があり、有限ラグ項による直接効果、自己回帰モデル、部分調整 (partial adjustment) モデル、幾何分布ラグモデルという構造の違いに加え、それらの誤差項に独立な正規分布を仮定する場合と自己相関を仮定する場合、さらに、2 変数の繰越率パラメータを共通とする場合と異質とする場合の、計 24 種類のモデルが検討されている。同研究では、決定係数と尤度比検定による一対比較を通して、誤差項に独立な正規分布を仮定し 2 変数の繰越率パラメータが共通の最もシンプルな幾何分布ラグモデルを、最良モデルと結論付けている。

Narayanan et al. (2004) と Chintagunta and Desiraju (2005) では、ロジットモデルを用いて、同一カテゴリ内の各製品のマーケットシェアを、ディテールを含むマーケティング・ミックスを説明変数としてモデル化している。いずれもディテール効果の検討に焦点を絞った研究ではないが、Narayanan et al. (2004) ではディテールが DTC よりもマーケットシェアに与える効果が高いこと、また、Chintagunta and Desiraju (2005) では国際間でディテール効果の大きさに違いがあることが示唆されている。

ディテール効果の連続的な変化を集計レベルで検討した研究に、Osinga et al. (2010) と Inoue and Sato (2012) がある。Osinga et al. (2010) では、ディテールを含む医師向けプロモーション支出と DTC 広告支出の 2 変数の市場反応性を、DLM (Dynamic Linear Model) と呼ばれる線形ガウス型の状態空間モデルによって時変係数を用いて推定している。プロモーション変数を観測モデルの説明変数として含めると同時に、時変切片のドリフト項としても同時に投入することによって、前者で一時的なプロモーション効果が、後者で持続的なプロモーション効果が表現できると主張している。一時的な効果、持続的な効果のいずれも時変係数として定式化し、カルマンフィルタによって推定が行われている。同研究ではディテールなどプロモーションの繰越を表現するために幾何分布ラグモデルが採用されているものの、繰越率はパラメータとして推定されず、先行研究による推定結果をもとにした所与の値として投入されているにすぎない。一方、Inoue and Sato (2012) では幾何分布ラグモデルの自然な動的拡張として、切片、反応係数、繰越率をすべて時変としたモデルが提案されている。時変繰越率の区間制約 ($0 < \lambda_t < 1$) を条件に含めず事後的に評価すれば、線形ガウス型の状態空間モデルによって提案モデルの表現することが可能であり、カルマンフィルタによる推定方法が示されている。ただし、実データによる推定結果からは、時変繰越率がデータ期間において区間制約をしばしば逸脱することが指摘され、一般状態空間モデルの利用により解決すべき点としてあげられている。

Neslin (2001) と Wittink (2002) では、390 以上のブランドに関する約 4 年間の月次集計データを用いて、ディテールなど主要なマーケティング・ミックスのマーケティング ROI を推定している。市場の広範囲な製品をカバーする分析であり、ディテールの正の効果や DTC 広告と比較した効果の大きさを示す貴重な報告であるが、いずれも出版はされていない業界団体向けのレポートであり、モデルや推定方法に関する詳細は不明である。

集計レベルのディテール市場反応モデリングに関する先行研究を、それぞれの特徴とともに表 2.1 にまとめる。

表 2.1 集計レベルのディテール市場反応モデリングに関する先行研究の一覧

文献	粒度	目的変数	ディテール変数	他のプロモーション変数	ディテール・ストック構造	医師の異質性	時間的異質性	ディテールの質的異質性	対象市場
Parsons and Abeele (1981)	地域 (14) × 月 (24)	売上の対数	ディテール回数の対数	SMP, DM, パンフレット	幾何分布ラグ (Koyck)	-	-	-	ベルギー
Leeftang et al. (1992)	月 (36)	マーケティングエリア	ディテール投下時間の対数	DM + JAD	多数 (最良は幾何分布ラグ)	-	-	-	イギリス
Berndt et al. (1995)	月 (201)	売上の対数	ディテール投下時間の対数	価格, JAD, DTC	幾何分布ラグ	-	-	-	米国
Rizzo (1999)	ブランド (46) × 年 (5)	売上の対数	ディテール支出の対数	価格	幾何分布ラグ	-	-	-	米国
Narayanan et al. (2004)	ブランド (3) × 月 (108)	処方回数シェア	ディテール支出の平方根	価格, MTG, DTC	幾何分布ラグ	-	-	-	米国
Chintagunta and Desiraju (2005)	国 (5) × 製品 (3) × 四半期 (48)	マーケティングエリア	ディテール支出の平方根	価格, その他マーケティング支出計	-	-	-	-	米・英・仏・独・伊
Fischer and Albers (2010)	ブランド (2831) × 四半期 (21)	売上の対数	ディテール支出の対数	価格, JAD, DTC	幾何分布ラグ (Koyck)	-	-	-	米国
Leeftang and Wieringa (2010)	ブランド (49) × 月 (72)	売上の対数	ディテール支出の対数	価格, DM, JAD	幾何分布ラグ	-	-	-	オランダ
Osinga et al. (2010)	ブランド (89) × 月 (96)	処方回数	(ディテール + MTG + JAD) 支出	DTC	幾何分布ラグ (繰越率は所与)	-	○	-	米国
Inoue and Sato (2012)	週 (182)	売上の対数	ディテール回数の対数	-	幾何分布ラグ	-	○	-	日本

カッコ内は個数や時点数。
SMP: 製品サンプル, DM: ダイレクトメール, MTG: 講演会, JAD: 医学雑誌向け広告, DTC: DTC 広告。
幾何分布ラグ: 幾何分布ラグモデル, 幾何分布ラグ (Koyck): Koyck 変換による幾何分布ラグ表現。

医師レベルのディテール市場反応モデリングの研究

非集計データを利用し、医師レベルのディテール市場反応をモデリングした研究も 2000 年以降いくつか見られる。Gönül et al. (2001) は、米国市場における医師別の処方データを活用し、同カテゴリの薬剤からのブランド選択を潜在クラス多項ロジットモデルの枠組みで定式化している。ただし、データの不足により、セグメント別にモデル化された係数は切片と価格についてのみとされている。また、ディテール・ストックは幾何分布ラグモデルによって表現されている。最尤法による推定結果から、処方におけるブランド選択においても、ディテールは有意に正の効果を持つことが示されている。

Mizik and Jacobson (2004) では、医師ごとに切片が異なる定式化を提案している。しかしながら、モデルの 1 期差分を取って医師別切片を消去した上で推定しているため、医師別の推定結果は得られず、それを積極的に評価する枠組みにはなっていない。また、長期効果の評価については、6 期前までのディテールのラグ項を説明変数として投入するという方法を採用している。推定結果には、当期のディテールのみならず 1 期前から 6 期前のディテールについてもその多くが有意な正の効果を持つことが示されているが、それぞれ独立に推定されているため、そこに繰越や残存に関するメカニズムを見いだすことはできない。Gönül et al. (2001) や Mizik and Jacobson (2004) では、非集計データを利用しているものの、ディテールへの反応性はすべての医師で共通という前提でモデル化されており、序論で述べたような製薬マーケティングの実務における今日的活用を想定した場合には限界がある。

本研究と直接的に関連する、非集計データと階層ベイズモデルを用いた近年の先行研究に、Manchanda and Chintagunta (2004)、Manchanda et al. (2004)、Dong et al. (2009) がある。Manchanda and Chintagunta (2004) は、医師 1000 人における四半期ごとの処方回数とディテール回数のデータ（8 四半期分）を利用した市場反応モデリングを行っている。ディテール回数とディテール回数の 2 乗項を説明変数としたポアソン回帰を観測モデルとし、医師ごとに異質な回帰係数を説明する階層モデルとして、医師の専門診療科や性別および MR がディテールの際に提供した製品サンプル量を説明変数とする多変量回帰モデルを提案している。同研究では MR が提供する製品サンプルの量によって医師別の回帰係数が異なる階層レベルの構造をもって、「ディテールの質」を評価していると主張している。なお、ディテールの残存効果はモデル化されていない。MCMC による推定の結果、

医師ごとに推定されたディテールの効果は平均的に正であり、階層モデルの係数の解釈から、専門医においてとくに効果が高いという傾向が示されている。また、ディテール回数の2乗項は平均的に負と推定され、実務上問題視される過剰なディテール (over-detailing) の存在が指摘されている。ディテールが過剰と考えられる医師について是正する資源配分の見直しによって、全体で9%から11%の処方増が予測されるというモデルに基づくシミュレーション結果が報告されている。

Manchanda and Chintagunta (2004) と同じ著者らによる Manchanda et al. (2004) では、医師 1000 人における 24 ヶ月の処方回数とディテール回数の月次データを用いて階層ベイズモデルによる医師別パラメータの推定を行っている。観測モデルには過分散を許容する負の二項回帰を用い、階層モデルは同様の多変量回帰によって定式化している。また、観測モデルの説明変数に前期の目的変数を追加するという Koyck 変換による定式化を用いて、指数減衰型のディテールの繰越効果を表現している。さらに、企業や現場の MR が各医師の反応性に関する部分情報をもとに月々のディテール回数を決定しているという内生性 (endogeneity) の構造を評価していることが、提案モデルの特徴となる。具体的には、観測モデルの回帰係数を使ってディテール回数を予測するという逆方向の因果モデルを、同時方程式によりモデルに組み込んでいる。MCMC を用いた推定結果から、医師別のディテール効果は平均的に正であり、Manchanda and Chintagunta (2004) と同様に専門医において相対的に高いという傾向が示されている。また、内生性の考慮によって推定バイアスが改善された結果、4% から 12% の予測力向上が報告されている。医師別に推定されたパラメータと実際のディテール配分の関係から、売上規模が大きくディテール効果が低い医師に対して過剰にディテールを実施している問題点を指摘し、売上規模だけでなくディテール反応性も考慮して資源配分を行うことによるその効率改善の余地が議論されている。

Dong et al. (2009) は、医師 330 人における四半期ごとの競合ブランドを含む処方回数とディテール回数のデータ (24 四半期分) を利用した市場反応モデリングを提示している。モデルの構造は Manchanda and Chintagunta (2004) を拡張した形となり、同様に内生性を考慮している。MCMC による推定結果から、企業の戦略的な行動を内生性として明示的にモデリングすることによって医師別ターゲティングの精度が向上し、セグメント別ターゲティングと比較して 14% から 23% の利益率の改善が見込めることを示唆している。

上記で取り上げた医師レベルの市場反応モデリングの先行研究は、すべて米国における

事例であり、医師の ID 付き処方パネルデータの利用が解析の前提となっている。しかしながら、米国以外のビジネス環境では同種のデータは入手困難であり、将来的なアクセス可能性も現時点では極めて低い。また、Manchanda et al. (2005) で指摘されているように、製薬企業は同一の製品を様々な地域で販売する一方で、国家の医療政策や法的規制へのビジネスの依存度が非常に高いという性格を有する。そのため、同一の製品や同様のプロモーション手法であっても、市場や顧客の反応性は各国固有の事情や環境に応じて大きく異なることが十分に考えられる。製薬マーケティングにおいて、ディテール効果を医師レベルでモデリングした研究がそもそも希少であることに加え、既存研究が特定の国における事例に集中していることは、知見の一般化に大きな余地を残している。本研究が過去に分析事例のない日本市場を対象とし、医師別の処方データに依存しないモデリング手法を提示することの学術的貢献は大きいと考える。

医師レベルのディテール市場反応モデリングに関する先行研究を、それぞれの特徴とともに表 2.2 に整理する。

表 2.2 医師レベルのディテール市場反応モデリングに関する先行研究の一覧

文献	粒度	目的変数	ディテール変数	他のプロモーション変数	ディテール・ストック構造	医師の異質性	時間的異質性	ディテールの質的異質性	対象市場
Gönül et al. (2001)	医師 (157) × 6 年間の処方機会	7 ブランドからの処方選択	ディテール投下時間	SMP	幾何分布ラグ	△ 切片と価格係数のみセグメント別	-	-	米国
Mizik and Jacobson (2004)	医師 (74075) × ブランド (3) × 月 (24)	処方回数	ディテール回数	SMP	6 期の固定ラグ	△ 医師別の切片をモデル上仮定しているが推定はしていない	-	-	米国
Manchanda and Chintagunta (2004)	医師 (1000) × 月 (24)	処方回数	ディテール回数	SMP	幾何分布ラグ (Koyck)	○	-	○ MR が携行する製品サンプル量をディテールの質と解釈	米国
Manchanda et al. (2004)	医師 (1000) × 月 (24)	処方回数	ディテール回数	SMP	幾何分布ラグ (Koyck)	○	-	-	米国
Dong et al. (2009)	医師 (330) × ブランド (4) × 四半期 (12)	処方回数	ディテール回数	-	幾何分布ラグ (Koyck)	○	-	-	米国
カッコ内は個数や時点数				SMP: 製品サンプル、幾何分布ラグモデル、幾何分布ラグ (Koyck): Koyck 変換による幾何分布ラグ表現					

2.3 市場反応モデリングに関する研究

マーケティング研究における市場反応モデリングの事例は、人的販売以外のプロモーションに目を向けると多数ある。とくに広告効果分析は歴史的に最も盛んな研究領域の一つとして多くの蓄積があり、モデリング手法も高度化している。本節では、本研究において基本モデルとして活用する分布ラグモデル、閾値モデル、時変係数モデルに関連する主要な先行研究について整理する。

2.3.1 分布ラグモデルを用いた市場反応分析

過去のプロモーション変数を一連のラグ項として説明変数に加える分布ラグモデルは、市場反応モデリングにおいて、長期的なプロモーション効果の残存や過去のプロモーション量のストックを評価する際に、基本的なモデル構造となる。とくに、効果の無限の残存となめらかな減衰を表した関数型分布ラグモデルは実務的な妥当性が高い場合が多く、なかでも指数減衰を仮定する幾何分布ラグモデルはマーケティングにおいて最もよく使われる定式化である (Hanssens et al., 2001)。

無限級数を含む幾何分布ラグモデルは、Koyck (1954) によって提案された Koyck 変換あるいは Koyck モデルと呼ばれる定式化によって、説明変数に前期の目的変数を加える単純な形に移行できる。誤差項の移動平均型の系列相関を無視すれば、最小二乗法によって簡単に推定できるため、Palda (1965)、Bass and Clarke (1972) など広告効果に関する初期の研究をはじめとし、現在に至るまで幅広い市場反応モデリングで活用されている。しかしながら、Zellner and Geisel (1970) が詳細な感度分析で示したように、誤差項の系列相関を無視する推定方法は深刻なバイアスを生む可能性がある。なお、ブランド・ロイヤルティ・モデルなどに利用される部分調整モデル (partial adjustment model) は、Koyck 変換後の形と同様の形式でありながら誤差項に独立な正規分布を仮定する定式化であるが、幾何分布ラグモデルとは想定しているメカニズムが異なる (Clarke, 1976)。部分調整モデルは経済学の合理的期待形成仮説の一つである適応的期待 (adaptive expectation) の理論に基づく定式化である。

幾何分布ラグモデルにおける指数減衰の構造は、Nerlove and Arrow (1962) により “stock of goodwill” として導入されたプロモーション・ストック (広告効果分析における「広告

ストック」) の概念と同等である。潜在的なストック変数の初期値を与えることができれば漸化式によって各期のストック量が導出でき、繰越率のグリッドサーチや最尤法によって、幾何分布ラグモデル、あるいは Nerlove-Arrow 型のプロモーション・ストック・モデルを推定可能なことが、Bultez (1976) などによって示されている。

2.3.2 閾値モデルを用いた市場反応分析

閾値モデル (threshold model) は、ある変数が特定の閾値を超えているか否かによって状態 (レジーム) が離散的に変化し、レジームに依存してモデルのパラメータが数種のパターンを持つ構造を表現する。最も古典的な閾値モデルは、観測可能な変数を用いてレジームを定義するもので、経済時系列分析の分野で活用される自己励起型閾値自己回帰 (self-exciting threshold autoregressive; SETAR) モデル (Tong and Lim, 1980) などをあげることができる。

また、近年のマーケティング研究においては、観測できない潜在的な変数を基準とする閾値モデルも多く提案されている。とくに、広告効果分析において、広告の有効レジームと無効レジームが広告ストックなどの潜在変数と閾値によって決定されるというメカニズムが評価されている。Dubé et al. (2005) は、広告ストックが閾値を超えるか否かによって、広告の有効・無効レジームが切り替わる集計レベルのモデルを提案し、partial maximum likelihood 法によって推定している。Terui and Ban (2008) では、非集計データを利用して、世帯別に広告ストックが閾値を超えるか否かによって広告の有効・無効レジームが切り替わる構造を階層ベイズモデルによって定式化し、世帯別パラメータをMCMCによって推定している。Terui et al. (2011) では、広告ストックに加えて、商品陳列ストック、ブランド・ロイヤルティ変数にも閾値モデルを導入し、レジームに依存して世帯ごとのブランド考慮集合が変化する構造を検討している。

閾値モデルは広告効果のモデリング以外にも応用されている。例えば Terui and Dahana (2006) では、小売価格と参照価格の差で定義された認知価格という潜在変数と、2 レベルの閾値パラメータによって3つのレジームが存在する構造を提案している。また、Terui and Imano (2005) では、店舗レベルの時系列市場反応分析において、実際の価格が潜在的な内的参照価格を上回るロス・レジームと、下回るゲイン・レジームによって非対称な反応性が生まれるメカニズムを閾値自己回帰モデルに取り入れている。さらに佐藤・樋口

(2008a) では、同様の店舗レベルの時系列市場反応モデルにおいて、価格のロス・レジームとゲイン・レジームによって異なる反応性が時変となる構造を状態空間モデルによって評価している。

2.3.3 時変係数モデルを用いた市場反応分析

広告など各種マーケティング変数の反応分析において利用されるデータは、ほとんどの場合、時系列構造を持つ。時系列データの豊富な蓄積が進む現代のマーケティングにおいては、市場の動的構造に関する深い理解や精度の高い予測を目的として、より高度な時系列モデリングに対するニーズが高まっている。とくに効果の時間変化を表現するような時変係数の導入に際しては、状態空間モデルが非常に高い柔軟性と汎用性を提供するツールとして注目されている。状態空間モデルは古典的な時系列解析手法の多くを表現できるだけでなく、複雑な時間的ダイナミクスを簡潔に表現できる方法論として、工学をはじめ様々な分野で活用されている。

広告効果の時間的変化に着目した Naik et al. (1998) と Bass et al. (2007) では、線形ガウス型の状態空間モデルを応用している。線形ガウス型の状態空間モデルは DLM (Dynamic Linear Model) とも呼ばれることは、すでに 2.2 節でも言及した。いずれの研究も、幾何分布ラグモデルにより指数減衰を仮定した広告ストック変数を構築し、その反応係数が時変となるモデルを提案している。

広告効果分析以外に線形ガウス型の状態空間モデルを応用した事例もいくつか存在する。Kondo and Kitagawa (2000) や山口他 (2004) は、日次の小売データをもとに、時変のトレンド成分や、曜日効果、プロモーションやイベントの効果を抽出している。また、Terui et al. (2010) では、カウントデータに基づく競争市場をポアソン-多項分布によってモデル化した上で GDLM (Generalized Dynamic Linear Model) の枠組みで時系列構造を表現し、週次の POS データに適用することで、価格や店頭プロモーションの時変効果を推定している。

モデルの一部に非線形性や非ガウス型分布を許容する一般状態空間モデルの枠組みを用いた研究事例も最近では見られる。Sato et al. (2004) は、一般状態空間モデルを用いて観測できないインスタ・プロモーションを店舗への調査なしに週次の時系列データから推定する方法を提示している。また、佐藤・樋口 (2008b) では、消費者ごとの時系列購買行

動を一般状態空間モデルによって定式化し、時間変化する購買生起メカニズムを推定している。Bruce (2008) は前述の Bass et al. (2007) を拡張し、広告の繰越率についても時変のモデルを一般状態空間モデルにより定式化している。本橋他 (2012) は、インターネット広告のクリック率に影響を与える要因をトレンド成分、曜日効果、祝日効果などに分解している。観測モデルの目的変数であるクリック数が二項分布に従うことから、一般状態空間モデルを採用している。また、本橋・樋口 (2013) では、価格、特別陳列、チラシの時変効果を仮定した多項ロジットモデルによって規定される日次のマーケットシェアを、一般状態空間モデルによって定式化している。

以上にあげた各研究において、線形ガウス型の状態空間モデルの推定には、カルマンフィルタや MCMC が、一般状態空間モデルの推定には、粒子フィルタが主に利用されている。状態空間モデルとその推定方法に関する文献については、2.4.2 項で改めて触れる。

2.4 マーケティングにおけるベイジアンモデリングに関する研究

マーケティングにおけるベイジアンモデリングの有用性と、それを証明する豊富な事例や関連技術については、Rossi and Allenby (2003), Rossi et al. (2005), 佐藤・樋口 (2013) などに示されている。以下ではとくに、階層ベイズモデルによる消費者異質性、状態空間モデルによる時間的異質性、潜在変数や閾値に関するモデリングについて、関連の研究を整理する。

2.4.1 階層ベイズモデルによる消費者異質性の研究

Allenby and Rossi (1998) で指摘されているとおり、価格戦略や商品開発などの重要な意思決定から顧客ターゲティングの実践に至るまで、消費者選好の分布に関する知見はマーケティングにおいて中心的な役割を果たす。よって、マーケティングでは消費者異質性のモデリングは最重要課題と言える。これは、計量経済学において異質性が局外母数 (nuisance parameter) として表現され、関心の対象外と扱われるのとは対照的である。Rossi and Allenby (2003) は、階層ベイズモデルが消費者異質性のモデリングにおいて非常に有用であることを、豊富な研究事例とともに示している。階層モデルの回帰成分と誤差

分布によって、消費者の決定的な、あるいは確率的な異質性を表現し、また、階層モデルに付随するハイパーパラメータや、共通のモデル構造そのものが消費者の共通性を表す。階層ベイズモデルによる消費者異質性の方法論や応用事例については、Rossi et al. (2005) や照井 (2008) に詳しい。

階層ベイズモデルの推定には、MCMC が標準的な方法として利用される。MCMC は、モデルの事後分布が定常分布となるようなマルコフ連鎖を構築し、そこから乱数を繰り返し発生させることでパラメータの同時事後分布の近似を得る。MCMC の代表的なアルゴリズムとして、Gibb サンプラー (Geman and Geman, 1984) や Metropolis-Hastings 法 (Metropolis et al., 1953; Hastings, 1970) がある。MCMC の技術的な詳細については、Chib and Greenberg (1996), Gelman et al. (2004), Robert and Casella (2004) などにまとめられている。

2.4.2 状態空間モデルによる時間的異質性の研究

佐藤 (2010) で指摘されているとおり、市場反応や消費者の嗜好など、来店や購買といった最終結果に至るまでのプロセスに関する情報は、そもそも動的に変動する潜在的な変数である。従来、消費者の異質性と比較して、そのような動的構造あるいは時間的異質性の仮定に基づく研究は非常に少なかった。しかしながら、近年の IT 技術の革新に伴う粒度の細かい時系列データの豊富な蓄積や、マーケティング実務における高度な最適化ニーズを踏まえて、最新のマーケティング研究では現象の背後にある動的なメカニズムの解明にも関心が置かれている。マーケティングにおける動的構造の評価や時間的異質性については、樋口 (2011) や佐藤・樋口 (2013) に詳しく述べられている。

潜在的な動的構造を表現する際に、状態空間モデルは強力なフレームワークを提供する。とくに線形ガウス型状態空間モデルは DLM (Dynamic Linear Model) と呼ばれ、カルマンフィルタによる効率的な推定が可能であることから、多くの分野で利用されるようになっていく。線形ガウス型状態空間モデルの具体的なモデリング方法やその周辺技術については、Kitagawa and Gersch (1996) や West and Harrison (1997) などに詳しい。

非線形性や非ガウス分布を内包可能な一般状態空間モデルについても近年研究が進み、逐次モンテカルロ法の一つである粒子フィルタのアルゴリズムが与えられている。粒子フィルタは Gordon et al. (1993), Kitagawa (1996) によって提案された非常に汎用性の高

い推定方法であり、大量のサンプル（粒子）を用いて、予測粒子の生成、尤度による重み付けとリサンプリングによるフィルタ粒子の生成を繰り返すことで、時点ごとの状態変数の分布を近似する。なお、粒子フィルタは Gordon et al. (1993) ではブートストラップ・フィルタと、Kitagawa (1996) ではモンテカルロ・フィルタと呼ばれていた。両者のフィルタリングのアルゴリズムは同一であるが、Gordon et al. (1993) では平滑化のアルゴリズムは与えられていない。一般状態空間モデルと粒子フィルタなど推定技術の詳細については、Doucet et al. (2001), Cappé et al. (2007), 北川 (2005), 樋口 (2011) などに解説されている。

2.4.3 潜在変数や閾値のモデリング

マーケティングでは消費者の嗜好や顧客の反応性など、そもそも観測が不可能な事象を定量化するために潜在変数が利用される。また、ブランド選択や来店の有無など、離散的データを扱うためには、潜在的な効用をモデル化する必要がある。潜在変数のモデル化においてベイジアンモデリングが有効であることは、Rossi and Allenby (2003) や佐藤・樋口 (2013) に示されている。

とくに、本研究で用いる潜在変数に基づく閾値モデルでは、尤度関数が不連続性を持つため、最尤法や EM アルゴリズムによる推定は困難であり、ベイジアンアプローチが統計的に妥当な唯一の方法となる。閾値モデルにおけるベイジアンモデリングの有効性については、Ferreira (1975), Geweke and Terui (1993), Chen and Lee (1995) などに示されている。

2.5 サーベイ研究のまとめと本研究との関連

本章では、製薬企業のディテールを中心とする人的販売に関する研究、広告効果分析を中心とする市場反応分析に関する研究、マーケティングにおけるベイジアンモデリングの研究という3つの観点から、本研究に関連する先行研究を整理した。1章に示した本研究の5つの着眼点に照らし、既存研究の限界と本研究の各テーマにおけるねらいについて以下にまとめる。

ディテール・ストック構造について、既存の研究では幾何分布ラグモデルによるストック変数の直接的な効果しか検討していない。本研究では、テーマ1で当期効果とストック

効果の同時評価、テーマ2で閾値モデルを利用したストック変数の当期効果への間接効果、テーマ3でストック変数の時変効果をそれぞれ検討する。先行研究のほとんどが採用する基本的な幾何分布ラグモデルの構造は踏襲した上で、実務的な関心に対応して多様なストック効果の発現の仕方を検証する。

医師の異質性については非常に限られた米国の先行研究で議論されているだけである。本研究では、テーマ1で医師ごとに異質な反応係数、繰越率、分散を推定し、テーマ2ではそれに加えて閾値の異質性も評価する。米国市場における処方データをもとにした研究と異なり、日本市場における非集計の売上データを活用したモデリング方法を提示する。

時間的異質性について検討した先行研究はほとんどない。とくに、繰越率の時間変化を捉えるモデルは未だ提案されていない。本研究では、テーマ3において、先行研究で標準的な幾何分布ラグモデルによるストック効果の表現を動的に拡張し、切片、反応係数、繰越係数それぞれの時間変化を評価可能なモデルを提案する。

ディテールの質的異質性について定量的に検討した先行研究はほとんどなく、とくにディテールの持つCRM的側面での効果を評価したものはない。本研究では、テーマ2において、ディテール効果を製品訴求と顧客関係の両側面から評価するための2軸の閾値モデルを提案し、質の異なる2種類の営業効果を医師ごとに推定する方法を示す。

日本市場におけるMRのディテール効果を統計的モデリングの手法を用いて定量的に評価した先行研究は、著者の知る限り存在しない。先行研究でもディテールの市場反応性における国ごとの差異が指摘されているため、日本国内のデータによる実証は学術的知見の国際的一般化に貢献する。本研究ではすべてのテーマにおいて日本市場のデータによる実証を行う。

図2.2に、5つの着眼点に基づく既存研究の限界と本研究における各テーマのねらいについて模式的にまとめる。

着眼点	既存研究の限界	各研究テーマのねらい
ディテール・ストック構造	有限ラグ項または無限ストック変数による直接効果の事例のみ	研究テーマ 1 当期効果とストック効果の同時評価 研究テーマ 2 ストックと閾値による当期効果への間接的影響の評価 研究テーマ 3 ストックの時変効果の評価
医師の異質性	医師の異質性を考慮した研究はわずか	研究テーマ 1 反応係数，繰越率，分散の異質性の評価 研究テーマ 2 反応係数，繰越率，閾値，分散の異質性の評価
時間的異質性	ストック構造のすべてのパラメータを時変とするモデリング事例はない	研究テーマ 3 時変切片，時変反応係数，時変繰越率の評価
ディテールの質的異質性	製品サンプル量をディテールの質と定義した研究のみ	研究テーマ 2 ディテールによる製品訴求ストックと顧客関係ストックの同時評価
日本市場における実証	欧米の実証研究のみ	研究テーマ 1,2,3 日本市場における異なる 3 製品のデータによる実証

図 2.2 既存研究の限界と各研究テーマのねらい

第 3 章

医師の異質性を考慮したディテール 効果の解析

3.1 はじめに

人的販売は企業のマーケティング・ミックスにおける主要な制御変数のひとつであり、多くの産業において企業と顧客との重要な接点として認識されている。また、人的販売に関連して企業が費やすコストは巨額であり、一般に他のいずれのマーケティング支出よりも大きいとされる (Vandenbosch and Weinberg, 1993)。そのため、人的販売における適切な資源配分や、市場反応メカニズムの解明に対する経営者の関心は、広告など他のプロモーションのそれと同様に高い。人的販売の典型が営業訪問であり、販売員が顧客へ直接かつ能動的にアプローチして自社製品の購買を促す。営業訪問は個々の販売員が担当の得意先あるいは見込み客を特定した上で個別に接触するという「ダイレクト・マーケティングの原型ともいえる最古の形態」(コトラー・ケラー, 2008) であり、その市場反応には当然のことながら強い異質性を内包する。また、その活動が長期にわたり継続的に繰り返されることも特徴的である。近年のマーケティング実務では、個々の顧客との長期的な関係性の構築や、製品やサービスの個別カスタマイズを軸とする CRM や One-to-One マーケティングなどの概念に大きな注目が当たっている。人的販売はこれらの概念との親和性が高く、今後その高度化が期待されている領域である。

今日の企業では、情報技術の積極的な導入による成果、あるいは副産物として、きわめ

て大規模な結果データが蓄積されている。ゆえに、競合に先んじて市場をとらえるための貴重な情報源としてそれらのデータを最大限活用することが、企業内で喫緊の課題となっている。社内データベースに日々蓄積されるデータ群からマーケティング上の有益な情報を抽出し、新たに得られた知見を将来の戦略へフィードバックするという循環的なプロセスを保持することが、持続可能な競争優位性の獲得を可能とする (Blattberg et al., 2008)。社内データの充実は人的販売に関しても例外ではなく、近年営業部隊を擁する様々な分野の企業においてセールスフォース・オートメーション (SFA) とよばれる営業支援システムの導入が進んでいる。SFA によって従来の営業日報は完全に電子化され、管理上の効率性が高まったのと同時に、個々の販売員の行動を記録したデータの有効活用が企業内で模索され始めている。もともと人的販売に関しては、人的という自明の性質ゆえに実験や調査によるデータの取得が困難であり、またデータ自体の秘匿性が高いこともあって社内データを最大限利用することの必然性は高い。

本章では、現代の企業における人的販売について以上のような認識に立ち、国内の製薬企業を事例として、顧客の異質性を考慮した営業訪問効果の測定を実現することを目的とする。研究のアプローチとして、社内データを用いた統計的モデリングをおこない、医薬品業界における営業訪問の市場反応モデルを構築する。推定されたモデルの解釈とその応用的な活用によって、医薬品マーケティングにおける人的販売に関しての有益な知見を得る。

本章の構成は以下のとおりである。まず、3.2 節で医薬品業界におけるマーケティングと人的販売について概説し、3.3 節で先行研究を整理する。3.4 節では実証に用いたデータと提案モデルを示す。3.5 節でモデルの推定結果について記述し、3.6 節を本章のまとめとする。

3.2 医薬品業界におけるマーケティングと人的販売

医薬品製造業は知識集約型で研究開発志向の産業であり、多品種少量生産、高付加価値の製品を特色とする。生命関連製品を扱うため厳密な規制下に置かれ、研究開発、製造、流通、販売のいずれの局面においても、各種法令や規則への遵守が強く求められる。また、それは同時に国家政策へのビジネスの強い依存を意味し、公定価格である薬価の算定方針をはじめ、各種保険制度の改正や、昨今では後発（ジェネリック）医薬品の推進政策

など時々刻々と変化する周辺環境への対応が避けて通れない。なお、本研究では日本の医薬品の全売上高の約 9 割を占める医療用医薬品 (厚生労働省, 2015) に議論を限定し、以降、医薬品という用語は医療用医薬品を指し、ドラッグストアなどで売られるその他の一般用医薬品は含まないものとする。

医薬品業界におけるマーケティングはいくつかの際立った特徴を有する。4P を考えてみると、基礎科学研究がベースとなる創薬と当局による厳格な審査に準ずる製品開発には、マーケティングが関与する部分は少ない。価格に関しては最終販売価格が薬価によって固定されているため、末端におけるプライシングは存在せず、製薬企業、卸、小売間の取引価格もそれに従って制約的となる。流通についても許認可制の閉じたチャネルであり自由度は低い。また、プロモーションに関しても制約は強く、最終消費者である患者向けの製品広告やセールス・プロモーションは固く禁じられている。このように、医薬品業界におけるマーケティング活動はきわめて限定的な形態を余儀なくされている。

流通プロセスに着目すると、製薬企業から医薬品卸を介して、小売にあたる薬局または医療機関へと商品が販売される構造は一般消費財と大きくは変わらない。一般消費財との最大の違いは、消費者（患者）の購買決定が、医師という専門家による意思決定にほぼ委ねられているという点である。患者はなんらかの疾患に罹り薬剤を必要とした場合、医師による治療を望むか否か、どの医療機関を受診するかといった選択は与えられるが、薬剤のブランド選択や使用量に関しては、診断する医師の処方によって決定され、処方箋を受け取った患者はほぼ自動的に薬局あるいは同じ医療機関で製品の購買に至る。製薬マーケティングでは以上のような背景により、ブランド選択と使用方法に関する意思決定を事実上支配する医師に焦点を当て、とくにその専門性に対して細やかな対応を可能とする人的販売に、資源を集中投下してきた。

製薬企業における人的販売は、MR と呼ばれる販売員が担っている。国内の上位企業は数千人規模でこれらの販売員を有し、日々の営業活動を実施している。MR は担当エリアを持ち、顧客とする医師への定期的な訪問を主な職務とする。通常数分間といった短時間の接触で、自社製品の説明や関連情報の提供とあわせ、処方の依頼をおこない、その活動は同業界において「ディテール」と呼ばれる。MR は直接的な注文の獲得や価格交渉などの権限はなく、Moncrief III (1986) などの分類において、ミッショナリーに該当する販売員である。MR によるディテール活動は製薬企業のマーケティングにおいて主軸となり、他のマーケティング支出と比べてもはるかに大きな投資がなされているのと同時に、売上

効果への期待も高い (Wittink, 2002). コスト・インパクトが大きく、ほぼ唯一の制御変数であるディテール活動に対し、製薬企業はその市場反応や資源配分の最適化について歴史的に強い関心を抱いてきた。

3.3 先行研究

Vandenbosch and Weinberg (1993) で指摘されているように、人的販売や営業部隊の管理に関するマーケティング領域の研究は比較的少ない。その理由として、必然的に公のものとなる広告などと比較し、人的販売はきわめてプライベートな環境で実行されるため客観的な観測が難しく、研究者のデータ入手可能性が低いという点があげられている。また、企業内における実情として、人的販売や営業部隊はマーケティングの実務から組織的に分離されていることが多い。すなわち、人的販売が企業においてマーケティング・ミックスのひとつとしては考慮されていない、あるいはコントロールする権限がそもそも与えられていないといった傾向も、マーケティング研究における希薄さの一因であると考えられる。

人的販売に関する初期の研究は、Lodish (1971) の CALLPLAN や、医薬品業界を対象とした Montgomery et al. (1971) のモデルに代表される営業資源配分の最適化に関するものである。これらの研究では、販売員の担当テリトリや顧客間あるいは製品間における営業訪問回数や訪問時間の配分に関する構造をモデル化し、最適化手法を用いて効率的な解を求める方法が示されている。全体モデルの一部である市場反応モデルについては、営業マネージャや販売員の主観的判断をベースとする決定解析のアプローチが用いられている。

医薬品業界におけるディテール活動の市場反応について、データにもとづくモデリングをおこなった初期の試みのひとつが Parsons and Abeele (1981) である。ここでは営業テリトリごとの集計データを用いて、積乗型の回帰モデルによりディテールの効果およびディテールと製品サンプリングの交互作用について推定をおこなっている。先駆的な同研究における解析結果では、ディテールの主効果は負、サンプリングとの交互作用は正と報告され、ディテールが市場反応に与える効果について業界における従来の期待とは異なる結論が示されている。ただし、同様に集計レベルのデータを用いた比較的新しい研究では、ディテールについて正の効果が得られているものが多い (Neslin, 2001; Wittink, 2002; Narayanan et al., 2004). また、同じく集計レベルの研究である Rizzo (1999) では過去の

ディテールがストックされるという構造をモデリングし、当期のディテール回数が売上に与える効果は有意ではないものの、ディテール・ストックは有意に正の効果を持つことが示されている。なお、多くの先行研究が対象としている欧米の医薬品業界では、MR が医師に対して製品サンプルを提供するという行為が主要なプロモーション・ツールとして幅広く活用されている。ディテールと並んで一定の効果が期待される手法として先行研究では製品サンプリングが積極的に検討されているが、現在の国内においては規制により実施されていないため、本研究では変数として考慮できないことを指摘しておく。

一方、医師別の非集計データを利用した研究も近年いくつかみられる。Gönül et al. (2001) では潜在クラスモデルを用いて切片と価格の係数が医師のセグメントごとに異なるという構造をモデル化している。また、Mizik and Jacobson (2004) では、固定効果モデルによって切片が医師ごとに異なるという仮定でモデル化している。いずれの研究においても、ディテールは医師の処方に対して正の効果を持つという結果が示されている。さらに、Mizik and Jacobson (2004) では 6 期前までのディテール回数をラグ項として回帰モデルに含め推定しており、いずれも統計的に有意で、過去のディテールが長期にわたって現在の処方行動に正の影響を与えていることを示している。しかしながら、これらの研究は非集計データを利用しているものの、ディテールに対する反応は医師間で共通と仮定してモデル化されており、マーケティング実務における今日的活用を想定した場合には限界がある。

本研究と直接的に関連する、非集計データと階層ベイズモデルを用いた近年の先行研究としては、Manchanda and Chintagunta (2004) と Manchanda et al. (2004) がある。Manchanda and Chintagunta (2004) では、米国の製薬企業を事例として、医師 1000 人の 2 年間における四半期ごとの処方回数とディテール回数のデータを利用した分析をおこなっている。反応モデルにはディテール回数とディテール回数の二乗項を説明変数としたポアソン回帰を仮定し、また階層モデルとして医師の専門性、性別、平均サンプリング数を説明変数とする多変量回帰モデルにより、すべての回帰係数を表現している。結果として、医師ごとに推定されたディテール回数の効果は平均的には正である一方、ディテール回数の二乗項は負と推定され、米国の実務において問題意識の高い過剰なディテール (over-detailing) による処方の逡減と非効率性の存在が指摘されている。また、階層モデルの解釈によって、専門医においてディテールの効果が比較的高い傾向があることが示されている。さらに、over-detailing が確認された医師について過剰分の再分配をおこなうこ

とにより、全体として 9% - 11% の処方増が予測されたというシミュレーション結果が報告されている。

また、Manchanda et al. (2004) では医師 1000 人分 24 ヶ月の月次データを利用して、階層ベイズモデルによる医師ごとのパラメータ推定をおこなっている。こちらは反応モデルには過分散を表現可能な負の二項回帰を用い、階層モデルは Manchanda and Chintagunta (2004) と同様の多変量回帰によって定式化している。さらに、営業マネージャや MR が医師ごとの反応に関する部分情報を用いて月々のディテール数を決定しているという仮説にもとづき、反応モデルの回帰係数でディテール回数を予測するという同時方程式の構造を追加している。このように内生性を考慮した結果、推定バイアスが改善され、4% - 12% の予測力向上がみられたことが報告されている。当該研究にて医師ごとに推定されたディテールの効果は Manchanda and Chintagunta (2004) と同様に正であり、専門医において相対的に高いという傾向が指摘されている。さらに、売上のベースが高い医師へ多くのディテールが割かれている一方で、ディテールに対する反応が低い医師に対しても過剰な資源投入がおこなわれていることが、個別の反応パラメータ推定によって新たに発見された知見として報告されている。

上記にあげた直近の研究を含め、ほとんどの非集計データを用いた先行研究は米国における事例を対象としており、医師の ID 付き処方パネルデータの利用が解析の前提となっている。日本を含む米国以外のデータ環境では同様の ID 付き処方データは現時点で入手困難であり、将来的な利用可能性も低い。また、Manchanda et al. (2005) で指摘されているように、医薬品業界は製品のグローバル性が高い一方で、国家の医療政策や法的規制に対するビジネスとしての依存度がきわめて高いという性格を有するため、市場の構造や、マーケティング・プロモーションに対する反応性が各国固有の事情に応じて大きく異なることが想定される。人的販売における、非集計データとベイジアンモデリングを用いて個の推定をおこなった研究がそもそも希少であることに加え、既存研究が特定の国の事例に集中していることは、本研究が対象とする分野に大きな余地を残している。また、一般的な人的販売に関する研究において、歴史的に医薬品業界が実証の際多く用いられてきたことは、同業界の研究対象としての重要性を示唆している。本研究の意義を明確にするため、あえて指摘しておくことにする。

3.4 モデル

3.4.1 データ

本研究では、日本市場で事業を展開する製薬企業から貸与された社内データを用いて実証分析を行う。同企業はグローバルに事業を展開する大手製薬企業の一つであり、企業名および製品カテゴリや製品名に関する匿名性と、学術目的に限った利用を条件として、本来は非公開で独占的である社内データの使用が許可された。対象としたデータは同社の主力ブランドのうちの一つに関するもので、売上とディテールおよび顧客の属性に関する情報を、それぞれ対応する社内データベースより抽出した。具体的には、2006 年 1 月から 2008 年 12 月までの 36 ヶ月分の月次売上データと、2005 年 1 月から 2008 年 12 月までの 48 ヶ月分の月次ディテール回数データ、および 2008 年 12 月時点の顧客属性データを用いる。当該製品は、日本で市場が拡大傾向にあるとされる疾患領域をターゲットとし、同市場におけるリーディング・ブランドとしての地位を築いている。また、今回のデータ取得期間は、国内での販売開始から数年経過した段階であるが、特許は存続中であるため同一成分のジェネリック医薬品はまだ発売されていない。製品のライフサイクルとしては成長期後半から成熟期に該当すると考えられる。

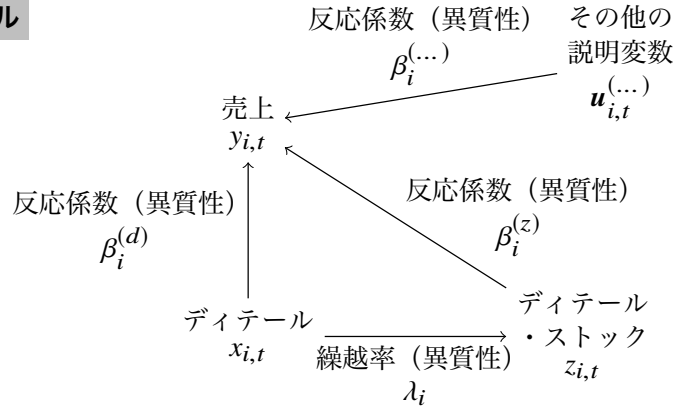
先行研究の Manchanda and Chintagunta (2004), Manchanda et al. (2004) などを実証の対象とされた米国においては、医師の ID 付き処方データが外部の調査会社によるシンジケート・データとして幅広く利用可能であるため、プロモーションの反応を測定するにあたって医師ごとの処方回数を目的変数として設定できる。一方、現在の日本国内のデータ環境において反応の結果を示す変数として一般に利用できるものは、薬局や医療機関といった小売に相当するレベルごとの売上となる。そこで本研究では、小売レベルの売上を顧客である医師ごとの反応としてとらえるため、以下のような条件にもとづいて対象施設の抽出処理をおこない、それを解析用のデータセットとした。まず、ひとつの医療機関のなかに単独の医師が所属するという、いわゆる開業医の施設を対象とした。また、開業医であっても他の病院などで診療を掛け持ちする医師は除外し、医療機関と医師との関係が厳密に 1 対 1 に対応する先に限定した。さらに、近年では医薬分業という概念が国内においても浸透し、医療機関で処方箋を発行する医師の業務と、薬局で処方箋に従って薬の調

剤と販売をおこなう薬剤師の業務を分離することが主流となっている。そのため、薬局における売上の変化が、いずれの医療機関からの処方箋量の変化によるものなのか、厳密には判別できない。本研究ではこのような医薬分業への対応として、院内処方といわれる医師が薬剤の処方および販売の両方をおこなう未分業のタイプと、分業された院外処方ではあるが、医療機関と薬局の関係がほぼ 1 対 1 に対応するとみなされるタイプのいずれかに該当する施設に限定した。最後に、売上データの取得期間である 36 ヶ月間を通して常に売上が正であった施設に限定した。対象製品の適応疾患は患者数の規模が比較的大きく、かつ通常長期に渡って治療を要するものであるため、継続的に薬剤を購入している施設が当該製品の顧客とみなすのが自然と考えられるからである。以上の処理によって、1547 人の医師と実質的に 1 対 1 に対応すると考えられる売上データが抽出され、もともと医師別に収集されているディテール回数や属性情報のデータと合わせた 2006 年から 2008 年の 36 ヶ月分のデータを解析に用いる。

3.4.2 概念モデル

本研究ではディテールに対する医師別の反応を推定するための適切なフレームワークとして、Manchanda and Chintagunta (2004), Manchanda et al. (2004) らの先行研究と同様に階層ベイズモデルを採用し、MCMC による推定を行う。実証に用いた具体的な変数は表 3.1 に後述するが、提案モデルの全体構造は図 3.1 に概念図として示すとおり、医師・月別の観測レベルと、医師レベルにおける 2 段階のモデルにより階層化されている。まず、過去のディテール努力の累積を示す「ディテール・ストック」が、潜在変数 $z_{i,t}$ として観測レベルの回帰モデルに導入される。ディテール・ストックは、過去のディテール活動の履歴に依存して毎月更新される値であり、図 3.2 のような構造を仮定している。毎月の売上は当月のディテール回数 $x_{i,t}$ とディテール・ストック $z_{i,t}$ を含む月次の説明変数 u_i による回帰モデルで定式化され、その反応係数 β_i は医師ごとに存在し、顧客の異質性を表現するパラメータとなっている。ストックのされ方を規定する繰越率 λ_i についても、反応係数と同様に医師ごとの異質性を仮定している。医師別のパラメータ β_i は多変量回帰モデルによって、また λ_i は通常の一変量の回帰モデルによって、医師の属性情報を説明変数として定式化され、階層モデルを成す。階層モデルの回帰係数 Θ_β , θ_{λ^*} は、医師間の共通性を表現するパラメータとして解釈される。モデルの定式化の詳細を次項以下に示す。

観測モデル



階層モデル

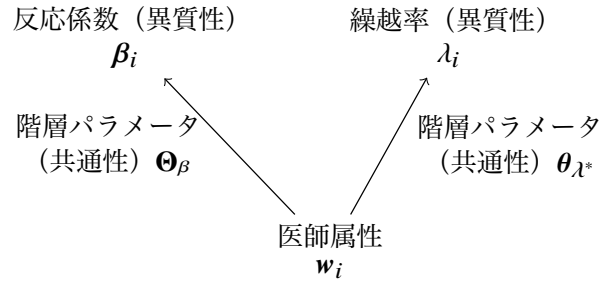


図 3.1 提案モデルの構造

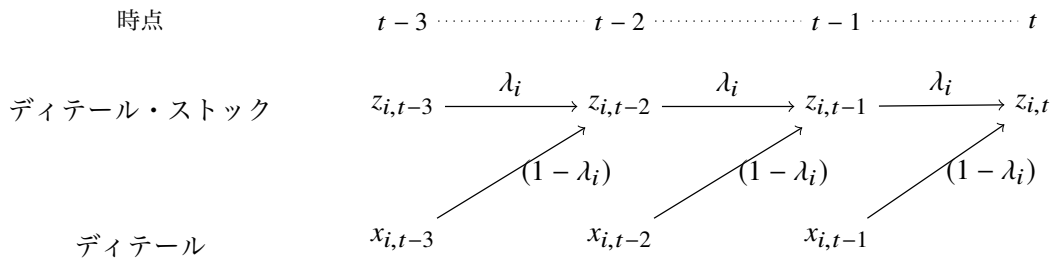


図 3.2 ディテール・ストックの構造

3.4.3 市場反応モデル

医師ごとの市場反応モデルとして、本研究と同じく小売レベルの市場反応を扱った Blattberg and George (1991) において用いられている片対数型の線形回帰モデルを採用する。目的変数 $y_{i,t}$ は医師 i の月 t における対数化された売上である。同月のディテール回

数 $x_{i,t}$ とディテール・ストック $z_{i,t}$, およびその他の説明変数からなるベクトル $\mathbf{u}_{i,t}$ による回帰式 (3.1) によって, 市場反応が定式化される. 式中の N は正規分布を示す. ここで, ディテール回数やディテール・ストックは個々の医師へのプロモーション活動に関する説明変数である一方, その他の説明変数は仕入価格や仕入月など売上計上先である薬局や医療機関に関する変数となる. 薬局や医療機関における薬剤の売上を目的変数としながら, 医師に対するディテール活動の効果を推定するために, 売上先固有の影響をコントロールする必要があることを指摘しておく. 切片を含む各反応係数 β_i および誤差の分散パラメータ σ_i^2 は医師ごとに異なると仮定し, β_i は 3.4.5 項のモデルによって階層化される.

$$\begin{aligned} y_{i,t} &= \mathbf{u}_{i,t}' \beta_i + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim N(0, \sigma_i^2) \\ \mathbf{u}_{i,t} &= (1, x_{i,t}, z_{i,t}, \dots)' \\ i &= 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, n_i \end{aligned} \quad (3.1)$$

本モデルは, ディテール・ストック変数が当月のディテール回数と並行して売上に影響を与えているという定式化であり, 集計レベルの解析では, Rizzo (1999) によって検討されている形式である. なお, 市場反応モデルに関して総合的にまとめられたものとして Hanssens et al. (2001) があり, 参考までに示しておく.

3.4.4 ディテール・ストック

製薬企業のディテールを含む一般的な営業活動では, 顧客との継続的な関係構築という側面が他のプロモーションと比較してより強く意識される傾向があり, 長期的な努力の成果としての売上効果が期待されている. 先行研究 Manchanda et al. (2004) においても, 広告効果などの分析で一般的な Koyck 変換による幾何分布ラグモデル (Palda, 1965) によって, 長期効果を考慮している. 本研究ではディテール・ストックの構造として, Guadagni and Little (1983) のブランド・ロイヤルティ変数などにみられる指数平滑型の式 (3.2) による定式化をおこなった.

$$z_{i,t} = \lambda_i z_{i,t-1} + (1 - \lambda_i) x_{i,t-1}, \quad 0 < \lambda_i < 1 \quad (3.2)$$

すなわち, ある時点のディテール・ストック $z_{i,t}$ が, 前期のディテール・ストック $z_{i,t-1}$ と前期のディテール回数 $x_{i,t-1}$ の, 調整パラメータ λ_i による加重平均として表現されている. λ_i が小さければ短期的なディテール回数の変動によってディテール・ストックのレ

ベルが変化しやすく、逆に λ_i が大きいとディテール・ストックは比較的緩やかに変動することを意味する。また、同定式化では $z_{i,t}$ が $x_{i,t}$ の平均周りで動く値となるため、ディテール回数 $x_{i,t}$ とディテール・ストックを $z_{i,t}$ がともに回帰モデルの説明変数となる本提案モデルでは、係数を解釈する際に都合がよい。ディテール回数とディテール・ストックのそれぞれの反応係数が、 $\beta_i^{(z)} = \beta_i^{(x)} \lambda_i / (1 - \lambda_i)$ の関係となるときに、本形式は広告効果分析で汎用される幾何分布ラグモデルと同等となる。

なお、推定にあたってディテール回数の初期値 $x_{i,0}$ と、ディテール・ストックの初期値 $z_{i,0}$ を与える必要がある。本研究では、前述のとおりディテール回数のデータが売上データ開始月の1年前にあたる2005年1月から利用可能であったため、医師ごとの2005年12月のディテール回数を $x_{i,0}$ として、また、2005年1月から12月までの12ヵ月間の平均ディテール回数を $z_{i,0}$ として、それぞれ与えた。

3.4.5 階層モデルと事前分布

反応係数ベクトル β_i とディテール・ストック構造における調整パラメータ λ_i が医師ごとに異なり、それらのパラメータについて階層構造をモデル化する。具体的には、 β_i については式(3.3)の多変量回帰モデルにて、また λ_i についてはロジット変換後の λ_i^* を式(3.4)の回帰モデルにて定式化する。ともに医師の属性ベクトル w_i を説明変数としている。また、式中の MVN は多変量正規分布を示す。

$$\beta_i = \Theta_\beta' w_i + v_i^\beta, \quad v_i^\beta \sim MVN(0, \Omega_\beta) \quad (3.3)$$

$$\log\left(\frac{\lambda_i}{1-\lambda_i}\right) = \lambda_i^* = w_i' \theta_{\lambda^*} + v_i^{\lambda^*}, \quad v_i^{\lambda^*} \sim N(0, \omega_{\lambda^*}^2) \quad (3.4)$$

これらの階層モデルによって、 β_i と λ_i という医師の異質性と同時に、その背後に存在する $\Theta_\beta, \Omega_\beta, \theta_{\lambda^*}, \omega_{\lambda^*}^2$ というパラメータで与えられた医師間の共通性が表現される。また、階層モデルは $\beta_i, \log\left(\frac{\lambda_i}{1-\lambda_i}\right)$ に対する事前分布の役割を果たす。

市場反応モデルの医師別分散パラメータおよび階層モデルのパラメータの事前分布には、それぞれ式(3.5)～式(3.9)の共役事前分布を設定する。 IG は逆ガンマ分布、 IW は逆ウィシャート分布を示し、 vec は $m \times n$ 行列の要素を mn 次元の列ベクトルに配置する作用素、 \otimes はクロネッカー積を示す。式(3.5)～式(3.9)に含まれる $\{a^0, b_i^0, F_\beta, Q_\beta, g_\beta, H_\beta, f_{\lambda^*}, Q_{\lambda^*}, a^{\lambda^*}, b^{\lambda^*}\}$ はハイパーパラメータであり、推定の際には事前

に設定する.

$$\sigma_i^2 \sim \mathcal{IG}\left(\frac{a^0}{2}, \frac{b_i^0}{2}\right) \quad (3.5)$$

$$\text{vec}(\Theta_\beta) | \Omega_\beta \sim \mathcal{MVN}\left(\text{vec}(F_\beta), \Omega_\beta \otimes Q_\beta^{-1}\right) \quad (3.6)$$

$$\Omega_\beta \sim \mathcal{IW}(g_\beta, H_\beta) \quad (3.7)$$

$$\theta_{\lambda^*} \sim \mathcal{MVN}(f_{\lambda^*}, Q_{\lambda^*}) \quad (3.8)$$

$$\omega_{\lambda^*}^2 \sim \mathcal{IG}\left(\frac{a^{\lambda^*}}{2}, \frac{b^{\lambda^*}}{2}\right) \quad (3.9)$$

3.4.6 変数の定義

医師・月別の変数としては次のとおりである。まず、目的変数である対数化された売上には、2008年12月時点の薬価で重み付けした売上数量を用いた。当該製品には複数の剤型（例、10mg錠、20mg錠など）と複数の包装規格（例、100錠包装、500錠包装など）が含まれるため、単純に販売単位ごとに売上数量を合計することができない。そこで、末端の公定価格である薬価を単位として販売単位ごとの売上数量を重み付けするという、実務において一般的な手法を採用する。また、日本の現在の制度では2年に1度の周期で薬価が改定されるため、その影響を除く目的で上記時点の薬価に固定し、換算処理を行う。結果として、目的変数の売上は価格変動による影響を含まず、製品使用の実態に即して適切に重み付けされた変量となる。また、説明変数として投入した観測値は、ディテール回数、対数化した仕入価格の掛け率、期初月ダミー、期末月ダミーである。ディテール回数は、MRが医師に対しておこなった宣伝回数をカウントした離散変数であり、該当月にかけられた営業努力の程度を示す量である。仕入価格の掛け率は、月ごとの仕入価格を最終販売価格（薬価）で除した比率であり、各薬局や医療機関での仕入価格の変動に対する売上数量の変化を吸収するために説明変数として投入する。また、メーカーや卸の営業ノルマ達成のため、期末月に過剰な納入をおこない期初月に返品されるという国内市場に特有の習慣的な取引パターンの存在を考慮し、そのノイズを吸収する目的で両月に対応するダミー変数を投入する。

医師別の説明変数としては、Manchanda and Chintagunta (2004), Manchanda et al. (2004)においても主な要因として検討されている医師の専門性をはじめ、院内処方か院外処方か

表 3.1 変数表

記号	変数名	変数の詳細	平均	標準偏差
$y_{i,t}$	売上	固定薬価重み付け売上数量の対数	11.40	1.12
$u_{i,t}$	定数項（観測）	観測モデルの定数項	1.00	0.00
$(x_{i,t})$	ディテール回数	MR による対象製品のプロモーション回数	1.65	1.29
$(z_{i,t})$	ディテール・ストック	過去のディテールの蓄積（潜在変数）	–	–
	価格	仕入価格の掛け率の対数	-0.12	0.10
	期初月	期初月以外の月 = 0, 期初月 = 1	0.08	0.28
	期末月	期末月以外の月 = 0, 期末月 = 1	0.08	0.28
w_i	定数項（階層）	階層モデルの定数項	1.00	0.00
	専門医	非専門医 = 0, 専門医 = 1	0.22	0.41
	院内処方	院内処方 = 0, 院外処方 = 1	0.64	0.48
	女性	男性 = 0, 女性 = 1	0.04	0.21
	50 代	年齢: 50 代以外 = 0, 50 代 = 1	0.45	0.50
	60 代	年齢: 60 代以外 = 0, 60 代 = 1	0.27	0.45
	70 代以上	年齢: 60 代以下 = 0, 70 代以上 = 1	0.08	0.28

を示すダミー変数，および性別・年齢というデモグラフィクスを投入する．医師の専門性については，当該製品の適応疾患に関する専門診療科を医師が標榜しているか否かで専門医と非専門医を判別する．このような専門医，非専門医の区分は実務においても最も重要なセグメンテーションの切り口とされることが多い．また，院内処方か院外処方かという医薬分業の状況については，医師の経営や診療に関する方針あるいは購買パターンの違いなどを説明する可能性がある変数として採用する．年齢については，40 代以下，50 代，60 代，70 代以上の 4 区分にカテゴリ化した．解析に用いた変数を，モデル表記における記号および基本統計量を併記し，表 3.1 に示す．また，表 3.2 には医師別変数の相対度数分布を示す．

3.5 解析結果

実証分析の結果を導出するため，3.4 節の提案モデルにおける各パラメータの事後分布を MCMC によって推定する．モデルのハイパーパラメータには以下の値を設定すること

表 3.2 医師別変数の相対度数分布

専門医	非専門医		
22%	78%		
院外処方	院内処方		
64%	36%		
女性	男性		
4%	96%		
40 代以下	50 代	60 代	70 代以上
20%	45%	27%	8%

で、正則かつ散漫な事前分布を表現した。なお、式 (3.10) 中の var は分散を意味する。

$$a^0 = 3, \quad b_i^0 = 3 \times \text{var}(\mathbf{y}_i) \quad (3.10)$$

$$\mathbf{F}_\beta = \mathbf{O}, \quad \mathbf{Q}_\beta = 0.01\mathbf{I} \quad (3.11)$$

$$g_\beta = 9, \quad \mathbf{H}_\beta = 9 \times 0.1\mathbf{I} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{f}_{\lambda^*} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{Q}_{\lambda^*} = 100\mathbf{I} \quad (3.13)$$

$$a^{\lambda^*} = 3, \quad b^{\lambda^*} = 0.5 \quad (3.14)$$

あるパラメータに関して、他のすべてのパラメータで条件付けした分布を完全条件付き事後分布と呼ぶ。モデル推定のための MCMC は、各パラメータの完全条件付き事後分布からサンプリングを順に繰り返すことが、全体の過程となる。第 1 ステップでは医師別パラメータの発生を m 人ついて繰り返し、第 2 ステップから第 5 ステップでは階層モデルのパラメータを順次発生させる。ロジット変換後の医師別繰越率パラメータ λ_i^* については完全条件付き事後分布が共役でなく、既知の確率分布から発生できないため、サンプリングには Metropolis-Hastings 法を利用する。以上のアプローチは、Metropolis within Gibbs(Besag et al., 1995) や hybrid strategy(Robert and Casella, 2004) と呼ばれる。図 3.3 には、具体的な MCMC の手順を示した。図中の第 1 ステップから第 5 ステップを十分な回数繰り返すことで、モデルの推定は実現できる。MCMC のアルゴリズムの詳細については付録 A.1 に記す。

今回の解析では 15,000 回のイタレーションを実行し、最初の 10,000 回をバーンイン・サンプルとして棄て、残った 5,000 回を事後分布からのサンプルとした。収束の判定は標

提案モデル推定のための MCMC アルゴリズム

1. 以下を $i = 1, \dots, m$ について行い，顧客別パラメータを発生させる.
 - 1-1. λ_i^* を M-H 法にて発生させる.
 - 1-2. β_i を多変量正規分布から発生させる.
 - 1-3. σ_i^2 を逆ガンマ分布から発生させる.
2. $\text{vec}(\Theta_\beta)$ を多変量正規分布からサンプリングする
3. Ω_β を逆ウィシャートからサンプリングする.
4. θ_{λ^*} を多変量正規分布からサンプリングする.
5. $\omega_{\lambda^*}^2$ を逆ガンマ分布からサンプリングする.

図 3.3 MCMC の手順

本経路と標本自己相関関数 (ACF) を確認することによっておこなった. 参考のため，一部のパラメータに関するプロットを付録 A.2 に示す.

3.5.1 モデル比較

提案モデルにおけるディテール・ストック構造の妥当性を評価するため，ディテール・ストックを含まないモデル（基本モデル）との比較を行う. はじめに，観測データに対するモデルのフィットの良さを検証する. 表 3.3 は，基本モデルと提案モデルにおける医師ごとに求められた in-sample での平均絶対誤差率 (MAPE) の分布を示したものである. MAPE は $\hat{y}_{i,t}$ をモデルからの予測値としたとき， $\frac{1}{n_i} \sum_{t=1}^{n_i} |(y_{i,t} - \hat{y}_{i,t})/y_{i,t}|$ によって計算される. MAPE は提案モデルの方が全体的に低い値となり，現データに対するモデルのあてはまりがディテール・ストックの考慮によって改善していることが分かる.

また，対数周辺尤度と DIC による比較結果を表 3.4 に示す. 対数周辺尤度は Newton and Raftery (1994) による推定値を利用している. 対数周辺尤度はモデルが与えられたときのデータが出現する確率に相当し，より高い値となるモデルを選択することが好ましい. また，DIC は Spiegelhalter et al. (2002) によって提案された階層ベイズモデルにおい

表 3.3 平均絶対誤差率 (MAPE) の分布

モデル名	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
基本モデル	0.96%	1.98%	2.68%	3.36%	5.02%
提案モデル	0.91%	1.83%	2.47%	3.16%	4.62%

表 3.4 対数周辺尤度と DIC

モデル名	対数周辺尤度	p_D	DIC
基本モデル	-25142	4335	54235
提案モデル	-21750	4732	47743

て一般的な情報量規準であり、有効パラメータ数の推定値 p_D を複雑性のペナルティとする。DIC ではより値の低いモデルを選択することが好ましいとされる。表 3.4 から、提案モデルは基本モデルと比べていずれの指標においても改善されていることがわかる。とくに、有効パラメータ数が 1 割近く増加している一方で、DIC の値は大幅に減少していることから、ディテール・ストックを含む提案モデルはデータの特徴をより詳細にとらえながらも予測能力を向上させていることが示唆される。

表 3.5, 表 3.6 は、医師ごとに推定された反応パラメータ β_i の符号の分布を、基本モデルと提案モデルそれぞれについてまとめたものである。 $(-)^*$, $(-)$, $(+)$, $(+)^*$ に対応する表中の数値はそれぞれ、5% 有意で負、5% 有意でなく負、5% 有意でなく正、5% 有意で正、と各係数が推定された医師の数を示す。提案モデルでは、ディテール・ストックがディテール回数に比べて、その係数が正となる医師の比率が高く、有意に正となる割合も全体の 16% と大きいことが示されている。ディテール回数の係数については、提案モデルにおいて有意に正となった割合は減少するものの、正の符号となった全体の医師数は増加している。また、有意に負の係数と推定された医師については約半分に減少していることがわかる。他の変数に関しては有意性を含めた係数の符号の傾向が大きく変わらないなか、ディテール・ストックを考慮したモデルのほうが当期のディテール回数の係数についても正の方向へ全体的に変化したことは注目に値する。

このようにいくつかの観点からモデル比較をおこなった結果、いずれも提案モデルが支持される結果となった。以降ではディテール・ストックを含んだ提案モデルを採用して議

表 3.5 β_i の推定値の符号の分布 (基本モデル)

	(-)*	(-)	(+)	(+)*
定数項	0	0	0	1547
ディテール回数	24	639	844	40
仕入価格	0	26	1498	23
期初月	331	1175	41	0
期末月	0	18	1158	371

* 5% 有意

表 3.6 β_i の推定値の符号の分布 (提案モデル)

	(-)*	(-)	(+)	(+)*
定数項	0	0	0	1547
ディテール回数	13	635	882	17
ディテール・ストック	95	459	752	241
仕入価格	0	17	1508	22
期初月	299	1206	42	0
期末月	0	22	1212	313

* 5% 有意

論を進める。

3.5.2 提案モデルのパラメータ推定結果

表 3.7, 図 3.4 は, 提案モデルから推定された医師別パラメータの事後平均の分布を示したものである。医師別に推定された係数の値は, ディテール回数で平均 0.005, ディテール・ストックで平均 0.207 と正の傾向があり, ディテール・ストックの係数が比較してかなり大きい。ただし, 使用データにおけるディテール回数の標準偏差は 1.29, 推定されたディテール・ストックの標準偏差は 0.76 であったため, 両変数を標準偏差 1 に基準化した場合の推定結果の平均値は, ディテール回数で 0.00645, ディテール・ストックで 0.15732 と考えられる。よって, 平均的には, ディテール・ストックのインパクトは当期ディテールの 24 倍程度と言える。また, ディテール回数, ディテール・ストックのいずれにおいても係数のばらつきは大きい。すなわち, 全体の平均的傾向としては正の効果が期

表 3.7 β_i , σ_i^2 , λ_i の事後平均の分布

		平均	標準偏差	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
β_i	定数項	11.094	1.215	9.027	10.265	10.959	11.863	13.794
	ディテール回数	0.005	0.034	-0.065	-0.017	0.005	0.027	0.073
	ディテール・ストック	0.207	0.640	-1.098	-0.190	0.224	0.611	1.443
	仕入価格	0.243	0.106	0.036	0.175	0.240	0.305	0.455
	期初月	-0.158	0.092	-0.374	-0.210	-0.154	-0.094	0.002
	期末月	0.145	0.064	0.022	0.103	0.147	0.186	0.269
σ_i^2		0.169	0.125	0.027	0.088	0.142	0.215	0.485
λ_i		0.957	0.022	0.904	0.952	0.961	0.968	0.981

待されたとしても、ディテールの反応には無視することのできない異質性が存在し、すでに表 3.6 で示したとおり、なかには有意に負の係数を示す医師もいるということである。これは、ディテールの効果が普遍的に存在すると考えられがちな業界の通念とはやや反する結果となっている。ただし、ディテールの係数が負になる医師の存在は、Manchanda and Chintagunta (2004) や Manchanda et al. (2004) による先行研究においても同様に指摘されている。この現象の背景として、診療の妨げになるなどの理由から MR の訪問を場合によっては医師が快く思わないなど、積極的な営業活動がマイナスの効果を生むこともあり得るということが考えられる。また、今回のデータでは反映されていない、競合他社によるディテールの存在も暗に示唆される。すなわち、自社のディテールが多く投入されている医師は、同時にライバルである他社からも数多くのディテールを受けている可能性が高い。競合状況の激しさによっては、ディテール回数は増加しても競合の中での相対的なシェア・オブ・ボイス (Share of Voice, SOV) は減少しているということも考えられる。また、上記の先行研究と比較して本研究では医師ごとのディテールの効果がより正に現れにくい結果となったのは、使用した目的変数が、意思決定の直接的な観測である処方回数と異なり、売上であるということが一因として想定される。

ディテール・ストック形成の調整パラメータである λ_i については、平均 0.957、標準偏差 0.022 とほとんどの医師で非常に高い値と推定されている。すなわち、当期のディテール数の 4% が次期のストックに加わり、当期のストックの 96% が次期のストックとして繰り越される。前述のディテール・ストックの反応係数の大きさと合わせて理解されることとしては、ディテールが売上に対して大きな効果を及ぼす際にはディテール・ストック

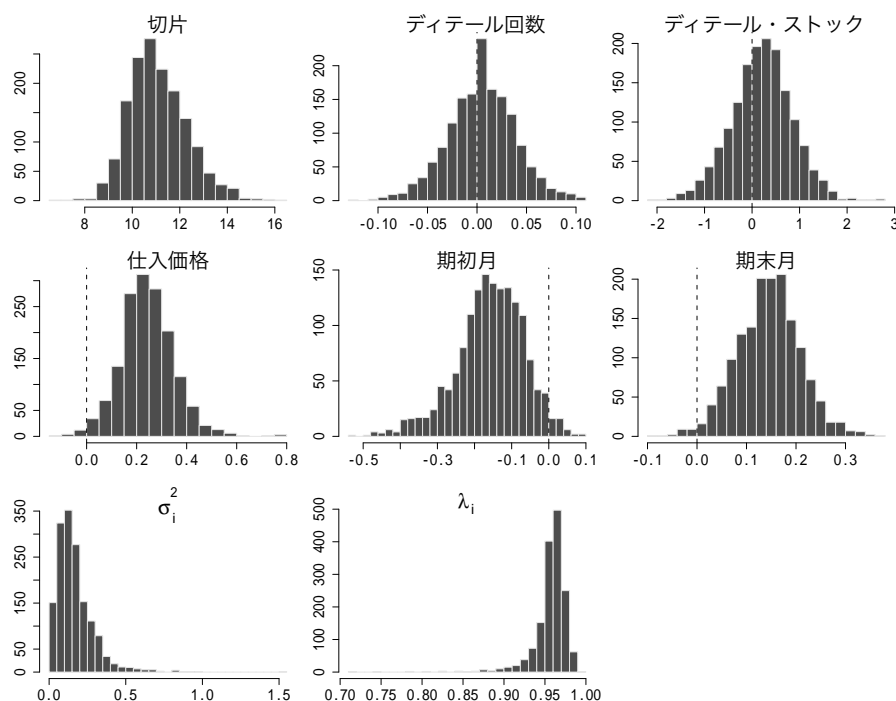


図 3.4 β_i , σ_i^2 , λ_i の事後平均のヒストグラム

というかたちを経る必要があり、それは長期的なディテール努力の継続がなければ形成されない。また、一度ストックされた水準は変化しにくく長期にわたって維持されやすいという構造がある。さらに、図 3.6 の散布図行列からは、切片とディテール・ストックの反応係数には比較的強い負の相関関係があることが分かる。また、切片は平均売上と正の相関を持つため、売上のベースラインとも解釈できる。すなわち、売上のベースラインが高いほどディテール・ストックの効果が低くなっているということを示唆している。ベースラインが高い医師にはすでに十分量のディテールが過去からかけられているためストックが飽和し、データ期間中にはストック効果が検出できなかった可能性などが考えられる。

その他の変数についてみると、期末月の係数は正、期初月の係数は負となる傾向が顕著であり、国内における特有の現象をうまく吸収できている。仕入価格の符号は正となり事前の予想とは異なった。同変数は掛け率とした上に対数化されており、また、目的変数の売上についても対数化されているため、1% 相対的に価格が上昇すると 0.24% 売上が上がると理解されることになる。そこで、仕入価格と売上の関係をデータから確認してみ

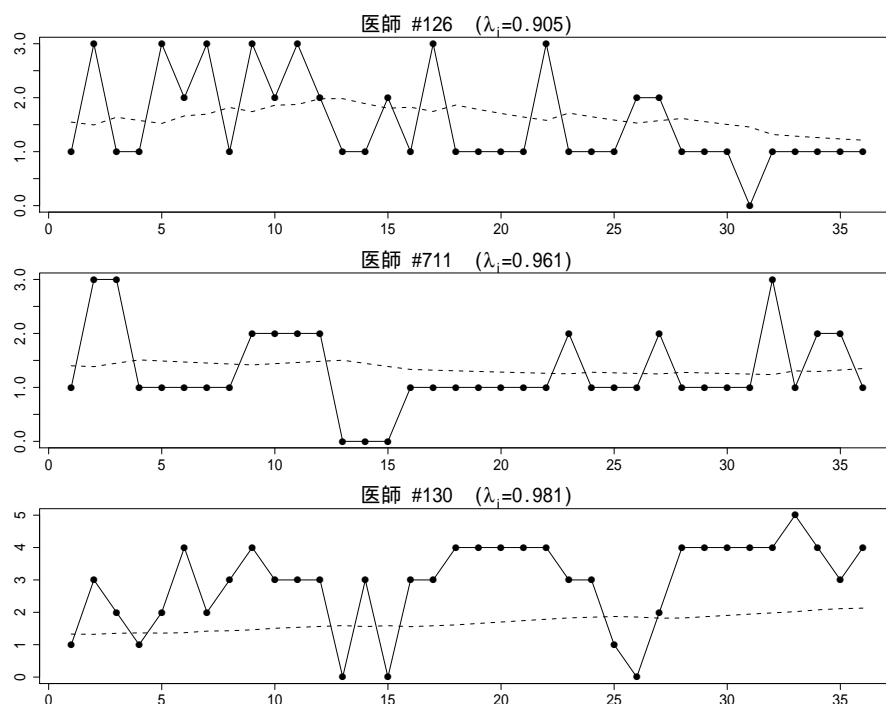


図 3.5 ディテール回数（実線）と推定されたディテール・ストック（破線）の時系列プロット

たところ、売上の小さな月で仕入価格がかなり低く設定されたグループが存在することがわかった。実務上この現象には2つの業界特有の慣例が影響していると考えられる。一つ目は、習慣的に売上のベースが小さい月に大幅に値引きをおこない、逆にもともと売上の高い月には価格を維持しているという可能性である。二つ目は、薬価改定（切り下げ）の直前などで大きな買い控えが発生するため、それに対応するべく同時期に卸が積極的な値下げをおこなっている可能性である。この現象をより深く理解するためには、当月の売上規模の予想をもとに卸が値下げ率を決めているという内生性の構造をモデルに取り込むことが考えられるが、本研究の枠を超えるため今後の課題とする。

表 3.8, 表 3.9 は、パラメータの異質性を医師の属性によって説明した階層モデルの推定結果である。 Θ_β の推定結果における切片の行がベースラインとなり、院内処方をする40代以下男性の非専門医における平均的反応と解釈可能である。ここで確認できる傾向としては、専門医は売上のベースが相対的に高く、また、ディテール・ストックの係数が有意に正の符号となり、非専門医に比べて $[\exp(0.125) - 1 =]$ 13% ストックに対する反応

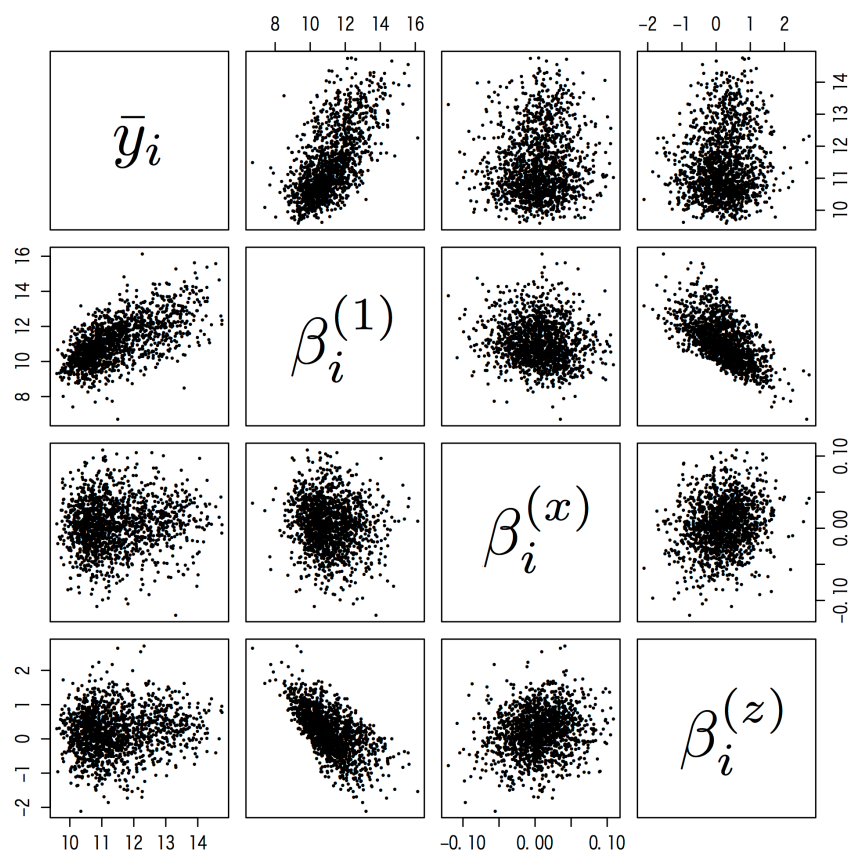


図 3.6 医師ごとの平均売上 (\bar{y}_i) と反応係数 ($\beta_i^{\text{定数項}}, \beta_i^{(x)}, \beta_i^{(z)}$) の散布図行列

が高いということである。さらに、有意ではないものの、ディテール回数への反応に対する専門医の係数も正であり、先行研究の結果と一致する。さらに、表 3.9 のストック構造の調整パラメータ λ_i に関する階層モデルの推定結果をみると、こちらも専門医が有意に正の係数を持つことが確認できる。すなわち、専門医においては長期的なディテール努力の継続がより必要とされ、また、一度蓄積されたストックの水準は非専門医に比べて、より長く維持される傾向があることが示されている。また、院外処方の医師は売上のベースが相対的に高い。これは、患者の規模が大きい診療所は薬局を隣接している割合が多く、逆に小規模な診療所では現在でも院内処方をおこなっているケースが多いという実務的な感覚に合う。また、院外処方では期初月や期末月に対応する係数が有意となることは、一般的に在庫スペースに余裕がある薬局に対してのほうが納入量の積み増しが容易であると

表 3.8 Θ_{β} の推定結果 (事後平均と事後標準偏差)

	$\beta^{\text{定数項}}$	$\beta^{(x)}$	$\beta^{(z)}$	$\beta^{\text{仕入価格}}$	$\beta^{\text{期初月}}$	$\beta^{\text{期末月}}$
定数項	10.690 *	0.010	0.189 *	0.281 *	-0.123 *	0.149 *
	(0.114)	(0.007)	(0.074)	(0.074)	(0.018)	(0.016)
専門医	1.298 *	0.006	0.125 *	0.003	-0.068 *	0.011
	(0.104)	(0.006)	(0.063)	(0.054)	(0.015)	(0.014)
院外処方	0.181 *	0.002	0.006	-0.081	-0.027 *	0.021
	(0.088)	(0.005)	(0.057)	(0.058)	(0.014)	(0.012)
女性	0.280	0.000	-0.116	0.193	-0.014	0.035
	(0.197)	(0.014)	(0.127)	(0.165)	(0.035)	(0.033)
50 代	0.024	-0.011	0.003	-0.020	-0.016	-0.020
	(0.113)	(0.007)	(0.074)	(0.061)	(0.019)	(0.017)
60 代	-0.015	-0.006	-0.026	0.024	0.016	-0.036
	(0.122)	(0.008)	(0.079)	(0.068)	(0.020)	(0.018)
70 代以上	-0.137	-0.009	-0.024	0.076	0.008	-0.037
	(0.170)	(0.011)	(0.111)	(0.130)	(0.027)	(0.025)

* 5% 有意

いう経験則との合致を示唆するものである。

3.5.3 資源配分への適用可能性

ある医師が、当期のディテールに対して即時的に反応するのか、もしくは長期のディテール・ストックによってはじめて反応するのか、その位置付けは実務的に大きな関心事である。それらの知見により、各医師に対する適切な訪問頻度とともに最適な訪問パターンに関する示唆が得られるからである。一定の訪問間隔を維持するのがよいのか、それとも断続的あるいは短期集中の訪問が効率的なのか、経営者や現場の営業マネージャからの関心は高い。

図 3.7 は、推定されたディテール回数の係数とディテール・ストックの係数を 1547 人

表 3.9 θ_{λ}^* の推定結果

	事後平均	事後標準偏差
定数項	3.439 *	0.138
専門医	0.446 *	0.112
院外処方	-0.163	0.105
女性	-0.238	0.232
50 代	0.047	0.135
60 代	0.103	0.169
70 代以上	-0.037	0.200

* 5% 有意

の医師について 2 軸にプロットしたものである。さらに、それぞれの係数が正か負かによって 4 象限に区切り、各象限に属する医師を A から D のグループへ分類した。A の医師（全体の 40%）は当期のディテール回数とディテール・ストックの両方が売上に対して影響すると考えられ、このような医師に対しては継続的なディテール活動を基本とすることで長期的な効果が期待でき、さらに、とくに売上を伸ばしたい時期には集中的に訪問すれば、短期の売上にもつながると予想される。また、B の医師（18%）は当期ディテールは効果があるものの、ディテール・ストックは効果がない。このような医師に対しては定期訪問のように継続性を重視するスタイルよりも、必要なときに集中的なディテールをおこなうほうが効率がよいことが示唆される。逆に、C の医師（24%）は当期ディテールには反応せず、ディテール・ストックのかたちになってはじめて効果が現れる。このグループの医師には長期的な関係構築を最重視し、毎月の訪問頻度は少なくしても定期的に訪問し続けることが得策と考えられる。最後に、D の医師（18%）は短期的にも長期的にもディテールが作用しないと推定されたグループであり、あくまで営業上の観点からはそれほど積極的にアプローチする必要がない医師と考えられる。また、とくに D グループの医師については、ディテールの効果がないだけでなく、有意に負の影響を与えている可能性にも注意する必要がある。その場合にはディテールをまったくおこなわないほうが逆に売上に良い結果をもたらすこともあり得る。前節で指摘したとおり、ディテールの負の効果についてはかならずしも非現実的なことではない。

A - D の各グループ別に医師ごとの 36 ヶ月の平均売上と平均ディテール回数の分布を

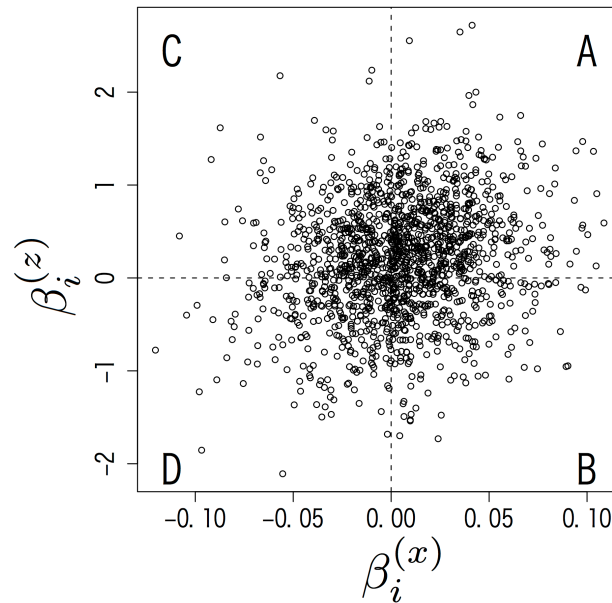


図 3.7 ディテール回数の係数 ($\beta_i^{(x)}$) とディテール・ストックの係数 ($\beta_i^{(z)}$) の関係

示したものが図 3.8 である。平均売上に関する左の図を見ると、中央値ではグループ A の売上が高く、グループ D が低いという緩やかな傾向がみられる。ただしその分散は大きく、ディテールに対する反応性が売上規模とそれほど関係していないことがわかる。また、平均ディテール回数に関する右の図を見ると、こちらもグループ A がもっとも高くグループ D がもっとも低いという中央値での傾向が若干見られるものの、ばらつきは大きく全体的にはほぼ横並びといえる。すなわち、現状のディテール活動は、医師のディテール反応に関してほとんどメリハリがつけられていないことが示されている。

これらの指摘に関連し、医師ごとのパラメータ推定結果を活用した資源配分の一例として、次のようなシミュレーションをおこなう。いま仮にグループ D の医師にかけられていたディテール活動が、グループ A の医師に配分されていたとすると、どの程度売上の増加に寄与していたかを予測する。具体的には、グループ D の医師 274 人に 36 ヶ月でかけられた 14,324 回のディテールを、グループ A の医師 619 人に均等に再配分する。結果として、D の医師は 36 ヶ月通してディテールはゼロに設定され、A の医師は月平均で 0.64 回のディテール増となる。ここではディテール回数とディテール・ストックのみ変更し、

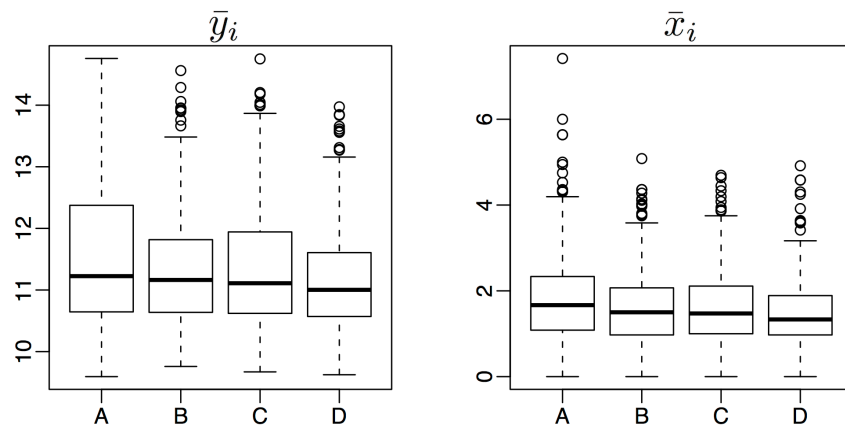


図 3.8 ディテール反応グループ別の平均売上 (\bar{y}_i) と平均ディテール回数 (\bar{x}_i) の分布

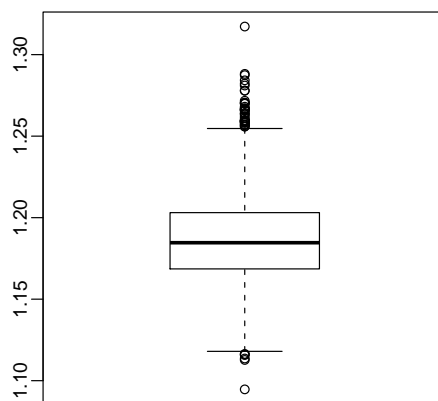


図 3.9 シミュレーションによる売上増加率の予測分布

それ以外の変数は固定と仮定した。このシミュレーションにより、原スケールの売上金額において、全体では 95% 区間にして 14% - 24% の売上増が予測された。図 3.9 がシミュレーションによる売上増加率の予測分布である。実際には、MR は人的販売としての機能だけではなく、適切な医薬品の使用を促すための情報提供と、副作用などに関する情報収集という社会的に重要な責務を担っている。そのため、営業活動としての効率性だけを考えてディテール活動をゼロにするということは現実的には困難な側面があるが、今回のシミュレーション結果は、提案モデルの適用可能性を示すとともに、企業としての資源投入の効率化には大きな余地があることを指摘するものである。

3.6 まとめ

本章では、人的販売における売上効果の検証を目的とし、医薬品業界のディテール活動に関する市場反応モデルを提案した。階層ベイズモデルによって顧客である医師ごとの反応を推定し、異質性を考慮した議論をおこなった。また、長期的な顧客との関係性を重視する人的販売の実態に即した構造として、ディテール・ストックというメカニズムを考慮した。それにより、過去の営業努力の残存を明示的に表現し、売上効果を即時効果とストック効果の両面からとらえることを可能とした。さらに、ストックの形成に関するパラメータについても個人ごとに異質であるという仮定をおき、階層モデルを与えた。

推定の結果、当期のディテール数による即時効果に比べて、ディテール・ストックによる蓄積効果のほうが売上に与えるインパクトが大きいことが示された。また、ストックの形成には長期的なディテールの継続が必要である一方、一度ストックされた水準は摩耗しにくいという構造が示唆された。階層モデルによって、専門医が非専門医よりもストックの形成に継続性を必要とし、かつディテール・ストックの売上効果も高いことが示された。さらに、ディテールに対する反応の違いによって医師を4つのグループに分類し、ディテール資源の再配分シミュレーションをおこなった。結果として、14% - 24%の売上増が予測され、異質性を考慮した市場反応モデルの適用による効率化の可能性を示すことができた。

本章で提案されたモデルは、製薬企業であれば一般的に入手可能な社内データをもとに、標準的な変数のみを用いて構築されているため、その意味における汎用性は高いと考えられる。また、今回分析の対象としたブランド固有の条件はモデルの前提として含まれていないため、同一のモデルによって他のブランドを対象とした推定をおこない、結果を比較することも可能である。

本章で示した解析には、2つの限界が存在している。一つ目は競合製品の使用実態や競合MRのディテール活動に関する状況を考慮していない点である。これに関しては、検証に用いているデータの特性上（社内データ）、その対応は非常に困難である。二つ目はディテール・ストックの定式化に関連することである。本章の解析結果では、 λ_i の推定値が平均で0.957という高い値になっている。これは、この変数の定式化上必要となるストックの初期値（2005年の平均ディテール数）が医師の異質性の一部を吸収しているた

めに生じた可能性がある。より具体的には、初期値算定に用いた 2005 年において、MR の行動とディテールを受けた医師の間に一定のパターンが存在するという内生性の問題が生じている場合、前述の状況が生じうる。これについては、Manchanda et al. (2004) や Dong et al. (2009) と同様に、医師のディテールへの反応と MR のディテール活動を同時にモデル化することで対応可能である。また他の方策としては以下のようなことが考えられる。本章では指数平滑の形式でストックの定式化をおこなったが、先行研究で議論されている幾何分布ラグモデルなど、他にも過去の努力の累積や残存効果を表現する方法は存在するため、より詳細な比較による議論の発展が望まれる。また、ディテール・ストックという形式ではなく、より明示的に時間的ダイナミクスをモデリングすることにも検討の余地がある。今回の使用データはそもそも時系列データであり、状態空間モデルなどの時系列解析の技術が利用可能である。本章で対象とした市場反応には、今回採用した静的なアプローチでは説明できない部分が残されており、時間的ダイナミクスの構造を入れることによって、新たな解釈を生むとともに、モデルが改善できる可能性は高い。

第 4 章

製品訴求と顧客関係構築における ディテール効果の解析

4.1 はじめに

人的販売は広告、パブリシティ、セールス・プロモーションなどと並んでマーケティング・コミュニケーション・ミックスの主要ツールの一つであり、様々な業種で古くから活用されている。近年、多くの企業で CRM の概念のもと、顧客一人一人をミクロに理解、管理することによる顧客生涯価値の最大化戦略を採用している。そこで重要となるのが企業と顧客を直接的につなげるチャネルの存在であり、コトラー・ケラー (2008) に「外回りの営業訪問はダイレクト・マーケティングの原型ともいえる最古の形態」と指摘されているとおり、人的販売も顧客との貴重な接点の一つとして大きな役割を担っている。CRM という基本概念と IT 基盤の充実に裏付けられた現代の人的販売戦略では、「経験、勘、根性」に頼る旧来型の営業スタイルから脱却し、より科学的で自動化可能なアプローチへの転換が求められている。

人的販売を最大の販売促進ツールとして歴史的に活用してきたのが医療用医薬品を販売する製薬企業である。製薬企業は MR と通称される営業専門職を組織化し、医師を中心とする医療従事者向けの人的販売を展開している。医療用医薬品を購入するのはその消費者となる患者であるが、購買に必要な処方箋を発行できるのは医師である。そのため、事実上の購買の意思決定権は医師にあり、MR はもっぱら医師に対して自社製品をプロモー

ションし、その活動は「ディテール」と呼ばれる。MR は日々のディテール活動により、自身の担当エリアにおける売上の増加を図っている。MR による医師への直接的な働きかけを重視している製薬企業であるが、それ以外のマーケティング活動が他業種に比べて非常に制約的であることが背景としてある。日本の医療用医薬品市場では患者が支払う末端価格は薬価と呼ばれる公定価格によって決められ、流通チャネルは許認可制のため自由度は極めて低い。また、DTC 広告と称される一般消費者向けの広告で製品名を出すことは禁止されており、疾患を啓発する内容のみにとどまる。したがって、製薬企業は半ば必然的に人的販売に集中投資を行なってきた側面がある。その比率が他のマーケティング支出と比較し突出して大きいことは、Wittink (2002) などの既存研究でも示されている。また、直近の統計を見ても、2015 年の全世界の製薬企業の販促費 692 億ドル (7.7 兆円) のうち、61.2% に当たる 423 億ドル (4.7 兆円) が MR による営業活動に割かれ、その額は前年比 1.9% で増加している (IMS Health, 2016a)。このように、人的販売は投資の規模が絶対的にも相対的にも大きく、その効果の検証や投資配分の最適化が製薬企業のマーケティングにおいて切実な課題となっている。

MR が医師に対して行うディテールの目的は、大きく分けて 2 つある。一つが製品の訴求であり、MR は担当する自社製品の効能・効果や、安全性に関する情報、他製品と比較した際の特徴などを、製品の使用を決める医師に対して詳細に説明する。製品の周辺情報を的確に伝達することで、患者に対する使い勝手の良さや処方時の安心感が医師の中で高まり、競合との差別化につながる付加価値を与えることができると考えられている。もう一つが顧客との長期的な関係構築であり、企業全体の CRM 戦略に寄与する部分である。コトラー・ケラー (2008) に人的販売の特徴の一つとして「親交」があげられているように、人間同士が対面でコミュニケーションを行う営業活動が、顧客との関係構築においてとくに効果的であることはほぼ自明である。MR は単に特定の製品の訴求によってその売上を伸ばすだけでなく、日々の営業訪問を通じて顧客との親交を深め信頼を勝ち取ることで、現在の売上のみならず将来の売上にも貢献することが活動の成果として期待されている。また、いずれの目的の活動も同一の MR によって同一の医師に対して継続性を持って実施されることが基本であり、MR によるディテールには効果の残存や蓄積が存在すると考えることが自然である。

現代企業におけるマーケティング関連の IT インフラ投資の筆頭が、CRM システムの構築と運用であり、製薬企業においてもそれは例外ではない。とくに人的販売に関しては

セールスフォース・オートメーション（SFA）と呼ばれるシステムが営業組織向けの機能として、大半の企業に導入されている。MR は SFA を通じて顧客情報を取得し、日々の営業活動の計画を立案し、自身の行動結果を記録している。入力されたデータは即座に本社のデータベースやクラウド内に同期し保存され、分析結果が将来の企業戦略に活かされる。また、日本の製薬業界では古くからメーカーと卸間の電子商取引システムが完備され、病院や薬局など医薬品の小売レベルにおける売上が日次で利用可能となっている。詳細な売上データは個々の MR が担当する医療施設別にまとめられて CRM システムに統合され、ディテール活動の履歴と合わせて適宜参照や分析が可能となっている。

以上の背景から、本章の解析では製薬企業の MR によるディテールが売上に与える当期効果が、個々の医師における製品訴求ストックと顧客関係ストックによって変化するメカニズムをモデル化する。閾値回帰モデルの枠組みによって、製品訴求ストックと顧客関係ストックがそれぞれ閾値を超えるか否かで状態を変化させ、それに応じて反応係数が異なるという構造を提案モデルでは表現する。さらに、レジーム別市場反応係数、繰越率、閾値の各パラメータが医師ごとに異質であるという仮定を置き、階層ベイズモデルにより定式化する。モデルの推定にはマルコフ連鎖モンテカルロ法（MCMC）を用い、提案モデルを製薬企業の CRM システムに蓄積された実データに適用する。推定結果により医師別のレジームの分布やレジームごとの反応性の違いを確認し、実務的な示唆を与える。

本章の以降の構成は次のとおりである。2 節は先行研究を整理し、3 節には提案モデルと推定アルゴリズムを提示する。4 節には実証分析の結果と解釈を示す。5 節は本研究のまとめである。

4.2 先行研究

本章に関連する先行研究には大きく 2 つの領域がある。一つが、人的販売に関する市場反応モデリングに関する領域であり、もう一つが、閾値による状態変化を組み込んだ市場反応モデリングに関する領域である。

人的販売の市場反応に関する研究には製薬企業を実証の対象としたものが多い。MR のディテールに対する市場反応を、集計データを用いて分析した初期の研究が Parsons and Abeele (1981) であり、両対数型の線形回帰モデルによって営業の当期効果を推定している。また、同様に集計レベルのデータを解析した Rizzo (1999) では、過去のディ

テール投入量が指数減衰をともなってストックされるという、広告効果分析で汎用される Nerlove-Arrow 型 (Nerlove and Arrow, 1962) のプロモーションの繰越構造を取り入れ、長期的な営業効果を検証している。一方、非集計データに基づく最近の研究として、Mizik and Jacobson (2004) では回帰モデルの切片が医師によって異質であるという仮定を導入し、有限のラグ項を含めたディテールの市場反応モデルを提案している。また、Manchanda and Chintagunta (2004) や Manchanda et al. (2004) では、パラメータの異質性を医師の属性変数で評価する階層ベイズモデルを用いた方法を提案している。とくに Manchanda et al. (2004) では、Koyck 型の式変換 (Palda, 1965) によって観測モデルにディテールの繰越構造を取り込み、医師別の長期効果を評価している。井上 (2010) は日本の医薬品市場のデータを利用し、ディテールの当期効果とストック効果を医師別に評価するモデルを提案し、階層ベイズのアプローチにより実証している。なお、人的販売の市場反応モデルにおいて、本章での提案モデルのように、潜在的な閾値構造に基づく状態の変化によって間接的に当期効果に影響を与えるメカニズムを表現したモデルは、筆者の調べる限り見当たらない。

状態による構造変化を取り入れたモデリング手法は、経済・ファイナンスの分野で多く見られる。とくに閾値モデル (threshold model) は、ある変数が特定の閾値を超えているかどうかによってデータが従うモデルやパラメータが離散的に変化する形態をとる。最も古典的な閾値モデルは観測可能な変数を状態の定義に利用するもので、経済時系列分析の分野で活用される自己励起型閾値モデル (SETAR) (Tong and Lim, 1980) などをあげることができる。一方、観測できない変数によって状態が変化するというモデルに、Hamilton (1989) で提案されたマルコフスイッチングモデルがある。状態は「レジーム」と呼ぶため、レジームスイッチングモデルとも言われる。マルコフスイッチングモデルでは、閾値構造ではなく離散的な遷移確率行列によって状態が変化する。同手法をマーケティング分野で活用した研究として、Sato et al. (2004) は、観測されないインスタ・プロモーションの実施有無をレジームとしてモデル化し、小売の POS データを用いた実証結果を示している。本研究で採用したアプローチは上記とは異なり、非観測変数が閾値パラメータを超えるか否かで状態が変化するという構造を持ち、潜在変数閾値モデルと呼べるものである。同アプローチの初期の代表的な研究としては、Ferreira (1975), Geweke and Terui (1993), Chen and Lee (1995) があげられる。マーケティング分野での応用研究として、Terui and Dahana (2006) では、潜在的な参照価格と実際の小売価格の差が 2 段階の閾値パラメータ

を伴って3つのレジームを決定するという構造をモデル化している。また、Terui and Ban (2008) では、過去の広告量の繰り越しによって形成される潜在的な広告ストックと閾値パラメータによる、広告の有効レジームと無効レジームの存在が議論されている。同じく広告効果に関する Terui et al. (2011) では、広告ストックに加えて、商品陳列ストック、ブランド・ロイヤルティ変数にも閾値モデルが導入され、レジームによってブランドの考慮集合が変化する構造が検討されている。また、ここにあげた3つのマーケティング研究ではいずれも消費者の異質性を仮定した階層ベイズモデルが採用されているが、同手法のマーケティング上の有用性については、Rossi and Allenby (2003), Rossi et al. (2005), 照井 (2008) などにまとめられている。なお、本章の解析で採用した潜在変数による閾値回帰モデルでは、尤度関数が不連続性を持つため、前述の観測変数による閾値モデルやマルコフスイッチングモデルでは有効な、最尤法や EM アルゴリズムによる推定はできない。同じく未知のレジームをデータから推定するマルコフスイッチングモデルが有限混合モデルであるのに対し、連続混合モデルに属する潜在変数閾値モデルでは、適切な統計的結論を得るためにベイズモデリングが必須となることを指摘しておく。

4.3 モデリングと推定

本節では、提案モデルの階層ベイズモデルによる定式化と推定方法について述べる。はじめに、2つのディテール・ストック変数と閾値によるレジームの定義について説明したのち、レジームに応じて反応係数が異なる個体（医師）内の閾値回帰モデルを示す。続いて、医師ごとに異質なパラメータの背後に存在する、共通性の構造を階層モデルとして定式化し、モデルに含まれる全パラメータの同時事後分布を導出する。最後に、提案モデルの推定アルゴリズムを概説する。

4.3.1 ディテール・ストック変数と閾値によるレジーム定義

本章の提案モデルの特徴となる、2種類のディテール・ストック変数の構成方法と、閾値によるレジーム定義について詳細を示す。今、医師 i ($= 1, \dots, m$) に対する時点 t ($= 1, \dots, n_i$) の、ある製品に関する製品訴求の量を $x_{i,t}^P$ とする。一方、特定の製品に限定されないが、顧客関係の構築に寄与する総活動量を $x_{i,t}^C$ とする。このとき、種類の異なるディテール・ストックである製品訴求ストック $z_{i,t}^P$ と、顧客関係ストック $z_{i,t}^C$ を下記の式

(4.1), 式 (4.2) でそれぞれ構成する.

$$z_{i,t}^P = \sum_{h=1}^{\infty} (\lambda_i^P)^h x_{i,t-h}^P, \quad 0 < \lambda_i^P < 1 \quad (4.1)$$

$$z_{i,t}^C = \sum_{h=1}^{\infty} (\lambda_i^C)^h x_{i,t-h}^C, \quad 0 < \lambda_i^C < 1 \quad (4.2)$$

ここで採用しているのは投入量の指数減衰型の繰り越しを仮定する蓄積関数であり, 広告効果の研究において広告ストックを定義する際に広く用いられている幾何分布ラグモデルの構造である (Bass and Clarke, 1972; Clarke, 1976). 残存率 λ_i^P , λ_i^C は医師ごとに異なるパラメータであり, $(0, 1)$ の区間制約を持つ. なお, 式 (4.1), 式 (4.2) は, 適当な初期値 $z_{i,0}^P$, $z_{i,0}^C$ を与えることで, 式 (4.3), 式 (4.4) の漸化式で表現できる.

$$z_{i,t}^P = \lambda_i^P z_{i,t-1}^P + \lambda_i^P x_{i,t-1}^P \quad (4.3)$$

$$z_{i,t}^C = \lambda_i^C z_{i,t-1}^C + \lambda_i^C x_{i,t-1}^C \quad (4.4)$$

提案の枠組みでは, 上記で定義した 2 つのディテール・ストック変数が, 医師別に存在する閾値パラメータ γ_i^P と γ_i^C をそれぞれ上回るか否かにより, 顧客 i の時点 t における市場反応性レジーム $s_{i,t}$ が決定される. すなわち, 式 (4.5) によって医師・時点ごとのレジームの振り分けを行う. 図 4.1 は式 (4.5) の構造を模式的に示したものである. $x_{i,t}^P$ と $x_{i,t}^C$ はいずれも通常は非負であり, 式 (4.1), 式 (4.2) において $z_{i,t}^P$, $z_{i,t}^C$ は必ず非負の値となるため, γ_i^P と γ_i^C も自ずと 0 以上の範囲に限定される. なお, 医師ごとの各レジームに該当する時点の集合を, $R_i^{(j)} = \{t \in \{1, \dots, n_i\} | s_{i,t} = j\}$, $j = 1, \dots, 4$ と定義しておく.

$$s_{i,t} = \begin{cases} 1 & z_{i,t}^P \geq \gamma_i^P \text{ かつ } z_{i,t}^C \geq \gamma_i^C \text{ のとき} \\ 2 & z_{i,t}^P < \gamma_i^P \text{ かつ } z_{i,t}^C \geq \gamma_i^C \text{ のとき} \\ 3 & z_{i,t}^P < \gamma_i^P \text{ かつ } z_{i,t}^C < \gamma_i^C \text{ のとき} \\ 4 & z_{i,t}^P \geq \gamma_i^P \text{ かつ } z_{i,t}^C < \gamma_i^C \text{ のとき} \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\gamma_i^P \geq 0, \quad \gamma_i^C \geq 0$$

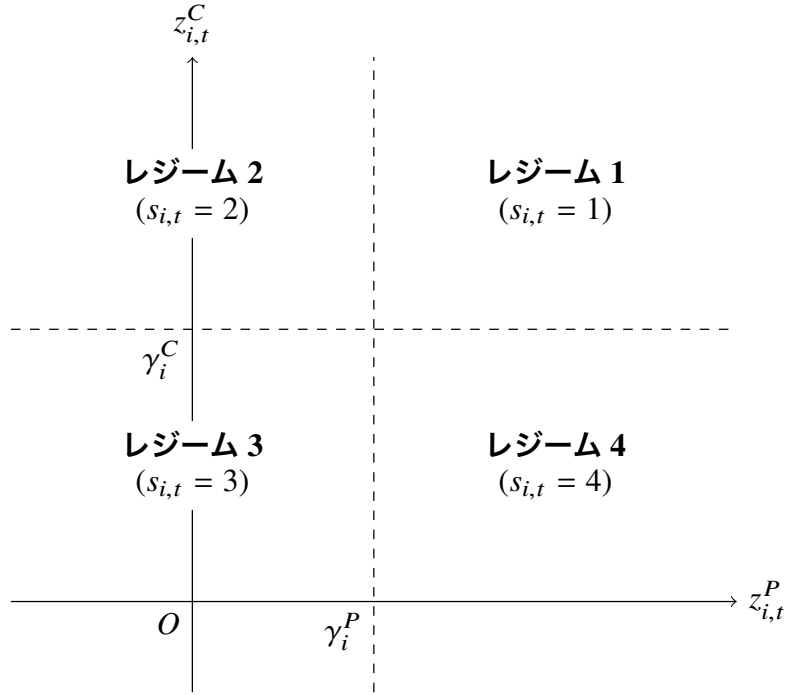


図 4.1 2つのディテール・ストックと閾値による4つのレジーム

4.3.2 個体内モデル

前項に示したレジーム構造に基づく個体内の観測モデル，式 (4.6)，式 (4.7) が，本章で提案する市場反応モデルである． $y_{i,t}$ ， $\mathbf{u}_{i,t}$ は，医師 i の時点 t における売上と説明変数ベクトルをそれぞれ示す． $\mathbf{u}_{i,t}$ は製品訴求量 $x_{i,t}^P$ などを含む k 次元のベクトルであり，具体的には後述の表 4.1 に示す．さらに， $\boldsymbol{\beta}_i$ ， σ_i^2 は，医師別の反応係数ベクトルと誤差分散であり， \mathcal{N} は正規分布を示す．これらの医師別パラメータは，式 (4.7) に示すようにレジームごとに4セットの異なる値を持ち，医師・時点ごとのディテール・ストックと医師別の閾値によってその中の1セットが適用される．すなわち，提案モデルでは，前期までに蓄積された2種類のディテール・ストックと閾値が4パターンの市場反応性のいずれかを決定し，プロモーション投入量の当期効果などに間接的に影響するというメカニズムを表現している．

$$y_{i,t} = \mathbf{u}_{i,t} \boldsymbol{\beta}_i' + \epsilon_{i,t}, \quad \epsilon_{i,t} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2) \quad (4.6)$$

$$\mathbf{u}_{i,t} = (1, x_{i,t}^P, \dots)'$$

$$\{\boldsymbol{\beta}_i, \sigma_i^2\} = \begin{cases} \{\boldsymbol{\beta}_i^{(1)}, \sigma_i^{2(1)}\} & s_{i,t} = 1 \text{ のとき} \\ \{\boldsymbol{\beta}_i^{(2)}, \sigma_i^{2(2)}\} & s_{i,t} = 2 \text{ のとき} \\ \{\boldsymbol{\beta}_i^{(3)}, \sigma_i^{2(3)}\} & s_{i,t} = 3 \text{ のとき} \\ \{\boldsymbol{\beta}_i^{(4)}, \sigma_i^{2(4)}\} & s_{i,t} = 4 \text{ のとき} \end{cases} \quad (4.7)$$

ここで、 $\mathbf{y}_i \equiv \{y_{i,1}, \dots, y_{i,n_i}\}$, $\mathbf{u}_i \equiv \{\mathbf{u}_{i,1}, \dots, \mathbf{u}_{i,n_i}\}$, $\mathbf{x}_i^C \equiv \{x_{i,1}^C, \dots, x_{i,n_i}^C\}$ とし、個体内の時点間の独立性を仮定すると、式 (4.8) が個体内観測モデルの尤度となる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_i | \boldsymbol{\beta}_i^{(1)} \dots \boldsymbol{\beta}_i^{(4)}, \sigma_i^{2(1)} \dots \sigma_i^{2(4)}, \gamma_i^P, \gamma_i^C, \lambda_i^P, \lambda_i^C, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C) \\ = \prod_{j=1}^4 \prod_{t \in R_i^{(j)}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(j)}}} \exp \left(-\frac{(y_{i,t} - \mathbf{u}_{i,t} \boldsymbol{\beta}_i^{(j)})^2}{2\sigma_i^{2(j)}} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.8)$$

4.3.3 階層モデルと事前分布

階層モデルは、医師ごとの異質なパラメータの背後に存在する共通性の構造を定義するものであり、本解析では式 (4.9)～式 (4.11) で定式化する。まず、顧客別の 4 レジームの反応係数セットは $4k$ 次元のベクトル $\boldsymbol{\beta}_i^\dagger$ としてまとめ、その生起メカニズムは医師の属性データから成る ℓ 次元の説明変数ベクトル \mathbf{w}_i によって多変量回帰モデルにより定式化する。また、医師によって異なる 2 つの閾値パラメータと 2 つの繰越率パラメータについては、制約条件を満たすためにそれぞれ対数変換、ロジット変換した後、 $\boldsymbol{\gamma}_i^*$, $\boldsymbol{\lambda}_i^*$ とベクトル化し、上記と同様に説明変数 \mathbf{w}_i によって多変量回帰モデルにより定式化する。 $\boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger}$, $\boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*}$, $\boldsymbol{\Theta}_{\lambda^*}$ は、それぞれ $\ell \times 4k$, $\ell \times 2$, $\ell \times 2$ の回帰係数行列であり、 $\boldsymbol{\Omega}_{\beta^\dagger}$, $\boldsymbol{\Omega}_{\gamma^*}$, $\boldsymbol{\Omega}_{\lambda^*}$ は誤差の分散共分散行列を示す。これらの階層モデルのパラメータが医師間の構造的な共通性を表す一方で、説明変数と確率分布を内包する回帰モデルによって医師の異質性が生じるメカニズムを記述する。以上のモデルは、 $\boldsymbol{\beta}_i^{(1)}, \dots, \boldsymbol{\beta}_i^{(4)}$, $(\log(\gamma_i^P), \log(\gamma_i^C))$, $\left(\log\left(\frac{\lambda_i^P}{1-\lambda_i^P}\right), \log\left(\frac{\lambda_i^C}{1-\lambda_i^C}\right)\right)$ に対する事前分布の役割を果たす。

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_i^{(1)} \\ \boldsymbol{\beta}_i^{(2)} \\ \boldsymbol{\beta}_i^{(3)} \\ \boldsymbol{\beta}_i^{(4)} \end{pmatrix} = \boldsymbol{\beta}_i^\dagger = \boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger}' \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i^{\beta^\dagger}, \quad \mathbf{v}_i^{\beta^\dagger} \sim \mathcal{MVN}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega}_{\beta^\dagger}) \quad (4.9)$$

$$\left(\log(\gamma_i^P), \log(\gamma_i^C)\right)' = \boldsymbol{\gamma}_i^* = \boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*}' \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i^{\gamma^*}, \quad \mathbf{v}_i^{\gamma^*} \sim \mathcal{MVN}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega}_{\gamma^*}) \quad (4.10)$$

$$\left(\log\left(\frac{\lambda_i^P}{1-\lambda_i^P}\right), \log\left(\frac{\lambda_i^C}{1-\lambda_i^C}\right)\right)' = \boldsymbol{\lambda}_i^* = \boldsymbol{\Theta}_{\lambda^*}' \mathbf{w}_i + \mathbf{v}_i^{\lambda^*}, \quad \mathbf{v}_i^{\lambda^*} \sim \mathcal{MVN}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega}_{\lambda^*}) \quad (4.11)$$

その他のパラメータの事前分布は、式 (4.12)～式 (4.18) で設定する。いずれも共役事前分布となり、 $I\mathcal{G}$, $M\mathcal{VN}$, $I\mathcal{W}$ は、逆ガンマ分布、多変量正規分布、逆ウィシャー分布をそれぞれ示す。また、 vec は $m \times n$ 行列の要素を mn 次元の列ベクトルに配置する作用素であり、 \otimes はクロネッカー積を示す。式 (4.12)～式 (4.18) に含まれる $\{a_0, b_0, \mathbf{F}_{\beta^\dagger}, \mathbf{Q}_{\beta^\dagger}, \mathbf{F}_{\gamma^*}, \mathbf{Q}_{\gamma^*}, \mathbf{F}_{\lambda^*}, \mathbf{Q}_{\lambda^*}, g_{\beta^\dagger}, \mathbf{H}_{\beta^\dagger}, g_{\gamma^*}, \mathbf{H}_{\gamma^*}, g_{\lambda^*}, \mathbf{H}_{\lambda^*}\}$ はハイパーパラメータであり、推定の際には事前に設定する。

$$\{\sigma_i^{2(1)}, \sigma_i^{2(2)}, \sigma_i^{2(3)}, \sigma_i^{2(4)}\} = \sigma_i^{2^\dagger} \sim I\mathcal{G}\left(\frac{a_0}{2}, \frac{b_0}{2}\right) \quad (4.12)$$

$$\text{vec}(\mathbf{\Theta}_{\beta^\dagger}) | \mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger} \sim M\mathcal{VN}(\text{vec}(\mathbf{F}_{\beta^\dagger}), \mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger} \otimes \mathbf{Q}_{\beta^\dagger}^{-1}) \quad (4.13)$$

$$\text{vec}(\mathbf{\Theta}_{\gamma^*}) | \mathbf{\Omega}_{\gamma^*} \sim M\mathcal{VN}(\text{vec}(\mathbf{F}_{\gamma^*}), \mathbf{\Omega}_{\gamma^*} \otimes \mathbf{Q}_{\gamma^*}^{-1}) \quad (4.14)$$

$$\text{vec}(\mathbf{\Theta}_{\lambda^*}) | \mathbf{\Omega}_{\lambda^*} \sim M\mathcal{VN}(\text{vec}(\mathbf{F}_{\lambda^*}), \mathbf{\Omega}_{\lambda^*} \otimes \mathbf{Q}_{\lambda^*}^{-1}) \quad (4.15)$$

$$\mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger} \sim I\mathcal{W}(g_{\beta^\dagger}, \mathbf{H}_{\beta^\dagger}) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{\Omega}_{\gamma^*} \sim I\mathcal{W}(g_{\gamma^*}, \mathbf{H}_{\gamma^*}) \quad (4.17)$$

$$\mathbf{\Omega}_{\lambda^*} \sim I\mathcal{W}(g_{\lambda^*}, \mathbf{H}_{\lambda^*}) \quad (4.18)$$

式 (4.19) には全パラメータの同時事後分布を示した。その導出にはベイズの定理を用いている。式 (4.19b) 部分が階層モデルの事前分布、式 (4.19c) 部分が階層モデル、式 (4.19d) 部分が前項で導出した個体内尤度（式 (4.8)）にそれぞれ対応する。なお、事後分布は前述のハイパーパラメータによっても条件付けられるが、こちらの表記からは省略している。

$$p(\{\beta_i^\dagger\}, \{\sigma_i^{2^\dagger}\}, \{\gamma_i^*\}, \{\lambda_i^*\}, \mathbf{\Theta}_{\beta^\dagger}, \mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger}, \mathbf{\Theta}_{\gamma^*}, \mathbf{\Omega}_{\gamma^*}, \mathbf{\Theta}_{\lambda^*}, \mathbf{\Omega}_{\lambda^*} | \{y_i\}, \{u_i\}, \{x_i^C\}, \{w_i\}) \quad (4.19a)$$

$$\propto p(\mathbf{\Theta}_{\beta^\dagger} | \mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger}) p(\mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger}) p(\mathbf{\Theta}_{\gamma^*} | \mathbf{\Omega}_{\gamma^*}) p(\mathbf{\Omega}_{\gamma^*}) p(\mathbf{\Theta}_{\lambda^*} | \mathbf{\Omega}_{\lambda^*}) p(\mathbf{\Omega}_{\lambda^*}) \times \quad (4.19b)$$

$$\prod_{i=1}^m \left(p(\beta_i^\dagger | \mathbf{\Theta}_{\beta^\dagger}, \mathbf{\Omega}_{\beta^\dagger}, w_i) p(\gamma_i^* | \mathbf{\Theta}_{\gamma^*}, \mathbf{\Omega}_{\gamma^*}, w_i) p(\lambda_i^* | \mathbf{\Theta}_{\lambda^*}, \mathbf{\Omega}_{\lambda^*}, w_i) p(\sigma_i^{2^\dagger}) \times \quad (4.19c)$$

$$p(y_i | \beta_i^\dagger, \sigma_i^{2^\dagger}, \gamma_i^*, \lambda_i^*, u_i, x_i^C) \right) \quad (4.19d)$$

4.3.4 推定アルゴリズム

提案モデルの MCMC による推定アルゴリズムを以下に示す。各パラメータに関して、他のすべてのパラメータで条件付けした完全条件付き事後分布から順にサンプリングを繰

提案モデル推定のための MCMC アルゴリズム

1. 以下を $i = 1, \dots, m$ について行い，医師別パラメータを発生させる.
 - 1-1. β_i^\dagger を M-H 法にて発生させる.
 - 1-2. γ_i^* を M-H 法にて発生させる.
 - 1-3. λ_i^* を M-H 法にて発生させる.
 - 1-4. $\{\sigma_i^{2(1)}, \sigma_i^{2(2)}, \sigma_i^{2(3)}, \sigma_i^{2(4)}\}$ をそれぞれ逆ガンマ分布から発生させる.
2. $\text{vec}(\Theta_{\beta^\dagger})$ を多変量正規分布から発生させる.
3. Ω_{β^\dagger} を逆ウィシャート分布から発生させる.
4. $\text{vec}(\Theta_{\gamma^*})$ を多変量正規分布から発生させる.
5. Ω_{γ^*} を逆ウィシャート分布から発生させる.
6. $\text{vec}(\Theta_{\lambda^*})$ を多変量正規分布から発生させる.
7. Ω_{λ^*} を逆ウィシャート分布から発生させる.

図 4.2 MCMC の手順

り返すのが，全体の過程となる．第 1 ステップでは医師別パラメータの発生を m 人について繰り返し，第 2 ステップから第 7 ステップでは階層モデルのパラメータを順次発生させる．医師別パラメータのうち， β_i^\dagger ， γ_i^* ， λ_i^* については完全条件付き事後分布が共役でなく，既知の確率分布から発生できないため，サンプリングには Metropolis-Hastings 法（以降，M-H 法）を利用する．これは，Metropolis within Gibbs (Besag et al., 1995) あるいは hybrid strategy (Robert and Casella, 2004) と呼ばれるアプローチである．図 4.2 には，具体的な MCMC の手順を示した．図中の第 1 ステップから第 7 ステップを十分な回数繰り返すことで，モデルの推定は実現できる．計算方法の詳細は付録 B.1 に記す．

4.4 実証分析

本節に、モデルの推定結果を示す。以下、利用したデータの詳細および具体的な推定手法を説明した上で、提案モデルによる推定結果とそこから得られる示唆を示す。

4.4.1 データ

今回取得したデータは、日本国内で事業を展開する製薬企業から匿名性を条件に借り受けたものであるが、ほぼ同様の形式のデータが大半の製薬企業の CRM システムに蓄積されている。分析対象としたのは、ある生活習慣病の治療に利用される医療用医薬品であり、国内の市場規模は患者数にして数百万人と大きく、その中でも市場シェアがトップクラスの大型製品である。本研究では、同製品の日本市場における 2011 年から 2016 年の 72 ヶ月間の月次売上データと MR の営業活動記録を用いる。

売上データは小売レベルの売上数量であり、病院、診療所、薬局など、個々の医療施設が医薬品卸から購入した量に対応する。また、MR の営業活動記録には、製品を特定した製品訴求の回数を示す「ディテール回数」と、製品を限定せずに医師を訪問した日数をカウントした「訪問日数」がデータとして含まれる。すなわち、MR が対象製品の宣伝を行った機会だけでなく、その他の自社製品の宣伝や、製品訴求以外の目的で医師のもとを訪れた場合も捕捉できている。今回のデータでは、ディテール回数が、製品訴求ストックを形成する量であり、4.3.1 項に示した $x_{i,t}^P$ に当たる。また、訪問日数が、顧客関係ストックを形成する MR の総活動量を表すものとして $x_{i,t}^C$ に相当する。図 4.3 には、医師ごとに月次平均をとったディテール回数と訪問日数の散布図を示す。基本的に訪問日数はディテール回数以上の値となるが、まれに同一医師に対して同じ日に複数回宣伝をおこなった場合には逆転することがある。

本分析では、上記のデータから MR のディテールに対する医師の市場反応をできる限り純粹に抽出するため、診療所において単独で診療を行う開業医に分析対象を限定した。また、処方と同時に薬剤の販売も行う院内処方の施設、あるいは院外処方であっても処方箋を受け取る薬局がほぼ単一である施設の医師を対象を絞った。これにより、小売レベルの売上数量を、医師の意思決定（処方箋の発行）を直接的に反映した量と見なすことができる。日本市場の医薬品流通は、医師の発注後、遅くとも翌営業日には卸から商品が届け

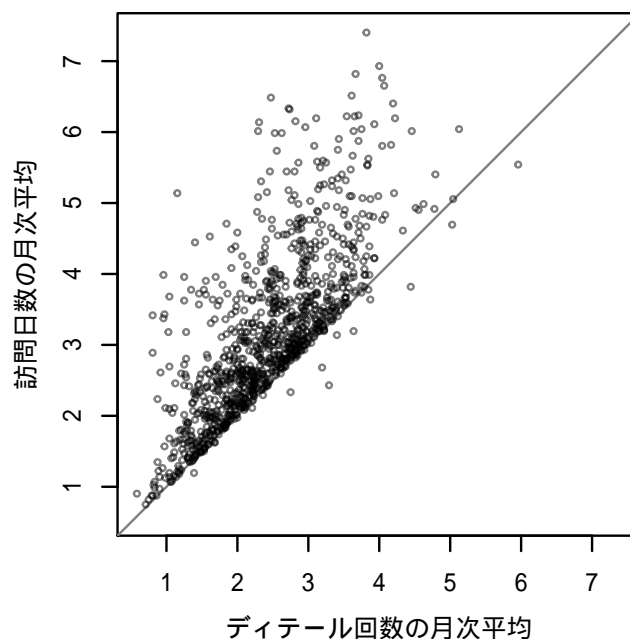


図 4.3 医師別のディテール回数および訪問日数の月次平均

られるという特有の商習慣によって、小売の在庫レベルがかなり低く保たれている。とくに上記の条件に当てはまる施設においては、医師の処方量と売上数量の時間的ラグは少ない。

医師 ID 付きの処方箋データは米国以外の地域ではほとんど入手不可能であり、日本においてもその利用可能性は将来を含めて極めて低い。また、本実証の対象製品である生活習慣病薬は、大規模な病院よりも患者が普段通院している診療所が主な市場となっている。さらに、今回の対象製品はデータ期間中に特許が存続しており、後発（ジェネリック）医薬品は市場に参入していない。本段に示した事項は分析結果を解釈する際に重要な事項となるため、ここに記しておく。

4.4.2 推定

実証分析では、前項で説明した対象データから、全期間の 75%（54 ヶ月）以上で売上がある 1000 医師をランダムに抽出し、モデリングした。使用した変数と推定における各種設定の詳細は以下のとおりである、

使用した変数

モデルの目的変数となる売上には、固定薬価で重み付けした売上数量の対数を用いた。データの最小粒度となる対象製品の最小販売単位は、薬剤の成分量や錠数、包装形態が異なる数種の製品パッケージであるため、それらの売上本数を単純に足し上げることはできない。よって、製品ブランド全体の売上数量を定量化する際に製薬企業の実務で一般的に用いられているのが、直近の薬価によって重み付けをした売上数量である。こうして基準化した売上数量は、製品消費の実態に即した比重で適切に評価できることに加え、2年に一度の薬価改定にも影響されない量となる。なお、月次の医師別売上数量は0を含むため、すべての値に1を足してから対数化した。目的変数のみ対数をとる片対数型の市場反応モデルは、本研究と同じく小売レベルの売上データを対象とした Blattberg and George (1991) などの先行研究で採用されている。

また、観測モデルの説明変数には前述のディテール回数に加え、価格変数として仕入価格の掛け率、および期初月、期末月のダミー変数を含めた。期初月、期末月ダミーは、営業目標達成のためにこれらの月に発生するイレギュラーな売上の増減を吸収するためのものである。一方、階層モデルにおける医師の属性変数には、専門医／非専門医、院内処方／院外処方、性別、年代をそれぞれダミー変数化したものを投入した。これらの属性変数は、ディテールによる医師レベルの市場反応に関する先行研究 (Manchanda et al., 2004; Manchanda and Chintagunta, 2004; 井上, 2010) でも同様に採用されている。表 4.1 には、モデルに投入した変数の一覧を基本統計量とともに示した。また、表 4.2 には医師別変数の相対度数分布を示す。

推定の方法

モデルのハイパーパラメータには、正則かつ散漫な事前分布を仮定し、Rossi et al. (2005) を参考とし、以下の式 (4.20)～式 (4.24) のように設定した。なお、式 (4.20) 中の var は分

表 4.1 変数表

記号	変数名	変数の詳細	平均	標準偏差
$y_{i,t}$	売上	(固定業価重み付け売上数量 + 1) の対数	10.986	2.211
$u_{i,t}$	定数項 (観測)	観測モデルの定数項	1.000	0.000
$(x_{i,t}^P)$	ディテール回数	MR による対象製品のプロモーション回数	2.413	1.504
	価格	仕入価格の掛け率の対数	-0.156	0.120
	期初月	期初月以外の月 = 0, 期初月 = 1	0.083	0.276
	期末月	期末月以外の月 = 0, 期末月 = 1	0.083	0.276
$x_{i,t}^C$	訪問日数	MR の訪問日数	3.134	1.799
w_i	定数項 (階層)	階層モデルの定数項	1.000	0.000
	専門医	非専門医 = 0, 専門医 = 1	0.005	0.071
	院外処方	院内処方 = 0, 院外処方 = 1	0.675	0.469
	女性	男性 = 0, 女性 = 1	0.028	0.165
	50 代	年齢: 50 代以外 = 0, 50 代 = 1	0.410	0.492
	60 代	年齢: 60 代以外 = 0, 60 代 = 1	0.376	0.485
	70 代以上	年齢: 60 代以下 = 0, 70 代以上 = 1	0.105	0.307

表 4.2 医師別変数の相対度数分布

専門医	非専門医		
0.5%	99.5%		
院外処方	院内処方		
67.5%	32.5%		
女性	男性		
2.8%	97.2%		
40 代以下	50 代	60 代	70 代以上
10.9%	41.0%	37.6%	10.5%

散を意味する.

$$a_0 = 3, b_0 = 3 \times \text{var}(\{y_{i,t}\}) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{F}_{\beta^\dagger} = \mathbf{F}_{\gamma^*} = \mathbf{F}_{\lambda^*} = \mathbf{O} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{Q}_{\beta^\dagger} = \mathbf{Q}_{\gamma^*} = \mathbf{Q}_{\lambda^*} = 0.01\mathbf{I} \quad (4.22)$$

$$g_{\beta^\dagger} = 4k + 3, g_{\gamma^*} = g_{\lambda^*} = 5 \quad (4.23)$$

$$\mathbf{H}_{\beta^\dagger} = (4k + 3) \times 0.1\mathbf{I}, \mathbf{H}_{\gamma^*} = \mathbf{H}_{\lambda^*} = 5 \times 0.1\mathbf{I} \quad (4.24)$$

表 4.3 DIC によるモデル比較

モデル名	平均対数尤度	DIC
1 レジームモデル	-113587	229302
2 レジームモデル	-84726	147377
4 レジームモデル (提案モデル)	-78500	123698

今回の解析においては、モデリングに使用したデータ期間からさかのぼって 1 年前のデータまで参照可能であったため、ストック変数の構成に必要な初期値 $x_{i,0}^P$, $x_{i,0}^C$ にはデータ期間の直前月の値を、また、 $z_{i,0}^P$, $z_{i,0}^C$ には事前 12 ヶ月の平均値を与えた。

推定アルゴリズムに含まれる M-H 法で、サンプル候補発生 of ステップ幅を決めるパラメータ ($\psi_{\beta^*}, \psi_{\gamma^*}, \psi_{\lambda^*}$) については、目標分布が d 次元のとき、その分散の $(2.38\sqrt{d})^2$ 倍に近くなるよう調整をおこなった (Gelman et al., 1996)。MCMC の試行回数については、発生サンプルの時系列プロットなどで収束判定をした上で、計 60,000 イタレーションとし、最初の 30,000 回をバーンイン・サンプルとして棄て、後半の 30,000 サンプルを推定に用いた。

4.4.3 推定結果

モデル比較

提案モデルの評価のため、次にあげる 2 つのモデルと DIC (Deviance Information Criterion) (Spiegelhalter et al., 2002) による比較をおこなった。一つが、ディテール・ストックや閾値構造を仮定せずに当期効果のみを表現した通常の階層ベイズ回帰モデル (1 レジームモデル) であり、もう一つが、顧客関係ストックは考慮せずに製品訴求ストックの閾値構造のみを仮定したモデル (2 レジームモデル) である。上記 2 つの比較モデルに関しても、提案モデルと同様の手法で推定を行った。表 4.3 には、各モデルの平均対数尤度および DIC を示した。DIC によれば、提案モデルが最良のモデルと判断できるため、以降の議論は提案モデルの推定結果をもとに進める。

表 4.4 レジームの分布

	レジーム 1	レジーム 2	レジーム 3	レジーム 4
医師 × 時点	72.3%	19.2%	7.1%	1.3%
医師別最頻レジーム (N = 1000)	789	175	31	5
	78.9%	17.5%	3.1%	0.5%

レジームの検証

医師別の繰越率パラメータと閾値パラメータの推定結果を用いて、2つのディテール・ストックに基づく時点ごとのレジームが推定される。表 4.4 には、医師 × 時点における各レジームの比率と、医師別に最も頻度の高いレジームの分布を示す。具体的には、MCMC の各サンプルごとに医師別時点別のレジームを求めたのち、全サンプルについて集計した結果である。図 4.4 は、医師ごとにデータ期間中にそれぞれのレジームが占めた割合を算出し、箱ひげ図で図示したものである。

本分析で最も多かったのが、レジーム 1（両ストックとも高い）、次いで、レジーム 2（製品訴求ストックは低い、顧客関係ストックは高い）、レジーム 3（両ストックとも低い）、レジーム 4（製品訴求ストックは高い、顧客関係ストックは低い）と続く。本データの提供元である製薬企業では、今回の対象製品の発売以前から他の生活習慣病関連製品をラインナップしており、顧客関係ストックが閾値を超えるレジームに入りやすいことは理解しやすい。また、図 4.3 で確認したように、今回の実証データにおいて $x_{i,t}^P$ （ディテール回数）は、基本的に $x_{i,t}^C$ （訪問日数）に内包される関係にあるため、製品訴求ストックは高いが顧客関係ストックは低いというレジーム 4 の状態が生じづらいことは自然な結果と言える。データ期間における医師ごとのレジーム分布と、医師属性や市場反応特性との関係については、のちの考察で再度詳しく検討する。

医師別パラメータの検証

異質性を表現するパラメータの推定結果の要約として、表 4.5 には医師別パラメータの事後平均について医師全体の平均値と 95% 区間を示す。ここで、レジーム別のパラメータ β_i 、 σ_i^2 に関しては、モデルとアルゴリズム上はいずれの医師においても 4 レジームす

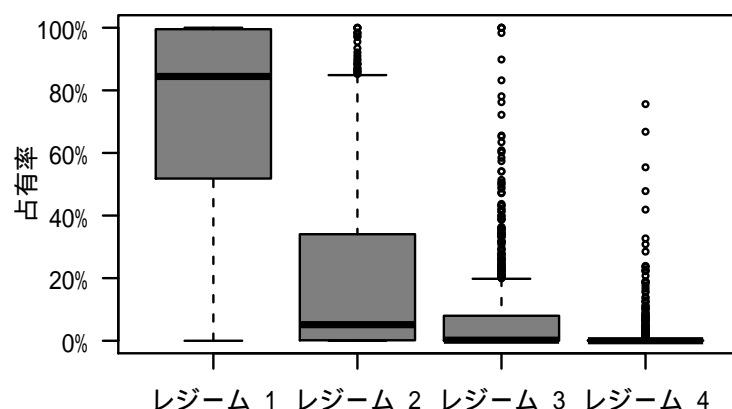


図 4.4 医師別のデータ期間における各レジーム占有率の分布

べてに対応するパラメータが推定されているが、そのなかには、医師によってはデータ期間中にまったくあるいはほとんど該当しないと推定されたレジームも含まれる。それらを要約統計量の計算に加えてしまうと、データからの情報量が極めて少ない推定値が含まれることになり、レジーム別パラメータに関する解釈が困難となる。したがって、レジーム別パラメータの平均値や 95% 区間の算出にあたっては、各医師が該当レジームに属すると推定された時点数で重み付けをおこなった。極端な例として、特定のレジームには全時点で属しないと推定された医師の、同レジームに対応するパラメータは n/a となり、医師全体の平均値や 95% 区間の算出には加味されない。

医師別反応係数 β_i の平均的な傾向として、顧客関係ストックが閾値を超えたレジーム 1 やレジーム 2 では定数項の係数（切片）が高く、ディテール回数の係数が低い。すなわち、顧客関係ストックが高い場合には、売上のベースラインは高まるが、ディテールに対する即時の反応性は低いことがわかる。一方で、顧客関係ストックが閾値を下回るレジーム 3 やレジーム 4 においては、ディテール回数の係数は比較的高く、とくに製品訴求ストックが閾値より大きなレジーム 4 での反応性が高い。図 4.5 には、ディテール回数に対する医師別の市場反応性をレジーム別に回帰直線としてまとめたものを示す。なお、前述の要約統計量の表記における議論と同様に、データからの情報量が少ない推定結果を除くため、各医師について期間中 10% 以上の時点で該当したレジームの推定値のみを用いた。顧客関係ストックが少ないレジーム 3 やレジーム 4 においては、製品訴求ストックがより高いレジーム 4 の方が回帰直線の傾きが大きく、製品訴求ストックの蓄積によってディ

テールの当期効果が高まることが示唆される。一方、顧客関係ストックが一定以上となったレジーム 1 やレジーム 2 においては、いずれも売上のベースラインは高いものの、ディテールの反応性は製品訴求ストックの大小に関わらず低いことが図から読み取れる。また、付録 B.2 に、レジーム別のディテール反応係数の関係性を示した図 B.1 を提示しているが、顕著な相関関係は見られないことを指摘しておく。

他の反応係数の平均的な推定結果を見ると、価格はレジーム 1 以外負となり、期初月、期末月はレジーム 4 を除いて、それぞれ負、正の値となった。価格が高い月には需要が下がり、また、期末月には営業目標達成のため売上がイレギュラーに増加し、その反動として期初月に売上が減少するという実態があることを踏まえると、妥当な結果と言える。レジーム 1 で価格係数の平均が正となったことは、売上規模が最も高いレジーム 1 では価格を維持する戦略が医薬品卸で実行されていることが考えられる。この傾向は井上 (2010) においても指摘されている点である。全体で最も占有率の高いレジーム 1 における、 β_i の各係数間の関係性を付録 B.2 の図 B.2 に提示しているが、定数項と期末月に若干負の相関が確認される以外に特筆すべき関係性は見られなかった。

医師別の閾値パラメータと繰越率パラメータの推定結果を見ると、製品訴求ストックの閾値が顧客関係ストックの閾値よりも高い値となる一方で、繰越率については逆に製品訴求ストックの方が低い値であることがわかる。前掲の図 4.3 で示したとおり、訪問日数はディテール回数よりも平均的に大きな値であることも含めて考えると、顧客関係ストックの方が製品訴求ストックに比べて蓄積しやすく、閾値を超えやすい傾向があると言える。これは先にレジーム分布で見たように、レジーム 1 かレジーム 2 に属す割合が、レジーム 1 か 4 に属す割合よりも大きいという結果と一致する。

階層パラメータの検証

表 4.6 には、階層モデルのパラメータの事後平均をまとめた。事後分布の 95% 最高事後密度 (Highest Posterior Density; HPD) 区間が 0 を含まないものは統計的に有意と考えられ、太字で記してある。ディテール回数に関して有意な推定値を見ていくと、レジーム 3 において専門医の係数が他のレジームに比べて高い。製品に対する関心度や理解度がもともと高い専門医に対しては、製品訴求ストックと顧客関係ストックがともに低い状態であっても、MR の製品宣伝による即時的な効果が期待できるという解釈が与えられる。ただし、今回のデータに含まれる専門医は全体の医師のうち 0.5% と非常に少ないため、有

表 4.5 医師別パラメータの事後平均（平均値と 95% 区間）

		レジーム 1	レジーム 2	レジーム 3	レジーム 4
β_i	定数項	11.371 (10.067 – 12.738)	10.627 (8.733 – 12.318)	9.391 (2.899 – 12.033)	3.301 (-0.463 – 6.210)
	ディテール回数	0.022 (-0.076 – 0.134)	0.040 (-0.090 – 0.190)	0.102 (-0.054 – 0.340)	1.145 (-0.264 – 1.925)
	価格	0.025 (-0.262 – 0.259)	-0.177 (-0.991 – 0.664)	-0.257 (-0.855 – 0.476)	-1.002 (-3.479 – 0.849)
	期初月	-0.087 (-0.176 – -0.008)	-0.091 (-0.227 – 0.038)	-0.131 (-0.514 – 0.188)	0.194 (-0.785 – 1.215)
	期末月	0.041 (-0.100 – 0.139)	0.045 (-0.143 – 0.210)	0.099 (-0.228 – 0.400)	-0.549 (-1.944 – 2.932)
	σ_i^2	1.883 (0.261 – 21.197)	5.480 (0.316 – 26.816)	7.566 (0.265 – 27.950)	21.198 (3.024 – 38.500)
γ_i^P			19.328 (0.386 – 126.362)		
γ_i^C			9.918 (0.426 – 66.681)		
λ_i^P			0.859 (0.210 – 0.997)		
λ_i^C			0.907 (0.327 – 0.996)		

意に推定はされたものの上記がどの程度一般性を持つかについてはさらなる検証が必要である。また、レジーム 4 でのディテール回数の市場反応性は、年齢層の高い医師で低くなる。これは、昔気質のベテラン医師ほど、製品プロモーションの一時的な強度よりも MR との長期的な関係構築の度合いに処方決定が依存するという、業界での経験則に合致する結果である。

閾値パラメータと繰越率パラメータに関する推定結果からは、専門医で閾値が高く、繰越率が低い傾向が見て取れる。これは前述のディテール回数の反応係数に関する議論と同じく、専門医における製品プロモーション効果の即時性が示唆される。また、顧客関係ストックの繰越率が年齢が高くなるほど低くなることは、高齢の医師における短期的な顧客関係構築の難しさを示している。

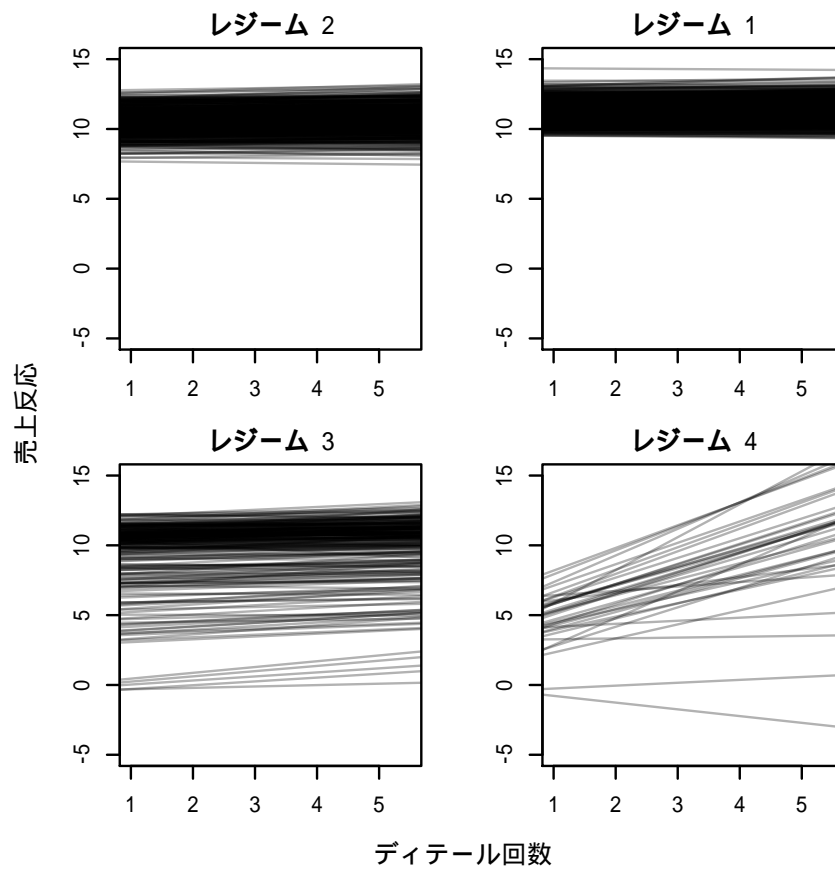


図 4.5 レジームごとの切片とディテール反応係数による医師別回帰直線

考察

本稿の提案モデルは、2つの連続的なディテール・ストック変数によって定義されたレジームが、医師×時点ごとに推定されることが大きな特徴となる。ここでは、データ期間内の各レジーム占有率によって医師をクラスタリングすることにより、医師の市場反応における特性をより詳しく考察する。

クラスタリングの手法としては k 平均法を採用し、クラスター数はクラスタ内の医師数や Gap 統計量 (Tibshirani et al., 2001) を考慮し 6 つとした。図 4.6 には、推定されたクラスターごとのレジーム占有率の分布を示す。各クラスターの解釈をすると以下のようになる。

表 4.6 階層パラメータ $\Theta_{\beta^*}, \Theta_{\gamma^*}, \Theta_{\lambda^*}$ の事後平均

β_i	レジーム	定数項	専門医	院外 処方	女性	50 代	60 代	70 代 以上
1	定数項	11.217	0.198	0.207	-0.074	-0.065	-0.076	-0.149
	ディテール回数	0.014	0.003	0.002	-0.000	0.005	-0.001	0.013
	価格	-0.096	-0.571	0.162	-0.363	0.068	-0.018	0.039
	期初月	-0.073	-0.156	0.006	0.079	-0.012	-0.038	-0.005
	期末月	0.062	-0.146	-0.038	0.001	0.012	0.006	0.004
2	定数項	10.820	-0.333	0.012	-0.619	-0.484	-0.274	-0.927
	ディテール回数	0.047	-0.691	0.010	-0.040	-0.015	-0.017	-0.005
	価格	0.297	1.437	0.166	-0.493	-0.576	-0.856	-1.234
	期初月	-0.106	-0.684	-0.014	0.046	0.057	0.001	-0.021
	期末月	-0.036	0.657	0.095	0.259	0.037	0.026	-0.039
3	定数項	8.521	-2.095	-0.311	-0.735	-1.341	-0.749	0.405
	ディテール回数	0.125	1.793	0.053	-0.078	0.050	-0.012	-0.049
	価格	0.202	-4.653	0.170	0.208	-0.774	-0.726	-0.746
	期初月	-0.359	1.368	-0.056	0.583	0.327	0.383	0.246
	期末月	0.401	2.626	-0.099	-0.085	-0.211	-0.360	-0.350
4	定数項	1.524	-1.330	-0.141	-0.889	0.122	1.099	0.919
	ディテール回数	1.527	1.349	0.009	2.325	-0.553	-0.379	-1.679
	価格	-3.558	-2.661	1.827	2.428	1.553	2.080	0.347
	期初月	0.380	2.961	0.829	-0.206	-1.048	-0.715	-0.220
	期末月	-0.501	-2.036	0.250	2.664	-0.629	-0.561	1.752
γ_i^{P*}		1.245	-19.852	-0.437	-0.938	0.558	0.293	0.316
γ_i^{C*}		0.732	-18.350	-0.282	0.125	0.144	0.199	0.241
λ_i^{P*}		2.609	12.695	0.411	-1.122	0.833	0.594	0.578
λ_i^{C*}		5.474	10.565	1.106	0.276	-1.980	-2.096	-2.203

* 太字は 95% 最高事後密度 (HPD) 区間が 0 を含まないもの。

- **クラスター A** ほぼレジーム 1 が占める医師
- **クラスター B** レジーム 1 が大半だが、レジーム 2 やレジーム 3 も少しある医師
- **クラスター C** レジーム 1 とレジーム 2 が多くを占め、レジーム 3 も少しある医師
- **クラスター D** レジーム 2 > レジーム 1 > レジーム 3 の順で多い医師
- **クラスター E** レジーム 1 > レジーム 3 > レジーム 2 の順で多い医師
- **クラスター F** レジーム 3 > レジーム 2 > レジーム 1 の順で多い医師

表 4.7 には、上記のように分類された各クラスターのサイズ（医師数）と平均の各レジーム占有率に加え、医師別パラメータの事後平均およびデータの平均値をクラスターごとに計算した結果を示す。なお、ここでのレジーム別パラメータ $\beta_i^{\text{ディテール回数}}$ の平均値算出においても表 4.5 のまとめと同様に、各医師において該当レジームに属すと推定された時点数で重み付けをしている。

合計して 6 割以上の医師が属するクラスター A とクラスター B は、ディテール回数の市場反応において似通った傾向を示すが、大きく異なるのがディテール・ストックの閾値であり、クラスター B の方がはるかに高い。また、繰越率についてはクラスター B が若干低い。すなわち、クラスター B はクラスター A に比べてディテール・ストックが十分なレベルにまで到達しにくい医師である。医師属性を確認すると、クラスター B はクラスター A と比べてやや院外処方少なく、年齢層が高めである。現状のディテール回数や訪問日数の平均を見ると、クラスター B にはクラスター A よりもやや少なめのリソースが投入されているが、クラスター B のレジーム 1 におけるプロモーション効果はクラスター A と遜色なく、どのクラスターよりも高い値となっている。よって、医師ごとの将来的なレジーム 1 への到達可能性について、推定されたパラメータといくつかのビジネス・シナリオからシミュレーションを行い、クラスター B への営業資源投下量を最適化することが、提案モデルの応用方法の一つとして考えられる。

他に特徴的なクラスターとしてクラスター D があげられる。同クラスターは製品訴求ストックの繰越率が最も低い一方で、その閾値が最も高い。つまり、十分な製品訴求ストックの構築に大変な労力がかかる医師であるが、いったんストックが閾値を超えてレジーム 4 に入るとプロモーション効果は他のクラスターよりも高い。ただし、顧客関係ストックも閾値を超えてレジーム 1 になると、平均のプロモーション効果が負となっている。このような特徴を持つクラスター D の医師に対する一つの営業戦略としては、宣伝品目を絞り込み、今回分析対象にした製品に関してのみ集中的に継続的なプロモーション活動を実施することが考えられるが、より具体的な実務的示唆を得るためには本章で提案したモデリングを他の製品でも同様に実行することが求められる。またその際には、複数製品の営業活動と市場反応を同時に扱う多変量モデルへの拡張も検討が必要である。

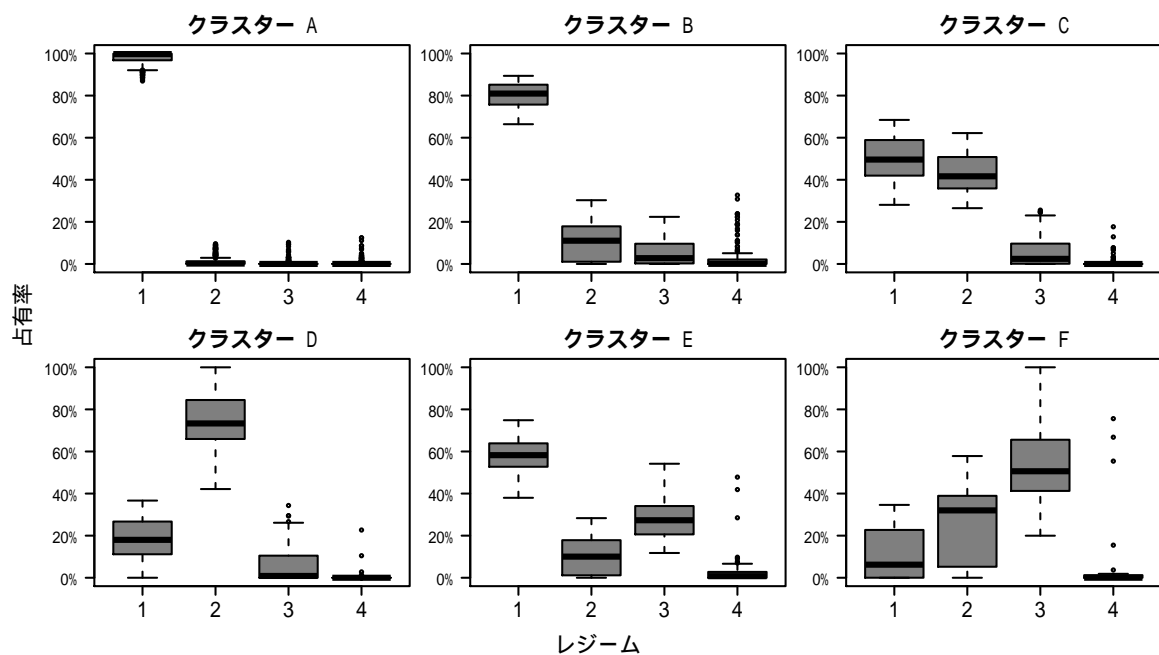


図 4.6 クラスタ別レジーム占有率の分布

4.5 まとめ

本研究では、製薬企業の MR によるディテールの効果を製品訴求と顧客関係構築の両面から理解することを目的とし、ディテール市場反応モデルの新しい形式を提案した。具体的には、ディテール活動の質的な異質性に着目し、製品訴求と顧客関係構築について 2 種類の異なるディテール・ストックを形成し、それらが閾値によって売上の生起メカニズムを 4 つのレジームに振り分けるという構造をモデル化した。ディテール・ストックを構成する繰越率、レジームを分ける閾値パラメータ、レジーム別の反応係数は医師によって異質と仮定し、階層ベイズモデルによって定式化した。提案モデルを推定するための MCMC アルゴリズムを提示し、実際の製薬企業の営業活動に関するデータを用いて実証分析をおこなった。レジームの分布や医師別パラメータ、階層パラメータの推定結果が示され、そこから得られる実務的な示唆について述べた。また、推定された期間中のレジーム占有率を用いて医師のクラスタリングを事後的におこない、パラメータの傾向の違いを検証することで、追加的な知見を得た。質の異なる営業活動の蓄積が不連続な閾値構造を

表 4.7 各クラスターのデータと推定結果の平均値による要約

	クラス ター A	クラス ター B	クラス ター C	クラス ター D	クラス ター E	クラス ター F
N	447	178	144	113	77	41
レジーム 1 占有率	0.979	0.802	0.502	0.180	0.584	0.119
レジーム 2 占有率	0.013	0.113	0.433	0.757	0.106	0.257
レジーム 3 占有率	0.004	0.055	0.059	0.060	0.279	0.568
レジーム 4 占有率	0.004	0.030	0.006	0.004	0.031	0.056
$\beta_i^{\text{ディテール回数}^{(1)}}$	0.026	0.028	0.002	-0.002	0.018	0.001
$\beta_i^{\text{ディテール回数}^{(2)}}$	0.043	0.037	0.039	0.044	0.024	0.026
$\beta_i^{\text{ディテール回数}^{(3)}}$	0.187	0.128	0.119	0.120	0.095	0.082
$\beta_i^{\text{ディテール回数}^{(4)}}$	1.050	1.099	1.070	1.636	1.155	1.267
γ_i^P	3.132	14.643	32.143	49.127	26.758	75.149
γ_i^C	2.667	13.545	9.946	7.457	29.378	43.351
λ_i^P	0.927	0.889	0.793	0.736	0.831	0.618
λ_i^P	0.937	0.915	0.907	0.899	0.849	0.674
月平均売上	11.498	10.956	10.231	10.624	10.509	10.083
月平均ディテール回数	2.558	2.266	2.310	2.395	2.251	2.183
月平均訪問日数	3.325	2.966	3.049	3.191	2.794	2.560
専門医	0.011	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
院外処方	0.792	0.590	0.562	0.637	0.584	0.439
女性	0.031	0.022	0.035	0.027	0.000	0.049
50 代	0.409	0.466	0.417	0.398	0.416	0.171
60 代	0.383	0.326	0.361	0.389	0.390	0.512
70 代以上	0.096	0.124	0.118	0.062	0.104	0.195

介して間接的に当期のプロモーション効果に違いを生むという共通のメカニズムをベースに、医師の異質性が加味された本モデルは、製薬企業における営業活動の実態に即した柔軟な表現力を持つことが確認された。同様のアプローチは、顧客関係構築を目的の一つとする他のダイレクト・マーケティングのモデリングにも適用できる可能性は高い。

本研究に関しては、データとモデルの両側面において限界が存在し、将来的な発展の余地が残されている。まずデータの限界の一つ目が、競合情報の不在である。今回分析対象とした製品においてもいくつかの競合製品が市場は存在し、各社のディテール活動が同じ医師に対して拮抗した結果、市場シェアが決まるという状況が実際には生じている。本研究が対象とした日本の製薬業界において、競合を含む売上やディテールの医師別データが

利用できることは将来も含めて可能性が低いですが、他国の製薬業界あるいは他業種の人的販売において競合を含むマイクロデータの利用が可能であれば、提案モデルの適用とさらなる拡張が期待される。データに関する二つ目の限界が、顧客関係ストックの構成に用いた製品を限定しない営業活動の変数 $x_{i,t}^C$ の妥当性である。今回の実証では顧客関係ストックを MR の全体活動量と対応付けて解釈するために、医師への「訪問日数」を同ストックを構成する変数として用いたが、訪問日数は製品訴求ストックを構成する「ディテール回数」を本質的に内包する関係にあり、本編にも示したとおり両変数の相関は高い。本章における提案モデルを用いた別のアプローチとして、「全訪問日数と対象製品のディテールを実施した日数の差」を利用して、製品訴求とは異なるストック変数を構成することが考えられる。差分に含まれる MR の活動には、他製品のディテールや、製品訴求を行わない訪問（例、顧客への定期的な挨拶回りや、一般的なセミナーの案内）があり、同ストック変数は「分析対象製品と直接関係しない顧客関係構築活動のストック」と解釈される。同アプローチによってストック変数同士の相関が低減することにより、本解析で見られたようなレジーム 1（両ストックとも高い）への状態の集中が緩和され、レジーム・スイッチの構造を持つ提案モデルのメリットがより際立って現れることも想定される。また、マーケティング上の課題とデータの利用可能性によっては、対象製品のディテール、他製品のディテール、製品訴求なしの訪問、の 3 つを明確に区別してモデル化した方がよい場合もあると考えられる。なお、CRM のコンセプトを導入した企業の社内データには、他の宣伝品目の営業活動記録のほか、医師とどのようなコミュニケーションを実施したのかなど、顧客関係性に関連するような量的・質的な情報もデータとして保存されていることがある。そのような周辺データを適切に定量化できれば、顧客関係ストックのモデル上の有効性を大幅に改善できる可能性がある。

モデルにおける限界の一つ目はディテール・ストックの構成方法である。本研究では広告効果研究において一般的な指数減衰型のストック構造を採用したが、先行研究においても人的販売の効果の残存の仕方については詳細に検討され尽くしているとは言い難い。人と人の相互作用が生じる実際の人的販売においては、広告よりもさらに多様な効果の残存や蓄積のパターンが存在することも考えられ、今後の研究課題となる。また、モデルの限界の二つ目は、営業活動によって売上が決定されるという本研究の回帰モデルの構造にある。MR は今回の対象製品のプロモーションを開始する以前から同じ医師に対して営業活動を長期間おこなっているケースが多く、その場合には担当顧客の市場反応に関する

部分的な情報を現場の知見として得ている可能性がある。MR が、それらの情報をもとにディテール回数や訪問日数に現れる行動を決定しているのであれば、本モデルの推定結果には内生性バイアスが含まれている可能性が否めない。この問題の根本的な解決には、Manchanda et al. (2004) で試みられているような、市場反応と営業活動を双方向で同時にモデル化する方策が将来の課題として検討される。

第 5 章

時間変化するディテール・ストック 効果の解析

5.1 はじめに

集計データを用いた市場反応分析は、マーケティングの実務において最も使用頻度の高い分析の一つである。企業は、広告、パブリック・リレーションズ、セールス・プロモーション、人的販売など幅広いマーケティング活動に対して、巨大な額を継続的に支出している。その正当化には、各プロモーションの効果を絶えず評価し、資源投下量の最適化の可能性を限りなく追求することが求められる。集計レベルの市場反応分析は、市場に対する企業の入力（マーケティング活動）と成果としての市場の出力（売上やマーケットシェア）の間のメカニズムに関する有益な情報を提供し、経営上層部の適切な全体像の把握と企業レベルの合理的な意思決定を支援する。

製薬企業における人的販売は、市場反応モデルに対する経営者のニーズがとくに高い。製薬企業の営業員は MR と呼称され、顧客である医師を日々訪問し、自社製品の処方を促すプロモーションを行っている。価格や広告など他のマーケティング・ミックスが極めて制約的な同業界では、「ディテール」と呼ばれる MR の営業活動がマーケティングにおける戦略的な中核を担っている。費用の面でもディテールは最大の比率を占めるとされ (Wittink, 2002)、直近の統計においても、世界の製薬企業は 2015 年の全販促費 692 億ドル (7.7 兆円) のうち、61.2% の 423 億ドル (4.7 兆円) を MR の営業活動に費やし、前

年比 1.9% で増加している (IMS Health, 2016a). 巨額の投資が集中する MR のディテール活動に関して、効果を適切に測定し、資源配分を最適化することは、企業が持続的な競合優位性を確保するために不可欠なこととして製薬マーケティングにおける最重要課題となっている。また、人的販売は他のプロモーションと異なり、長期の時間軸で検討される企業全体の雇用や人材育成計画と密接に関連するため、マーケティング上の意思決定においてもより慎重さが求められる。例えば、総量の急激な変更や、トライ・アンド・エラー方式による適宜の調整などは困難を伴う。よって、人的販売の資源計画には、十分な合理性や妥当性が要求され、高度な効果検証の実現が望まれている。

Manchanda et al. (2005) で指摘されているように、製薬企業では従来より販売や営業活動などマーケティング関連の詳細なデータを豊富に蓄積し、データ活用に対する経営者の関心が高い。人的販売について言えば、営業支援ツールであるセールスフォース・オートメーション (SFA) のシステムがほとんどの企業で導入され、個々の MR の行動予定や活動履歴が細かく管理されている。また、近年ではビジネス・インテリジェンスと呼ばれる大規模データの検索・可視化ツールが普及し、自社の販売実績や活動に関して日次や週次の時系列データを日常的に誰でも閲覧可能となっている。このように製薬企業では、従来からの豊富なデータ蓄積が前提となり、そこから新しい知見を獲得し活用することに強い関心がある。それは、非集計データを用いて個々の顧客を精緻に理解することだけでなく、集計データを用いたより高次の情報抽出、とくに時間的なダイナミクスに関する分析の要請が高いことを意味している。

製薬企業の人的販売の効果を検討する際に、時間的ダイナミクスの考慮が必要となる理由は 2 つある。一つ目が、プロモーションの繰り越しやストック効果の存在である。人と人との親交や信頼がコミュニケーションの基盤となる人的販売ならではの特征により、長期的な人間関係の構築が前提となって製品の訴求効果が現れることが考えられる。また、ユーザーである医師が繰り返し製品を使用することで製品への理解が進み、使い勝手が向上することも、プロモーションの即時効果だけでなく、蓄積による効果が期待される要因となる。また二つ目が、プロモーション効果の時間的な変動に対する強い関心である。医療用医薬品の製品ライフサイクルは長く、新薬として発売された製品が 10 年以上に渡ってプロモーションされ続けることもめずらしくない。さらに、極めて多品種の市場であるため、一定以上の規模の製薬企業であれば MR が注力する主力製品だけでも数多く存在する。すなわち、製薬企業は自社製品のそれぞれのライフサイクルを考慮しながら、全体の

製品ポートフォリオにおける営業リソースの最適なサイズと配分を決定する必要がある。したがって、営業効果が製品ライフサイクルに沿ってどのようなトレンドになるのか、効果のメカニズムや特性は時間軸でどう変化するかなど、効果の動的変化に関する知見が資源配分の議論においては非常に重要となる。

本章では、MR のディテールに関する集計データを用いた市場反応モデリングとして、ディテール・ストック効果と効果の時間変化を同時に評価する方法を提案する。具体的には、マーケティング分野で汎用される幾何分布ラグモデルの自然な動的拡張として、時変係数幾何分布ラグモデルを提案し、一般状態空間モデルによる定式化と、粒子フィルタによる推定方法を示す。提案モデルは、投入されたディテール量が指数減衰しながらストックされるとする仮定のもと、切片、反応係数、繰越率がそれぞれ時間変化する構造を表現する。日本国内の製薬企業における実データを用いた実証分析をおこない、提案モデルの応用可能性を示す。モデルの推定結果に基づき、製薬企業における人的販売の当期効果と長期効果の時間変化を検証し、製品ライフサイクル・マネジメントに関する示唆を与える。

本章の構成は以下のとおりである。2 節で先行研究をまとめ、3 節で分布ラグモデルに関する先行研究レビューと、その拡張である提案モデルおよび推定アルゴリズムを示す。4 節で実データにもとづく実証分析の結果と考察を示し、5 節で本研究をまとめる。

5.2 先行研究

関連する先行研究を以下のとおり整理する。はじめに、集計レベルの時系列データを用いた市場反応分析の研究についてまとめる。とくに近年の広告効果研究における状態空間モデルの活用については本章の解析に近接する分野として詳しく述べる。続いて、実証の対象である、製薬企業における人的販売の市場反応に関する研究について、集計レベルのモデリング事例を中心にまとめる。

集計レベルの時系列データによる市場反応分析は、マーケティング研究の歴史において古くから見られる。なかでも同アプローチの研究がとくに盛んな分野が広告効果の定量分析である。Palda (1965), Bass and Clarke (1972), Clarke (1976) など、広告効果に関する初期の研究においてすでに、効果が長期間残存するという特性は無視できないものとされ、分布ラグモデル、とくに幾何分布ラグモデル、あるいは Koyck モデルと呼ばれる定式化が広く利用されてきた。この分布ラグモデルの基礎的事項については 3 節で改めて触

れる。また、最新の広告効果の研究においては、広告の長期効果に加え、効果の時間変化など複雑な構造を組み入れるため、状態空間モデルの活用が目立つ。状態空間モデルは古典的な時系列解析の多くを特別なケースとして内包し、時間的ダイナミクスを非常に柔軟に表現できるアプローチとして、多様な分野での応用が進んでいる。マーケティングにおいては、精度の高い予測や市場の動的構造の理解を目的とする、より高度な時系列モデリングのニーズが近年ますます高まっており、状態空間モデルがそれに対応する強力なツールとして注目されている。Naik et al. (1998) と Bass et al. (2007) では、DLM と呼ばれる線形ガウス型状態空間モデルが活用されている。いずれの研究も、指数減衰を仮定する Nerlove-Arrow 型 (Nerlove and Arrow, 1962) の広告ストック変数によって効果が残存する構造を取り入れた上で、反応係数が時変となるモデルを提案している。モデルの推定には、Naik et al. (1998) ではカルマンフィルタが、Bass et al. (2007) ではマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) が採用されている。なお、状態空間モデルや DLM に関しては Kitagawa and Gersch (1996) や West and Harrison (1997) に、その理論と応用事例が詳細に記載されている。

モデルに非線形性や非ガウス型分布を許容する一般状態空間モデルによる研究事例も最近では見られる。Bruce (2008) は、前述の Bass et al. (2007) を拡張し、広告の繰越率（市場の忘却率）もまた時変であるというモデルを提案している。モデルの非線形性に対応するため、一般状態空間モデルによって定式化され、粒子フィルタと MCMC によって推定する方法が示されている。Sato et al. (2004) では、観測できないインスタ・プロモーションの推定に同アプローチが用いられ、非ガウス型フィルタによる推定方法が示されている。また、佐藤・樋口 (2008b) では、消費者ごとの時系列購買行動を一般状態空間モデルによって定式化し、粒子フィルタによって購買生起のメカニズムを推定している。一般状態空間モデルの技術的な詳細については、3 章および付録にて改めて示す。

人的販売に関するマーケティング研究には、製薬企業の MR によるディテールについて取り上げたものが多く見られる。Albers et al. (2010) による、人的販売に関する 75 文献のメタアナリシスでは、ディテールの弾力性の平均値は 0.245 と報告されている。また、Kremer et al. (2008) による、製薬企業の人的販売に関する 58 文献のメタアナリシスでは、ディテールの弾力性の平均値は 0.326 と報告されている。いずれの研究も、製薬企業の人的販売は売上に対して有意で正の効果があると結論付けている。Manchanda and Honka (2005) は、製薬企業のディテール活動はその効果の与え方において広告に類似すると指摘

している。ディテールの市場反応モデリングは上述の背景を踏まえ、集計レベル、非集計レベルいずれのモデリングにおいても、広告と同じく長期的な効果の残存や蓄積が仮定され、分布ラグモデルが多く採用されている。

Parsons and Abeele (1981) は、集計レベルのディテールによる市場反応に関する初期の研究であり、前期売上を説明変数に含める Koyck 型の定式化を採用している。Leeflang et al. (1992) では、ディテールを含む複数のプロモーション変数に数種の分布ラグモデルを当てはめ、比較検証している。また、Rizzo (1999) は、広告効果研究における広告ストックと同様に、指数減衰する Nerlove-Arrow 型 Nerlove and Arrow (1962) のディテール・ストックの概念を導入している。Narayanan et al. (2004) や Fischer and Albers (2010) では、ディテールを含む製薬企業のマーケティング・ミックスの効果を検証しているが、いずれのプロモーション変数にもストック構造を仮定し、モデル化している。Osinga et al. (2010) では、ディテールの反応性を一時的効果と持続的効果に分けてモデル化し、DLM により時変係数を伴って推定されている。ただし、同研究では繰越率はデータから推定されず、所与の固定値として外から与えられている。Inoue and Sato (2012) では、幾何分布ラグモデルの動的拡張として、切片、反応係数、繰越率をすべて時変としたモデルを提案し、カルマンフィルタによる推定方法とともに動的なディテール効果の変化が示されている。ただし、繰越率の区間制約がモデルに組み込まれていないことによる問題点が、著者により指摘されている。

本章では、広告効果やディテール効果に関する研究で広く利用されている関数型の幾何分布ラグモデルを拡張した時変係数モデルを提案する。また、DLM とカルマンフィルタによるアプローチでは困難な、繰越率の区間制約条件への明示的な対応や、マーケティング領域に多い二値データやカテゴリデータへの拡張が容易な、一般状態空間モデルと粒子フィルタによる方法論を示す。

5.3 モデリングと推定

本節では、プロモーションの繰り越しによる長期効果を検討する場合において、切片、反応係数および繰越率パラメータがすべて時変となる市場反応モデルを提案する。はじめに古典的な分布ラグモデルを再検討し、幾何分布ラグモデルの漸化式表現を提示する。次に、その自然な拡張として時変係数の幾何分布ラグモデルを提案し、一般状態空間モデル

によって定式化する。最後に、提案モデルの推定方法として粒子フィルタのアルゴリズムを示す。

5.3.1 分布ラグモデル

$t(= 1, \dots, T)$ 時点の目的変数 y_t と説明変数 x_t があつたとき、分布ラグモデルの最も一般的な形は式 (5.1) のように表現される。

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots + \epsilon_t, \quad (5.1)$$

ここで、 α は切片、 $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots\}$ は反応係数、 ϵ_t が誤差項を示す。式 (5.1) のモデルは、当期の説明変数のみならず、過去の説明変数が時間的なラグをとまって当期の目的変数に影響を与える構造を表現している。説明変数のラグ項が有限であると仮定できるときには、通常の線形回帰モデルとみなされ、最小二乗法による推定が可能である。ただし、ラグの数を増やすほど使用可能なデータが減ることや、そもそも効果の残存が任意の有限ラグに限るという仮定が適切でない場合が多い。

多くのマーケティング分析でより妥当な仮定とされ、かつパラメータ節約的なアプローチとして採用されるのが、無限のラグ係数を関数によって構造化する関数型分布ラグモデルである。なかでも、マーケティングの分野で最もよく使われる分布ラグモデルが幾何分布ラグモデルであり (Hanssens et al., 2001)、式 (5.2) に表現されるように、繰越率パラメータ λ が導入され、市場反応が時間を通して指数減衰しながら無限に残存する構造が仮定される。

$$y_t = \alpha + \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i \beta x_{t-i} + \epsilon_t, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (5.2)$$

市場反応分析の文脈において通常、 y_t は t 期の売上や市場シェア、 x_t は長期効果が仮定されるプロモーションの t 期の量となる。 λ は当期プロモーションが次期に持ち越される割合を示す繰越率パラメータであり、市場の記憶や忘却の構造を表現する。当期プロモーションが同じ期の売上に与える当期効果 β に対して、当期プロモーションが生み出す市場反応の総量である長期効果は、

$$\beta \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i = \frac{\beta}{1 - \lambda} \quad (5.3)$$

と計算される。また、過去から当期までに投入されたすべてのプロモーションの残存を示

す当期のプロモーション・ストックは、 $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i x_{t-i}$ と定義できる。これは広告効果分析において、広告ストックと呼ばれる量である。

Koyck (1954) によって提案された、式 (5.2) の変換式 (5.4) は、Koyck 変換あるいは Koyck モデルと称され、Palda (1965), Bass and Clarke (1972), Clarke (1976) など初期の広告効果研究以来、長期効果を前提とする市場反応モデルに幅広く利用されている形式である。

$$y_t = (1 - \lambda)\alpha + \beta x_t + \lambda y_{t-1} + \epsilon_t - \lambda \epsilon_{t-1} \quad (5.4)$$

Koyck モデルは、変換によって生じる誤差項の系列相関を無視し、独立な正規分布を仮定すれば、前期売上を説明変数に加えた線形回帰モデルとみなすことで最小二乗法により推定できる。しかしながら、Zellner and Geisel (1970) は、この単純な方法では深刻な推定バイアスが避けられないことを詳細な感度分析に基づく検証で示している。最小二乗法によって Koyck モデルを推定することのもう一つの問題は、 λ の区間制約をモデルの中で考慮できず、事後的に評価するしかないことである。

式 (5.2) の、Koyck モデルとは異なる別の表現方法は、前述のプロモーション・ストックを潜在変数 z_t と表した、式 (5.5)、式 (5.6) の漸化式による定式化である。

$$y_t = \alpha + \beta z_t + \epsilon_t \quad (5.5)$$

$$z_t = \lambda z_{t-1} + x_t, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (5.6)$$

この定式化により、初期ストック z_0 を適当に設定すれば、 λ の区間制約を考慮した上で最尤法によるモデル推定が可能となる。この漸化式による表現は、次に示す時変係数を用いた幾何分布ラグモデルの一般化の議論において基本の形式となる。

5.3.2 時変係数幾何分布ラグモデル

本章の解析では、式 (5.5)、式 (5.6) で示した幾何分布ラグモデルの自然な動的拡張として時変係数幾何分布ラグモデルを提案する。式 (5.7)、式 (5.8) が切片、反応係数、繰越率のすべてを時変とした提案モデルである。

$$y_t = \alpha_t + \beta_t z_t + \epsilon_t \quad (5.7)$$

$$z_t = \lambda_t z_{t-1} + x_t, \quad 0 < \lambda_t < 1 \quad (5.8)$$

市場反応分析モデルの場合、 α_t は売上ベースラインのトレンド、 β_t はプロモーションによる時変反応係数、 λ_t はプロモーションの時変繰越率を表す。 z_t は t 時点のプロモーション・ストックと定義され、展開すると式 (5.9) となる。

$$z_t = x_t + \lambda_t x_{t-1} + \lambda_t \lambda_{t-1} x_{t-2} + \lambda_t \lambda_{t-1} \lambda_{t-2} x_{t-3} + \cdots \quad (5.9)$$

また、 β_t が時変の当期効果と解釈される一方、式 (5.10) が時変の長期効果になる。静的モデルの場合のように、閉じた形式では表現できない。

$$\beta_t + \beta_{t+1} \lambda_{t+1} + \beta_{t+2} \lambda_{t+1} \lambda_{t+2} + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\beta_{t+i} \prod_{j=1}^i \lambda_{t+j} \right) \quad (5.10)$$

$$\text{ただし、空積 } \prod_{j=1}^0 \lambda_{t+j} = 1 \text{ である。}$$

次に、式 (5.7)、式 (5.8) による提案モデルを、一般状態空間モデルの枠組みで定式化する。前述のように、 λ_t は理論上 $(0, 1)$ 区間上に存在するという区間制約を要求される。同制約を満たすために、ロジット変換をした $\lambda_t^* = \log(\lambda_t / (1 - \lambda_t))$ を状態変数の一つとし、 $\theta_t = (\alpha_t, \beta_t, \lambda_t^*)'$ を状態ベクトルと定義する。式 (5.11)、式 (5.12) が、提案モデルの一般状態空間表現となる。

$$\theta_t \sim p(\theta_t | \theta_{t-1}, \Phi) \quad (5.11)$$

$$y_t \sim p(y_t | \theta_t, x_t, z_{t-1}, \sigma^2) \quad (5.12)$$

一般状態空間モデルにおいて、式 (5.11) は状態ベクトルの時間発展を記述するシステムモデルを、式 (5.12) は当期の状態ベクトルで条件付けられるデータ生成メカニズムを記述する観測モデルをそれぞれ示す。式 (5.11) の Φ 、式 (5.12) の σ^2 はそれぞれシステムノイズ、観測ノイズの分布を規定するパラメータであり、当該モデルではシステムノイズの分散と観測ノイズの分散をそれぞれ示す。本研究の提案モデルでは λ_t の変換により、観測モデルが状態ベクトルに対し非線形性を持つため、システムモデルと観測モデルのいずれにも線型性が前提とされる線形ガウス型状態空間モデル (DLM) では定式化できず、一般状態空間モデルを導入しなければならない。

式 (5.11) のシステムモデルには、あらゆる確率差分方程式が導入可能であるが、最も基本的なモデルが式 (5.13) に示す、正規ノイズを仮定したランダムウォークモデルである。

MVN は多変量正規分布を示す.

$$\theta_t = \theta_{t-1} + v_t^\theta, \quad v_t^\theta \sim MVN(\mathbf{0}, \Phi) \quad (5.13)$$

他にも, 式 (5.14) の 2 階差分のトレンドモデルや,

$$\theta_t = 2\theta_{t-1} - \theta_{t-2} + v_t^\theta, \quad v_t^\theta \sim MVN(\mathbf{0}, \Phi) \quad (5.14)$$

式 (5.15), 式 (5.16) で表される, 局所成長 (local growth) モデルあるいは局所線形 (local linear) トレンドモデルと呼ばれるモデルが, システムモデルの候補となる.

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \mu_{t-1} + v_t^\theta, \quad v_t^\theta \sim MVN(\mathbf{0}, \Phi_\theta) \quad (5.15)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + v_t^\mu, \quad v_t^\mu \sim MVN(\mathbf{0}, \Phi_\mu) \quad (5.16)$$

各種のシステムモデルとその特性については, Kitagawa and Gersch (1996) や West and Harrison (1997) が参考となる.

一方, 式 (5.12) の観測モデルは, 式 (5.7), 式 (5.8) で表現した市場反応モデルであり, 状態ベクトル θ_t の関数として, 式 (5.17) のように表現できる. λ_t の変換による非線形性が存在することが改めて確認できる.

$$y_t = \alpha_t + \beta_t \left(\frac{1}{1 + \exp(-\lambda_t^*)} z_{t-1} + x_t \right) + \epsilon_t \quad (5.17)$$

なお, DLM と異なり, 一般状態空間モデルではシステムモデルや観測モデルの誤差分布が正規分布以外の分布であっても, 同じ枠組みの中で容易に対応できる. これは二値データやカウントデータの取り扱いが多く, また t 分布などによるロバストモデルのニーズも潜在的に高いマーケティング分野においては, とくに有益な特徴と言える. また, λ_t の区間制約と同様に, 例えば β_t が常に正であるというような実務上必要となる仮定についても, 非線形性が許容されるため簡単にモデルに反映できる.

West and Harrison (1997) で指摘されているとおり, 関数型分布ラグモデルは general transfer function モデルとして定式化できる. 繰越率を時変としない場合であれば, 同定式化により DLM で表現でき, カルマンフィルタによって効率的に推定することが可能である. 一方, 本研究の提案モデルでは λ_t を時変とし, かつ区間制約を満たすために非線形変換をして状態ベクトルに含めるため, 本節に示した一般状態空間モデルによる定式化を採用している. λ_t の区間制約をモデル内で規定せず, 結果を事後的に解釈することも可

能であるが、本章の解析と同じく製薬企業の人的販売を扱った集計レベルの市場反応研究である Inoue and Sato (2012) は、DLM とカルマンフィルタで推定された時変係数がしばしば区間条件を逸脱してしまうことを指摘している。

5.3.3 推定方法

DLM におけるカルマンフィルタの考え方と同様に、一般状態空間モデルにおける状態ベクトルの推定では、観測データが与えられたときの t 時点の状態ベクトルの分布 $p(\theta_t | \{y_1, \dots, y_s\})$ について 3 つの異なる条件付き分布、すなわち、予測分布 ($s < t$)、フィルタ分布 ($s = t$)、平滑化分布 ($s > t$) をそれぞれ評価する必要がある。1990 年代以降に開発されたシミュレーションに基づくフィルタリング手法は、一般状態空間モデルに対する汎用性の高い解法を与えている。Gordon et al. (1993) と Kitagawa (1996) によって提案された粒子フィルタ (Gordon et al. (1993) ではブートストラップ・フィルタ、Kitagawa (1996) ではモンテカルロ・フィルタと呼ぶ) は、多数のサンプル (粒子) を用いて状態ベクトルの分布を近似することで、一期先予測分布とフィルタ分布を逐次的に与える。また、過去の粒子を一定期間保存することにより固定ラグ平滑化をおこなうことも可能である。粒子フィルタに代表される逐次モンテカルロ法全般については、Doucet et al. (2001) に詳しい。

提案モデルにおける状態ベクトル θ_t の分布は、モデルのパラメータである Φ , σ^2 と、初期分布 θ_0 が与えられれば、粒子フィルタにより推定できる。ここで、 z_t も同時に粒子として分布表現が可能であり、初期分布 z_0 を与えた後、 λ_t^* のフィルタ粒子を使って逐次更新ができる。なお、 z_t の更新には、固定ラグの平滑化粒子を利用して z_0 から毎時点で再計算し直すことも可能である。図 5.1 には、提案モデルの粒子フィルタによる推定アルゴリズムの具体的な手順を示し、詳細については付録 C.1 に記す。通常の粒子フィルタとの違いは、図 5.1 のステップ 2-5. にある。提案モデルの式 (5.8) では、 z_t を構成するために λ_t が必要となる。すなわち、 λ_t が時変であるため、各時点で z_t を構成しなおさなければならない。本提案モデルの推定アルゴリズムは、その点を反映させた形式で通常の粒子フィルタのアルゴリズムを拡張している。重要な点であるため、注記しておく。

モデルの未知パラメータ Φ , σ^2 は、粒子フィルタによって算出される尤度を用いた最尤法によって推定する (経験ベイズ法)。粒子フィルタに基づき構成した尤度 (対数尤度)

提案モデル推定のための粒子フィルタのアルゴリズム

s 時点までのデータ $\{y_0, \dots, y_s\}$ で条件付けされた t 時点の状態を表す分布を $\theta_{t|s}$ と表し, M 個の粒子 $\{\theta_{t|s}^{(m)}\}_{m=1}^M$ で近似する.

1. 初期分布 $\{\alpha_{0|0}^{(m)}, \beta_{0|0}^{(m)}, \lambda_{0|0}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ と $\{z_{0|0}^{(m)}\}_{m=1}^M$ を生成する.
2. $t = 1, \dots, T$ について, 以下のステップを実行する.
 - 2-1. $t-1$ 期のフィルタ粒子 $\{\alpha_{t-1|t-1}^{(m)}, \beta_{t-1|t-1}^{(m)}, \lambda_{t-1|t-1}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ から, 1 期先予測粒子 $\{\alpha_{t|t-1}^{(m)}, \beta_{t|t-1}^{(m)}, \lambda_{t|t-1}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ を生成する.
 - 2-2. $m = 1, \dots, M$ について,
 尤度 $w_t^{(m)} = p(y_t | \alpha_{t|t-1}^{(m)}, \beta_{t|t-1}^{(m)}, \lambda_{t|t-1}^{*(m)}, x_t, z_{t-1|t-1}, \sigma^2)$ を算出する.
 - 2-3. 1 期先予測粒子 $\{\alpha_{t|t-1}^{(m)}, \beta_{t|t-1}^{(m)}, \lambda_{t|t-1}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ を尤度 $w_t^{(m)}$ の重みでリサンプリングし, t 期のフィルタ粒子 $\{\alpha_{t|t}^{(m)}, \beta_{t|t}^{(m)}, \lambda_{t|t}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ を得る.
 - 2-4. $t-1$ 期の平滑化粒子を尤度 $w_t^{(m)}$ の重みでリサンプリングして t 期のフィルタ粒子と合わせ, t 期の平滑化粒子 $\left\{ \{\alpha_{t-L|t}^{(m)}, \beta_{t-L|t}^{(m)}, \lambda_{t-L|t}^{*(m)}\}, \dots, \{\alpha_{t-1|t}^{(m)}, \beta_{t-1|t}^{(m)}, \lambda_{t-1|t}^{*(m)}\}, \{\alpha_{t|t}^{(m)}, \beta_{t|t}^{(m)}, \lambda_{t|t}^{*(m)}\} \right\}_{m=1}^M$ を得る.
 - 2-5. $m = 1, \dots, M$ について, $z_{t|t}^{(m)} = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda_{t|t}^{*(m)})} z_{t-1|t-1}^{(m)} + x_t$ を計算し,
 $t+1$ 期の尤度計算で使用する $\{z_{t|t}^{(m)}\}_{m=1}^M$ を得る.

図 5.1 粒子フィルタの手順

は, そもそもサンプリング由来の誤差 (モンテカルロ誤差) を含んでいる. そのため, 微分情報を必要とする最適化では, 数値微分で誤差を増幅してしまうことになり, 収束しない状況が生じる. そういった状況の最尤法では, Nelder-Mead 法 (Nelder and Mead, 1965) や COBYLA (Powell, 1994) など, 微分情報を用いない非線形最適化法を利用しなければならない. また, MCMC を利用してパラメータを分布として推定することも可能である

が、粒子フィルタと MCMC の組み合わせは非常に計算負荷が高いことを指摘しておく。

5.4 実証分析

本節には、モデルの推定結果を示す。以下、利用したデータの詳細および具体的な推定手法を説明した上で、提案モデルによる推定結果とそこから得られる示唆を示す。

5.4.1 データ

本章で実証に使用したデータは、日本国内で事業を展開する製薬企業から匿名性を条件に借り受けた、売上と MR の営業活動量を週次でまとめた社内データであり、同様のデータはほぼすべての製薬企業で利用されている。分析対象とした製品は、アレルギー疾患用の医療用医薬品であり、花粉症にも適応を持つため市場は大きく、データ提供元の製薬企業における主力製品のひとつである。同製品の主な市場は、病院ではなく、患者が普段通院する診療所および薬局となる。この製品の 2008 年から 2014 年の 330 週に及ぶ週次集計データを実証に用いた。対象製品の製品ライフサイクルとしては成熟期後半から衰退期に該当し、データ期間の後半には同成分の後発（ジェネリック）医薬品が参入している。

売上データは小売レベルの売上数量を週次で集計したものである。病院、診療所、薬局など、患者が製品を購入する医療関連施設が医薬品市場においては小売となる。売上数量の単位には、最小販売単位の売上数量をそれぞれの直近の薬価によって重み付けした値を用いた。薬剤の成分量や錠数、包装形態が異なるパッケージ群から製品ブランドが構成される場合に、製品消費の実態に即した比重で重み付けし、また、2 年に一度の薬価改定にも影響されない値として製薬企業の実務で一般的な売上数量の基準化方法である。営業活動データは MR の医師に対する該当製品のプロモーションの回数であり、「ディテール回数」と呼ばれる値である。こちらも週次で集計されたデータを分析に用いた。

病院や薬局では一定の在庫を抱えるため、小売レベルの売上データと医師の意思決定（処方箋の発行）は完全に連動するわけでない。ただし、日本市場に特有の事象として、小売である診療所や薬局が製品の発注をした後、遅くとも翌営業日には卸から商品が納品されるという流通上の商習慣があるため、小売の在庫レベルは極めて低く、医師の処方量と売上数量の時間的ラグは少ない。また、医師の意思決定を直接的に反映する処方箋数量のデータは、米国以外の地域ではほとんど入手不可能であり、その状況は日本でも違いがな

表 5.1 変数表

記号	変数名	変数の詳細	平均	標準偏差
y_t	売上	固定薬価重み付け売上数量の対数	8.558	0.449
x_t	ディテール回数	MR による対象製品のプロモーション回数	1.318	0.943

く、存在する医師の処方パネルデータはカバー率が非常に低くバイアスが大きい。本章の解析のように売上データを用いて市場反応モデルを構築し、情報抽出を試みる意義として重要な事項であるため、ここで指摘しておく。

5.4.2 推定

使用した変数

製品の匿名性を確保するため、売上とディテール回数は任意の値で一律定数倍し、さらに売上については対数化した上で、提案モデルの y_t , x_t として推定した。なお、全体の 330 時点のうち、年末年始やお盆など稼働日が少ない特殊な状況によって極端に売上が低い 2 時点については外れ値とみなし、欠損データ (n/a) として処理した。本研究で採用している状態空間モデルの枠組みでは、いくつかの時点で欠損データが存在する場合でも、当該時点におけるフィルタリングをスキップするだけで統計的に問題なく推定ができる。表 5.1 には変数の基本統計量を、図 5.2 にはそれぞれの変数の時系列プロットを示す。売上には緩やかな減少傾向があるのと同時に、強い季節性がある。これは対象のアレルギー薬が花粉症の適応を持つことに由来する。また、ディテール回数は 30 週あたりまで大きく減少し、その後 130 週付近まで緩やかに減少した後、一段低いレベルへシフトしており、リソース投下量に関する戦略的な変更の経過が現れている。

推定の方法

状態ベクトル $\theta_t = (\alpha_t, \beta_t, \lambda_t^*)'$ の時間的な変化を表現するシステムモデルには、式 (5.18) ~ 式 (5.20) のように、各変数に独立のランダムウォークモデルを仮定した。なお、式中の

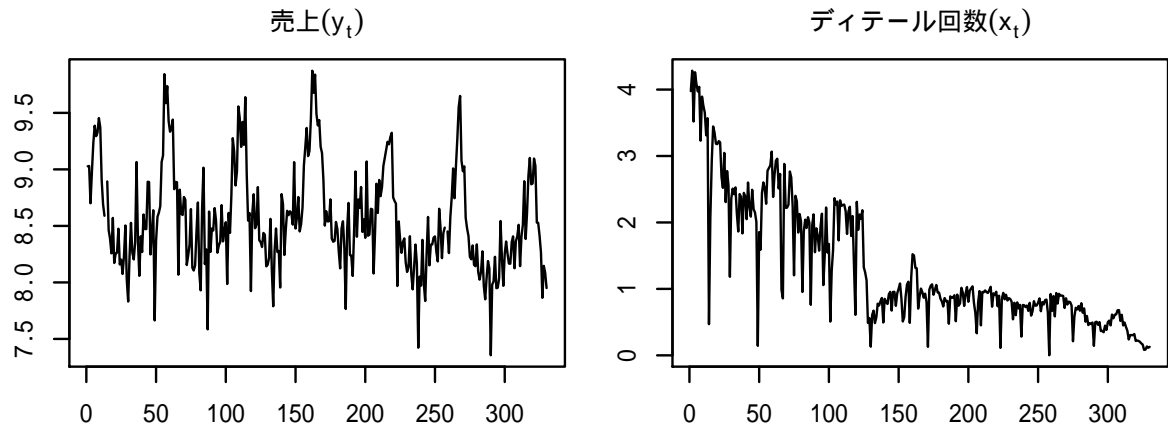


図 5.2 売上 y_t とディテール回数 x_t の時系列プロット

\mathcal{N} は正規分布を示す。また、観測モデル（式 (5.17)）の誤差項にも正規分布を仮定した。

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} + v_t^\alpha, \quad v_t^\alpha \sim \mathcal{N}(0, \tau_\alpha^2) \quad (5.18)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + v_t^\beta, \quad v_t^\beta \sim \mathcal{N}(0, \tau_\beta^2) \quad (5.19)$$

$$\lambda_t^* = \lambda_{t-1}^* + v_t^{\lambda^*}, \quad v_t^{\lambda^*} \sim \mathcal{N}(0, \tau_{\lambda^*}^2) \quad (5.20)$$

5.3.3 項に示した粒子フィルタのアルゴリズムにより、提案モデルを推定した。粒子数は 100,000 とし、同時にラグ数 $L = 25$ の固定ラグ平滑化を行った。状態変数とディテール・ストックの初期分布には、何回かの試行の結果をもとにチューニングをした上で最適な乱数を与えた。また、未知の分散パラメータ $\{\tau_\alpha^2, \tau_\beta^2, \tau_{\lambda^*}^2, \sigma^2\}$ の推定には、Nelder-Mead 法を採用した。

5.4.3 推定結果

モデル比較

提案モデルの評価のため、AIC によるモデル比較をおこなった。比較対象としたモデルは、時変係数をまったく仮定しない通常の幾何分布ラグモデル（非時変係数モデル）、切片 α_t のみ時変とし、反応係数と繰越率は固定のモデル（切片時変モデル）、切片と反応係数が時変で繰越率は固定のモデル（切片・反応係数時変モデル）の 3 モデルである。上記 3 つの比較モデルについても提案モデルと同様の手法で推定を行った。表 5.2 には、各モデルの観測モデルの違いとともに、最大対数尤度と AIC を示した。AIC によれば、提案

表 5.2 AIC によるモデル比較

モデル名	観測モデル	最大対数尤度	AIC
非時変係数モデル	$y_t = \alpha + \beta z_t + \epsilon_t$ $z_t = \lambda z_{t-1} + x_t$	-182.954	373.908
切片時変モデル	$y_t = \alpha_t + \beta z_t + \epsilon_t$ $z_t = \lambda z_{t-1} + x_t$	-50.646	109.291
切片・反応係数時変モデル	$y_t = \alpha_t + \beta_t z_t + \epsilon_t$ $z_t = \lambda z_{t-1} + x_t$	-49.209	106.418
提案モデル (全時変モデル)	$y_t = \alpha_t + \beta_t z_t + \epsilon_t$ $z_t = \lambda_t z_{t-1} + x_t$	-48.182	104.365

表 5.3 提案モデルのパラメータの最尤推定値

τ_α^2	τ_β^2	$\tau_{\lambda^*}^2$	σ^2
0.01701	0.00109	0.00019	0.03675

モデルが最良のモデルと判断できるため、以降の議論は提案モデルの推定結果をもとに進める。なお、表 5.3 には、提案モデルに含まれるパラメータの最尤推定値を示す。

状態の推定結果

図 5.3 には、切片 α_t 、反応係数 β_t 、繰越率 λ_t の平滑化推定量（事後平均）と、ディテール・ストック z_t の分布の推移をデータとともに示す。推定結果の中央の太い線が平均値、その上下の実線が 70% 区間、点線が 90% 区間をそれぞれ表す。

図 5.3 中段の左側に示したように、時変の切片 α_t が売上データ y_t の季節性を吸収している。また、図 5.3 中段の右側に示したように、反応係数 β_t は 0 に近い値から 0.7 前後まで期間を通して上昇している。ディテール回数 x_t は 130 週以降に低いレベルに抑えられているが、ディテールの反応性は増加し続けていることは注目に値する。また、図 5.3 下段の左側に示したように、繰越率 λ_t は期間後半に若干の上昇トレンドが見られるものの大きな変動はなく、0.1 を前後する平均値に終始する。繰越率 λ_t が小さく変動も少ないため、ディテール・ストック z_t はディテール回数 x_t とほぼ同じトレンドで、やや滑らか

にしたような動きを示す。

前述したように、本実証の対象製品はデータ期間中に成熟期後半から衰退期を迎えている。繰越率 λ_t が期間を通して大きく変動しないことは、ディテール効果の残存構造は同製品のライフサイクル後半では安定的であり、プロモーションに対する医師の記憶に時間的な変化がそれほどないことを示唆している。一方、売上 y_t が強い季節性の背後で期間後半から緩やかな減少を示し、ディテール回数 x_t が中間時点から大幅にレベルダウンするというデータに対して、売上ベースライン α_t は緩やかに下降し、ディテールの売上反応性 β_t は徐々に上昇する推定結果が得られた。 α_t 、 β_t ともに同様の条件のランダムウォーク・モデルを仮定しているため、売上ベースラインと反応性のトレンド推定結果にモデル上の制約はない。よって、 β_t の推定値が滑らかな上昇トレンドを示していることは、ディテール x_t がデータ後半で大幅に低下していることによる必然の結果ではなく、ディテールの反応性の変化に関する有益な情報を抽出しているものと考えられる。今回の対象製品ではデータ期間の後ろになるほど同一カテゴリ市場に新製品や後発医薬品の参入が増え、競争が激しくなっている。純粋な製品力だけでは競争優位が確保できない製品ライフサイクルの後期ほど、MR のディテールによる周辺価値の付加が医師の処方決定要因としてより重要となり、ディテール単位あたりの売上反応性が向上するという解釈ができる。付録 C.2 には、状態のフィルタ分布や残差系列など、提案モデルの推定結果に関するその他の指標を提示する。

時変長期効果と時変弾力性

β_t が時変当期効果と解釈される一方で、当期のディテール回数 x_t が将来に渡って売上に及ぼす影響の総量である t 期の時変長期効果は、5.3.2 項で示した式 (5.10) により定義される。ただし、前述のとおり閉じた形にはならないため、以下の式 (5.21) のように近似計算をする。このとき、 $0 < \lambda_t < 1$ であるため、ある程度大きな k を与えれば式 (5.21) は十分な精度で近似できる。とくに本実証での λ_t の推定結果は、前段で述べたとおり全期間を通して値が 0.1 前後と小さいため、 $k = 5$ として計算を行った。

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\beta_{t+i} \prod_{j=1}^i \lambda_{t+j} \right) \approx \sum_{i=0}^k \left(\beta_{t+i} \prod_{j=1}^i \lambda_{t+j} \right) \quad (5.21)$$

図 5.4 には、導出されたディテールの時変当期効果と時変長期効果の推定結果を示す。計算にはいずれも平滑化推定量を使用し、中央の太い線が平均値、その上下の実線が

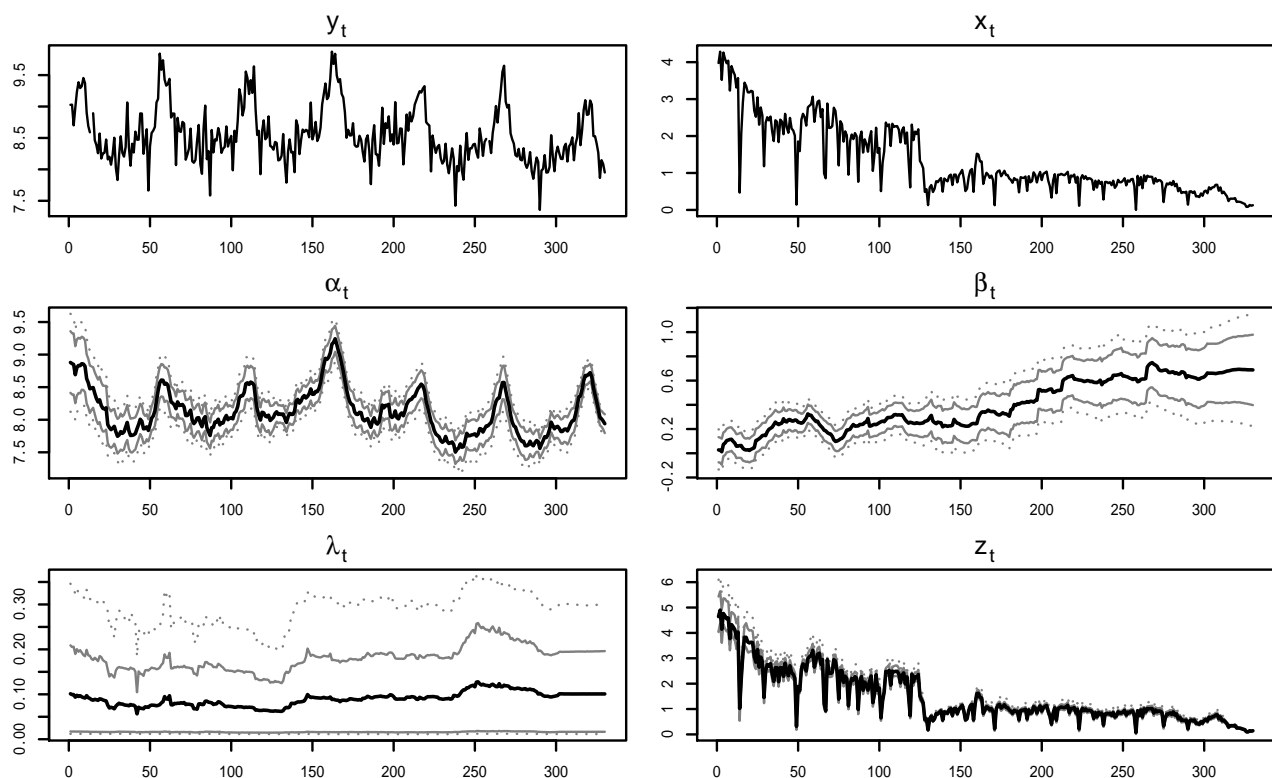


図 5.3 時変係数の推定結果

70% 区間，点線が 90% 区間をそれぞれ表す。前述のとおり，時変当期効果は β_t であるため，図 5.3 中段の右側と同じものである。今回 λ_t の推定値が小さいため，時変当期効果と時変長期効果での差はわずかであるが， λ_t の緩やかな上昇トレンドにより，期の後半では当期効果と長期効果の差が広がるという時間的変化が示されている。

5.4.2 項で示したとおり，本解析では左辺の売上のみ対数を取る片対数型のモデルとした。いま， t 期の売上を y_t^* とし，式 (5.17) に示した観測モデルを x_t で微分すると，式 (5.22) が導出される。よって，今回の定式化では $\beta_t x_t$ がディテールの時変弾力性となる。

$$\frac{dy_t^*/y_t^*}{dx_t/x_t} = \beta_t x_t \quad (5.22)$$

図 5.5 には，導出された時変弾力性の推定結果を示す。計算には平滑化推定量を使用し，中央の太い線が平均値，その上下の実線が 70% 区間，点線が 90% 区間をそれぞれ表す。ディテールの時変弾力性の期間平均は 0.380 であり，5.2 節にあげた 2 つのメタアナリシスの結果，0.245 (Albers et al., 2010)，0.326 (Kremer et al., 2008) に近い推定結果と

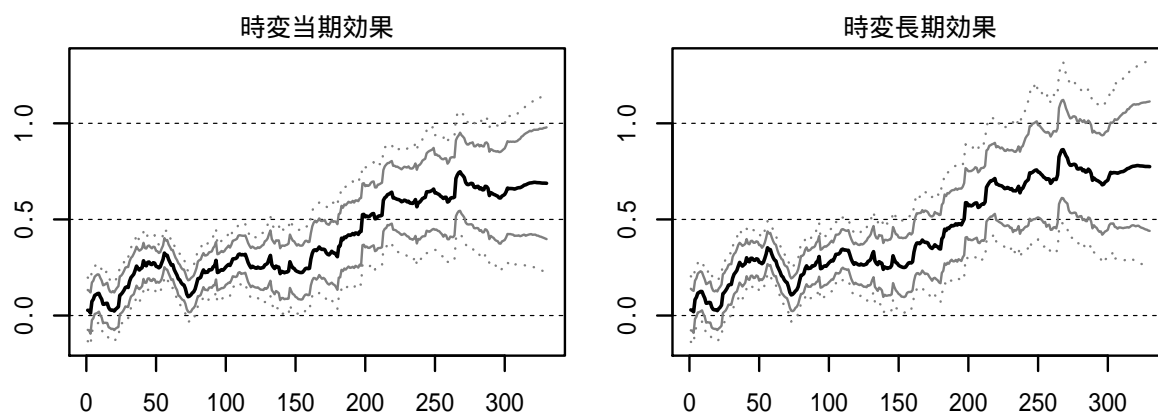


図 5.4 時変当期効果と時変長期効果の推定結果

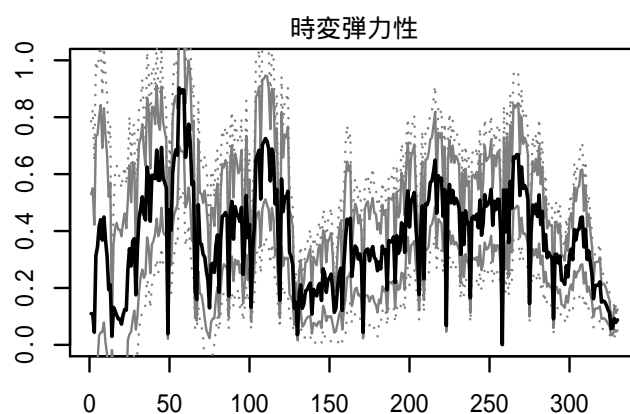


図 5.5 時変弾力性の推定結果

なった。ただし、提案モデルによって推定された時変弾力性の動きを見ると、小さいときは 0 近く、大きいときは 1 近くまで、変動がかなりあることが示されている。

ディテールの時変売上寄与率

MR のディテールに関する資源配分を検討する際、効果の絶対量だけでなく、ディテールがどの程度売上に寄与しているかを把握することが重要になる。ここで、提案モデルの推定結果を利用し、時間変化するディテールの売上寄与率を評価し、考察を加える。式 (5.7) での定式化から、モデルは t 期の売上を、ディテールに依存しないベースライン売上 α_t と、ディテールが寄与した売上 $\beta_t z_t$ に振り分けていると捉えることができる。した

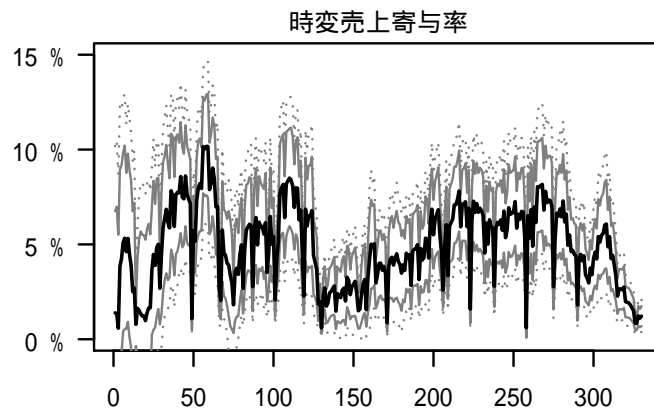


図 5.6 ディテールの時変売上寄与率の推定結果

がって、 t 期の売上におけるディテールの時変売上寄与率を、 $\beta_t z_t / (\alpha_t + \beta_t z_t)$ と定義できる。図 5.6 には、推定されたディテールによる時変売上寄与率を示す。計算には平滑化推定量を使用し、中央の太い線が平均値、その上下の実線が 70% 区間、点線が 90% 区間をそれぞれ表す。前述のとおり、ディテール回数は 130 週付近から急激に低い値へとレベルシフトしているが、ディテールの売上寄与率については著しく下がりはいない。これは先に確認したとおり、反応係数や繰越率が期間を通して上昇傾向にあるためと考えられる。時間変化する売上寄与率の推定から、製品ライフサイクルの各ステージごとの投資対効果の把握や、他のプロモーション製品を含めた製品ポートフォリオ全体での最適資源配分が可能になると考えられる。

5.5 まとめ

本章では、時間的なダイナミクスを持つディテールの効果を集計データから推定する方法として、ディテール・ストック構造と時変係数を含む市場反応モデリングを提案した。具体的には、市場反応分析で繰越効果を評価する際に汎用される幾何分布ラグモデルの自然な拡張として、時変係数幾何分布ラグモデルを提案した。提案モデルは、時間的異質性の仮定のもと、切片、反応係数、繰越率がすべて時間変化する構造を取り入れ、一般状態空間モデルにより定式化した。モデルの推定方法として、粒子フィルタのアルゴリズムを提示し、製薬企業の営業活動に関する実データを用いた実証分析をおこなった。推定結果

から、ベースライン売上、ディテールの市場反応性、ディテールの繰越率が時間的に変化する様子が示された。また、推定結果に基づくディテールの時変長期効果と時変弾力性を計算する方法を提示し、時変弾力性については先行研究のメタアナリシスの結果と比較した。さらに、ディテールの時変売上寄与率をモデルから定義し、データ期間におけるトレンドを確認することで、実務的な応用可能性を示した。普遍的に活用されるプロモーションのストック構造を踏襲した上で、主要パラメータの時間変化を許す本モデルは、ディテールによる市場反応の実態に即した柔軟な表現力を持つと同時に、製品ライフサイクル・マネジメントに貢献する重要な視点を与える。また、広告など長期効果を期待する他のマーケティング活動のモデリングや、非集計データへの適用など、モデルの応用範囲は広いと考えられる。

本章の解析にはいくつかの限界や発展可能性が存在する。まず、データに関する限界として、競合情報の不在があげられる。今回分析対象とした製品は複数の競合製品が市場にあり、各社のプロモーション活動が市場で拮抗した結果、市場シェアが決まるという状況が実際には生じている。今回、製薬企業の社内データを利用したが、集計レベルのデータであれば、競合の売上やディテール量に関するサーベイに基づく推定値が調査会社から販売されている。それらの有償データの入手が可能であれば、市場での競合関係を踏まえたモデリングの余地は残されている。また、外的な環境要因や人的販売以外のプロモーションの実施状況など、データの変動に影響を与えている他の要素がデータに追加できれば、モデリングによる情報抽出の精度はさらに高まる。

モデルに関する今後の可能性としてあげられるのが、システムモデルやストック構築におけるメカニズムの一層の追求である。切片、反応係数、繰越率の時間変化を記述するシステムモデルとして、今回は最も単純なランダムウォークの構造を仮定したが、他に候補となるトレンドモデルとの比較や、理論モデルの導入の可能性などを詳細に検討する必要がある。また、ディテール・ストックの構造についても同様のことが言える。なお、本章で提案した一般状態空間モデルと粒子フィルタによるアプローチでは、非線形性や非ガウス型分布をモデルの一部に含めても、提示したモデリングとアルゴリズムの手法はそのまま適応できる。同じ枠組みの中で、ディテール・ストックやパラメータのダイナミクスに関する現実の構造をより精緻に記述する余地は大きく、それによる推定精度や解釈可能性のさらなる向上が期待される。

第 6 章

結論

6.1 本研究の結論

本章では、本研究の結論をまとめる。まず、第 3 章、第 4 章、第 5 章で記述した各研究テーマの結論を整理する。さらに、それら 3 つのテーマの統合的解釈を示し、実務で想定される本研究の成果の活用方法について述べる。

6.1.1 各研究テーマの結論

本研究は、製薬企業における人的販売（MR によるディテール）の市場反応メカニズムを明らかにすることを目的とした。目的の実現にあたって、科学的で汎用性の高い方向性を示すため、統計的モデリングによる実データからの情報抽出のアプローチを提案した。その際、実務的な関心がとくに高い一方で既存の知見が希薄な、「ディテール・ストック構造」、「医師の異質性」、「時間的異質性」、「ディテールの質的異質性」、「日本市場における実証」という 5 つの項目を重要な着眼点とした。具体的には、(1) 当期のディテールと過去のディテール・ストックは医師ごとにどのように売上に影響を与えているのか、(2) ディテール・ストックは製品訴求と顧客関係構築という 2 つの質的側面からどのように医師別のディテール反応性に影響を及ぼしているのか、(3) ディテール・ストックの効果や形成のされ方、ディテールの売上への貢献度は時間的にどう変化するのか、について対応する 3 つのアプローチでモデル化した。本研究では、医師別の異質性パラメータの評価、時間的異質性による時変パラメータの評価、潜在的なストック変数を用いた 2 次元閾値

構造の評価のため、それらを柔軟かつ適正に表現できるベイジアンモデリングの方法論を適用した。本研究で提案したモデルによって市場反応メカニズムに関する新たな情報や知見が獲得され、製薬企業の経営において最も重要な人的販売の資源配分最適化の実現に大きく寄与する可能性を示した。また、顧客セグメンテーションや One-to-One マーケティングの進化、製品ライフサイクル・マネジメントの適正化といった製薬企業におけるマーケティングの高度化の可能性についても議論した。

研究テーマ 1（第 3 章）では、過去のディテールが繰り越され当期の売上に影響を与えるというディテール・ストックの構造を導入し、当期効果とストック効果を同時に評価する医師レベルの市場反応モデルを提案した。医師の異質性を仮定し、反応係数や繰越率の異質性と共通性を医師の属性変数で説明する階層ベイズモデルを採用した。パラメータ推定のための Metropolis within Gibbs 型の MCMC アルゴリズムを提示し、実データを用いて医師別の反応係数と繰越率およびそれらを説明する階層モデルの回帰係数を得た。同時に、ディテール・ストックを含まないモデルと提案モデルを対数周辺尤度と DIC によって比較し、ストック構造を考慮した提案モデルの方が優れていることを確認した。推定結果は、ディテールの当期効果と比較してストック効果の方が平均的に大きいことを示唆した。また、ディテール・ストックの形成には長期的なディテールの継続が必要であり、一度ストックされた水準は磨耗しづらいという特徴を明らかにした。また、専門医が非専門医よりもストック効果が大きい一方で、ディテールの継続性も求められることも示唆された。さらに、当期効果とストック効果の両面から見た反応性の違いによって医師を 4 つのグループに分類し、ディテールをグループ間で再配分するシミュレーションをおこなった。シミュレーションの結果は、14% から 24% の売上増を予測し、医師の異質性を考慮した市場反応モデルの適用による効率化の可能性を示した。

研究テーマ 2（第 4 章）では、ディテールの製品訴求と顧客関係構築という質の異なる 2 つの作用に対応し、製品訴求ストックと顧客関係ストックという 2 種類の潜在的なストック変数を導入した。2 つのストック変数がそれぞれ閾値を持ち、それを超えるか否かでディテールの当期効果が 4 つのレジームに振り分けられる構造によって、医師レベルの市場反応をモデル化した。医師の異質性を仮定し、各ストック変数を構成する繰越率、レジームを分ける 2 つの閾値パラメータ、4 レジーム別の反応係数の医師による違いが、医師の属性変数によって説明される構造を、階層ベイズモデルによって定式化した。パラメータ推定のための Metropolis within Gibbs 型の MCMC アルゴリズムを提示し、実デー

タを用いて医師別パラメータと階層パラメータの同時事後分布を推定した。同時に、ストック変数を含まない1レジームモデル、製品訴求ストックのみ仮定した2レジームモデルと提案モデルをDICによって比較し、2種のストック変数による閾値効果を持つ4レジームの提案モデルが優れていることを確認した。推定結果は、顧客関係ストックが一定以上になると、売上のベースラインは高くなるが、当期ディテールの売上に対する反応性は低くなる傾向を示唆する。加えて、顧客関係ストックは製品訴求ストックに比べて平均的に蓄積されやすく、閾値を超えやすい傾向も示した。また、専門医では非専門医に比べて顧客関係ストックに依らない製品訴求効果の即時性が示唆された。さらに、医師ごとに推定した各レジーム占有率をもとにクラスタリングを行い、医師クラスターごとの反応性やストック形成の特徴を解釈し、営業資源最適化の方策について考察を与えた。

研究テーマ3（第5章）では、集計レベルの市場反応について、ディテール・ストックの形成と売上に対する効果が動的に変化する構造を導入し、時間的異質性の仮定のもと切片、反応係数、繰越率を時変係数とするモデルを提案した。具体的には、市場反応分析における繰越効果の表現に多用される幾何分布ラグモデルの自然な拡張として、時変係数幾何分布ラグモデルを提案し、一般状態空間モデルによって定式化した。各時変係数からなる状態変数だけでなく、潜在的なストック変数の分布についても粒子によって時点ごとに近似するよう工夫した粒子フィルタのアルゴリズムを提示し、実データを用いてモデルを推定した。同時に、基本的な幾何分布ラグモデルの構造は同じであるが、時変係数を含まない従来型のモデル、切片のみ時変とするモデル、切片と反応係数のみ時変とするモデルの3つと提案モデルをAICによって比較し、繰越係数を含むすべてのパラメータが時変となる提案モデルが優れていることを確認した。モデルの推定結果から、ベースライン売上、ディテールの市場反応性、繰越率それぞれの時間変化の様子が可視化された。また、推定結果からディテールの時変長期効果および時変弾力性を計算する方法を提示した。さらに、時変係数を用いて変動するディテールの売上寄与率を定義し、製品ライフサイクル・マネジメントにおける応用の可能性を示した。

6.1.2 3つの研究テーマの統合的解釈

3つの研究テーマを通して、製薬企業の人的販売における市場反応には、以下のようなメカニズムが存在することが明らかになった。まず、MRによるディテールは売上に対

し、基本的に正の反応性を持つということである（テーマ 1,2,3）。これは 2.2 節であげた先行研究のほとんどの結果と一致すると同時に、人的販売への投資を重視してきた製薬マーケティングの実務的な経験則をデータ科学的見地から支持するものである。また、ディテールの市場反応においては、即時的な当期効果よりも長期的な活動継続によるストック効果が顕著であり（テーマ 1）、過去のディテールが現在の市場反応に影響を及ぼす繰越の構造を含んだモデルが必須となる（テーマ 1,2,3）。ストック変数が市場反応に対して影響を及ぼすメカニズムには、直接的な効果（テーマ 1）だけでなく、ストックの閾値構造によって反応性が変化する間接的なメカニズムも存在する（テーマ 2）。また、市場反応におけるディテールの作用を、製品訴求と顧客関係構築という質の異なる両側面から捉えることは実務的な抽象概念としては存在していたが、その妥当性が実データのモデリングによって支持された（テーマ 2）。さらに、ディテールによる市場反応メカニズムにおいて医師の異質性を考慮することは極めて重要である。Manchanda et al. (2004) や Manchanda and Chintagunta (2004) の先行研究によって展開された異質性の積極的な評価による高次情報の抽出は、医師レベルの処方データが利用できない日本市場においてもモデリング上の工夫次第で可能であり、実務上も有益な点が多いことを本研究は示している（テーマ 1,2）。一方、時間的異質性も無視することはできないことが、集計レベルのモデリングから明らかになった。ディテールによる市場反応メカニズムの時間構造を適切に表現するためには、前述のディテール・ストックを説明変数側へ導入するだけでなく、繰越率によるストックのされ方や反応性自体が時間変化することを考慮する必要がある（テーマ 3）。

以上から、製薬企業の人的販売における市場反応メカニズムには、「**効果の残存性**」，「**閾値構造による効果の不連続性**」，「**医師の異質性による効果のばらつき**」，「**時間的異質性による効果の変動**」，「**営業目的や内容の違いによる異質な効果**」が含まれることを本研究は明らかにした。また、これらのメカニズムを把握するにあたって、近年大規模化する社内データを用いたベイジアンモデリングが非常に有効なアプローチであることを示した。

本研究の各テーマで提案されたモデルは、実務において次のように活用できる。ほとんどの製薬企業では複数の主力製品を同時に持ち、MR は複数製品のプロモーションを担当している。したがって、それぞれの製品ライフサイクルを考慮した上で、向こう何年かの製品ポートフォリオにおける営業資源の最適な割り当て方を検討しなければならない。その際に活用できるのが、研究テーマ 3 で提案した集計レベルの時変係数モデルである。各

製品のディテール効果について、反応係数や繰越率の時変トレンド、あるいはディテールの売上寄与率の時間軸での変化を、過去データを用いたモデリングによって明らかにすることで、直近だけでなく将来を見越した製品間の最適な資源配分を検討できる。また、MR がターゲットとする医師の選定や、医師ごとの最適ディテール回数の設定には、研究テーマ 1 や研究テーマ 2 で提案した医師レベルの反応モデルが利用できる。とりわけストック効果が重視されるような製品である場合や、CRM としてのディテール効果が期待される場合には、研究テーマ 2 の手法によってディテール効果の不連続性や質的異質性について深掘りできる。

6.2 本研究の学術的貢献

本研究の主要な学術的貢献は次の 5 つである。

■ 1. **ディテール・ストック効果の多面的検証** 本研究では、ディテールの長期効果を表現するためのディテール・ストック構造に関して、指数減衰を仮定する先行研究と同様の形式を踏襲しつつも、その効果の与え方について従来の研究にはない多面的な検証を行った。具体的には、研究テーマ 1 のディテールの当期効果とストック効果を同時に評価する定式化は、集計レベルでは Rizzo (1999) の例があるが、非集計の医師レベルでは検討された例はなく、医師別の推定結果も存在しない。また、研究テーマ 2 におけるストック変数が閾値構造を伴って間接的に当期効果に影響を与える構造や、研究テーマ 3 におけるストック変数の反応係数や繰越率が時間変化を伴う構造も従来の研究では評価されていない。本研究では、多くの先行研究で前提となっているディテール・ストックという構造を一段掘り下げ、ストック効果のメカニズムを実務的な仮説や要請に基づき多面的に検証することができた。

■ 2. **医師の異質性に関する追加的検証** 本研究では、Manchanda and Chintagunta (2004), Manchanda et al. (2004), Dong et al. (2009) で提案されたディテールの市場反応分析における医師の異質性の考慮の有効性を研究テーマ 1 と研究テーマ 2 で追加的に検証している。これら 3 つの既存研究がすべて米国における医師 ID 付き処方データの利用を前提としているのに対し、本研究では小売レベルの売上データを利用したモデリング方法を提示している。医師の意思決定と売上をできる限りリンクさせるデータ処理と、価格や月ダ

ミーなど小売レベルの説明変数を投入することで売上データ特有のノイズを除去するモデリング上の工夫によって、それを実現した。医師 ID 付き処方データに容易にアクセスできる米国は国際的には例外的なデータ環境であるため、本研究のアプローチによって、医師の異質性を捉えるモデリングの応用可能性を広げることができた。

なお、医師ごとに異質なパラメータを説明するにあたって、各医師が抱える患者数は潜在的に有力な変数と想定されるが、本研究ではデータ上の制約からそれを評価することができていない。これは観測モデルの目的変数に処方回数（処方箋枚数）を利用している米国の先行研究においても同様であり、例えば階層モデルのパラメータの多くが有意に推定されていないことは、本研究の結果（第 3 章の表 3.8、第 4 章の表 4.6）と共通している。医師別の市場規模は専門医／非専門医というカテゴリ変数によってもある程度は説明されていると考えられるが、直接的にそれを示す患者数データの投入により、階層パラメータおよび医師別パラメータがより安定的に推定され、有意な係数が増えることが期待される。近年米国においては匿名化された患者 ID 付きの医師別データが一部利用可能となっており、部分的に患者数が把握できる可能性がある。また、日本においては MR が営業活動の一環として、医師や医療機関へ概算の患者数をヒアリングし SFA や CRM のシステム上に入力していることがある。これらの情報を追加するができれば、本研究で提示した異質性モデリングの精度が少なからず改善することが考えられる。

■ 3. ディテール効果の時間的異質性に関する検証 本研究ではディテール効果の時間的異質性に着目し、ディテール・ストックの反応係数や繰越率の連続的な時間変化を評価するモデリング方法を研究テーマ 3 にて提示した。Osinga et al. (2010) で時変係数が導入されている以外、既存の研究で時間的異質性について十分に検証された例はなく、とくに繰越率も時変として推定したものは見当たらない。製品ライフサイクル・マネジメントの観点から実務的には非常に関心の高いディテール効果の時間変化について、一般状態空間モデルによる汎用性の高いモデリングの方向性を示すことができた。

■ 4. ディテールの質的異質性に関する検証 本研究では、ディテールの製品訴求と顧客関係構築という 2 つの異なる質的側面を研究テーマ 2 で評価した。既存研究では、MR が携行した製品サンプルの量をディテールの質と定義した Manchanda and Chintagunta (2004) があるが、ディテールの質の違いに着目した定量的な検証は十分ではない。本研究では、製品の宣伝回数から構成される製品訴求ストックと、製品に限定されない訪問日数

から構成される顧客関係ストックという2軸のストック変数を研究テーマ2で検討した。モデル比較や医師別パラメータの推定結果から、製品訴求と顧客関係構築というディテールが医師に作用する際の質的な違いを考慮することの有効性を示すことができた。

■ **5. ディテール効果研究の国際化** 本研究では、テーマ1からテーマ3まですべての実証において日本市場の実データを使用した。表2.1と表2.2に示した通り、既存研究の多くは米国の事例であり、日本市場におけるディテール効果の実証研究は本研究の関連以外に見当たらない。製薬マーケティングの研究は、Manchanda et al. (2005) が指摘するとおり、各国で異なる規制や保険制度下にあるそのビジネス環境ゆえに知見の国際化に対するニーズがとくに高い。本研究では、日本市場におけるディテール効果の定量的研究として知見の国際的一般化に貢献することができた。

6.3 本研究で残された課題

本研究で残された課題は以下の通り大きく3点ある。

■ **1. 競合状況のモデル化** 本研究では、市場における競合状況がモデル化されていない。現実の市場環境においては、3.5節でも指摘した Share of Voice、すなわち競合企業の MR による競合ブランドのディテールがある中での自社製品の相対的なディテール量が、市場反応に影響するという考えがある。また、市場反応の結果に関しても、絶対的な売上数量ではなく、マーケットシェアが妥当な場合も多い。とくに競合状況の激しい製品カテゴリにおいては、競合状況を踏まえたモデル化やシェア変数の利用が、現実のメカニズムをより適切に捉える可能性が高い。ただし、そのようなモデル化に必須となる競合データの入手はかなり困難であることを指摘しておく。日本市場について言えば、医師レベルの競合売上や処方に関するデータはカバー率がわずかでバイアスの大きいパネルデータしかなく、また、ディテール関連データを含む他のデータソースとマッチングができない。さらに、医師レベルのディテールの競合データに関してはさらに入手困難である。一方、集計レベルのデータであれば、医薬品卸パネルを用いた市場調査データのカバー率は高く、有償ではあるが競合の売上データは利用可能である。ただし、競合のディテール量のデータに関しては、集計レベルであっても医師の記憶と自己申告に基づく調査データを利用するしかない。しかしながら、技術革新やビジネス環境の変化による将来的なデータの利用可

能性の向上や、いくつかのデータソースを組み合わせた推論によって競合状況をモデル化する余地は残されており、実務的な要請は高いことを指摘しておく。

■ **2. MR の異質性のモデル化** 本研究では、ディテールを受ける側の医師の異質性に焦点を当てたが、一方でディテールを行う MR の異質性も検討する価値がある。顧客である医師が同じ製品のディテールを複数の MR から受けることは極めて稀なため、基本的に MR と医師是一对多の関係にある。すなわち、本研究でディテールによる市場反応性において医師レベルの階層構造を検討したが、さらにその上には MR の階層が存在する。市場反応における MR 別の特性を表す変数としては、経験年数、過去の営業成績、社内テストや能力アセスメントの結果などが想定される。人事情報に近いこれらのデータへのアクセスはやや困難であることが多いが、MR 属性のモデル化によって実務上有益となる新たな知見や解釈が得られる可能性は高い。

■ **3. 内生性のモデル化** 本研究では、MR のディテールが売上に影響を与える一方向の因果関係のみを前提としたモデル化を行った。しかしながら、Manchanda et al. (2004), Dong et al. (2009) では、医師の反応性に関する部分情報を MR など営業現場は日々の業務の中で獲得し、それに基づいてディテール回数を決定しているという逆の因果の存在を指摘している。このような内生性の問題を解決することで、推定バイアスが改善されるのと同時に、実務的な解釈もより深まる可能性がある。具体的には、先行研究で提案されたような、医師別反応係数によってディテール回数を説明する回帰モデルを追加した、同時方程式として定式化する方法がまず検討される。それ以外にも、本研究のテーマ3のように時系列構造の評価を重視する場合は、ベクトル自己回帰モデル (VAR) など多変量の時系列モデルも検討対象となろう。

謝辞

本論文は、筆者が筑波大学大学院ビジネス科学研究科企業科学専攻博士後期課程に在学中の研究成果をまとめたものである。同大学ビジネスサイエンス系教授佐藤忠彦先生には主指導教員として長年にわたりご指導をいただいた。途中で諦めることなく本研究を完遂させることができたのは佐藤先生による終始親身なご指導の賜物であり、ここに深く感謝の意を表する。同ビジネスサイエンス系教授西尾チヅル先生、並びに、同ビジネスサイエンス系教授牧本直樹先生には副指導教員として多くのご助言を頂戴するとともに本論文の細部にわたってご指導をいただいた。ここに感謝申し上げたい。また、関西学院大学名誉教授中西正雄先生、統計数理研究所所長樋口知之先生、東北大学教授照井伸彦先生、東京大学教授阿部誠先生、慶應義塾大学教授里村卓也先生、筑波大学准教授伴正隆先生、横浜国立大学准教授本橋永至先生、東北大学准教授石垣司先生、東京大学准教授清水央子先生、オハイオ州立大学教授 Greg Allenby 先生、ミシガン大学教授 Puneet Manchanda 先生からは、学会やワークショップなど様々な場面において本研究に関する大変有益なご助言をいただいた。ここに深く御礼を申し上げる。本研究期間における筆者の勤務先の上司や同僚に対しても各方面でのサポートに感謝の意を表したい。最後に、修士課程を含めて10年間優しく支えてくれた妻と、日々安らぎとやる気を与えてくれた子供達に感謝したい。

2018 年 1 月

茗荷谷の筑波大学東京キャンパスにて

井上 友彦

参考文献

- Albers, S., M. Mantrala, and S. Sridhar (2010) “Personal selling elasticities: A meta-analysis,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 47, No. 5, pp. 840–853.
- Allenby, G. M. and P. E. Rossi (1998) “Marketing models of consumer heterogeneity,” *Journal of econometrics*, Vol. 89, No. 1, pp. 57–78.
- Assmus, G., J. U. Farley, and D. R. Lehmann (1984) “How advertising affects sales: Meta-analysis of econometric results,” *Journal of Marketing Research*, pp. 65–74.
- Bass, F. and D. Clarke (1972) “Testing distributed lag models of advertising effect,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 9, No. 3, pp. 298–308.
- Bass, F., N. Bruce, S. Majumdar, and B. Murthi (2007) “Wearout effects of different advertising themes: A dynamic Bayesian model of the advertising-sales relationship,” *Marketing Science*, Vol. 26, No. 2, pp. 179–195.
- Berndt, E. R., L. Bui, D. R. Reiley, and G. L. Urban (1995) “Information, marketing, and pricing in the US antiulcer drug market,” *The American Economic Review*, Vol. 85, No. 2, pp. 100–105.
- Besag, J., P. Green, D. Higdon, and K. Mengersen (1995) “Bayesian computation and stochastic systems,” *Statistical Science*, Vol. 10, No. 1, pp. 3–41.
- Blattberg, R. and E. George (1991) “Shrinkage estimation of price and promotional elasticities: Seemingly unrelated equations,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 86, No. 414, pp. 304–315.
- Blattberg, R., B. Kim, and S. Neslin (2008) *Database marketing: Analyzing and managing customers*: Springer Verlag.
- Bruce, N. (2008) “Pooling and Dynamic Forgetting Effects in Multitheme Advertising: Track-

- ing the Advertising Sales Relationship with Particle Filters,” *Marketing Science*, Vol. 27, No. 4, pp. 659–673.
- Bultez, A. (1976) *Econometric Specification and Estimation of Market Share Models: The State of the Art*: European Institute for Advanced Studies in Management.
- Cappé, O., S. Godsill, and E. Moulines (2007) “An overview of existing methods and recent advances in sequential Monte Carlo,” *PROCEEDINGS-IEEE*, Vol. 95, No. 5, p. 899.
- Chen, C. W. and J. C. Lee (1995) “Bayesian inference of threshold autoregressive models,” *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 16, No. 5, pp. 483–492.
- Chib, S. and E. Greenberg (1996) “Markov chain Monte Carlo simulation methods in econometrics,” *Econometric theory*, Vol. 12, No. 3, pp. 409–431.
- Chintagunta, P. K. and R. Desiraju (2005) “Strategic pricing and detailing behavior in international markets,” *Marketing Science*, Vol. 24, No. 1, pp. 67–80.
- Clarke, D. (1976) “Econometric measurement of the duration of advertising effect on sales,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 13, No. 4, pp. 345–357.
- Dong, X., P. Manchanda, and P. K. Chintagunta (2009) “Quantifying the benefits of individual-level targeting in the presence of firm strategic behavior,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 46, No. 2, pp. 207–221.
- Doucet, A., N. de Freitas, and N. Gordon (2001) *Sequential Monte Carlo methods in practice*: New York [etc.]: Springer.
- Dubé, J.-P., G. J. Hitsch, and P. Manchanda (2005) “An empirical model of advertising dynamics,” *Quantitative marketing and economics*, Vol. 3, No. 2, pp. 107–144.
- Families USA Foundation (2001) “Off the Charts: Pay, Profits and Spending by Drug Companies.”
- Ferreira, P. E. (1975) “A Bayesian analysis of a switching regression model: known number of regimes,” *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 70, No. 350, pp. 370–374.
- Fischer, M. and S. Albers (2010) “Patient-or physician-oriented marketing: What drives primary demand for prescription drugs?” *Journal of Marketing Research*, Vol. 47, No. 1, pp. 103–121.
- Gelman, A., J. Carlin, H. Stern, and D. Rubin (2004) *Bayesian data analysis*: Chapman & Hall/CRC, 2nd edition.

- Gelman, A., G. O. Roberts, W. R. Gilks et al. (1996) “Efficient Metropolis jumping rules,” *Bayesian statistics*, Vol. 5, No. 599-608, p. 42.
- Geman, S. and D. Geman (1984) “Stochastic relaxation,” *Gibbs distributions, and the Bayesian*.
- Geweke, J. and N. Terui (1993) “Bayesian threshold autoregressive models for nonlinear time series,” *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 14, No. 5, pp. 441–454.
- Gönül, F., F. Carter, E. Petrova, and K. Srinivasan (2001) “Promotion of prescription drugs and its impact on physicians’ choice behavior,” *Journal of Marketing*, Vol. 65, No. 3, pp. 79–90.
- Gordon, N. J., D. J. Salmond, and A. F. Smith (1993) “Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation,” in *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, Vol. 140, pp. 107–113, IET.
- Guadagni, P. and J. Little (1983) “A logit model of brand choice calibrated on scanner data,” *Marketing Science*, Vol. 2, No. 3, pp. 203–238.
- Hamilton, J. D. (1989) “A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle,” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 357–384.
- Hanssens, D., L. Parsons, and R. Schultz (2001) *Market response models: Econometric and time series analysis*: Kluwer Academic Publishers.
- Hastings, W. K. (1970) “Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications,” *Biometrika*, Vol. 57, No. 1, pp. 97–109.
- IMS Health (2015) “Total Unaudited and Audited Global Pharmaceutical Market by Region 2014 – 2019,” URL: <https://www.imshealth.com/files/web/Corporate/News/Top-Line%20Market%20Data/Global%20Prescription%20Sales%20Information5%20World%20figures%20by%20Region%202015-2019.pdf>.
- (2016a) “ChannelDynamics Global Reference,” URL: http://www.imshealth.com/files/web/Market%20Insights/Channel%20Dynamics/IMSH_ChannelDynamics_Global_Reference.pdf.
- (2016b) “Top 20 Global Products 2015,” URL: http://www.imshealth.com/files/web/Corporate/News/Top-Line%20Market%20Data/Top_20_Global_Products_2015.pdf.

- Inoue, T. and T. Sato (2012) “An analysis of sales call effectiveness in the pharmaceutical industry using time-varying Koyck model,” in *International Workshop on Marketing Science and Service Research*, pp. 15–21, The Institute of Statistical Mathematics and Tohoku University Graduate School of Economics and Management, July.
- Kitagawa, G. and W. Gersch (1996) *Smoothness priors analysis of time series*, Vol. 116: Springer Verlag.
- Kitagawa, G. (1996) “Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models,” *Journal of computational and graphical statistics*, Vol. 5, No. 1, pp. 1–25.
- Kondo, F. N. and G. Kitagawa (2000) “Time series analysis of daily scanner sales: extraction of trend, day-of-the-week effect and price promotion effect,” *Marketing Intelligence & Planning*, Vol. 18, No. 2, pp. 53–66.
- Koyck, L. (1954) *Distributed lags and investment analysis*, Vol. 4: North-Holland Pub. Co.
- Kremer, S., T. Bijmolt, P. Leeflang, and J. Wieringa (2008) “Generalizations on the effectiveness of pharmaceutical promotional expenditures,” *International Journal of Research in Marketing*, Vol. 25, No. 4, pp. 234–246.
- Leeflang, P. S. and J. E. Wieringa (2010) “Modeling the effects of pharmaceutical marketing,” *Marketing Letters*, Vol. 21, No. 2, pp. 121–133.
- Leeflang, P., G. Mijatovic, and J. Saunders (1992) “Identification and estimation of complex multivariate lag structures: a nesting approach,” *Applied Economics*, Vol. 24, No. 2, pp. 273–283.
- Little, J. D. (1970) “Models and managers: The concept of a decision calculus,” *Management science*, Vol. 16, No. 8, pp. B–466.
- Liu, J. S. and R. Chen (1995) “Blind deconvolution via sequential imputations,” *Journal of the american statistical association*, Vol. 90, No. 430, pp. 567–576.
- Lodish, L. (1971) “CALLPLAN: An interactive salesman’s call planning system,” *Management Science*, Vol. 18, No. 4, pp. 25–40.
- (1976) “Assigning salesmen to accounts to maximize profit,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 13, No. 4, pp. 440–444.
- Manchanda, P. and P. Chintagunta (2004) “Responsiveness of physician prescription behavior to salesforce effort: An individual level analysis,” *Marketing Letters*, Vol. 15, No. 2, pp.

129–145.

- Manchanda, P. and E. Honka (2005) “The Effects and Role of Direct-to-Physician Marketing in the Pharmaceutical Industry: An Integrative Review,” *Yale Journal of Health Policy, Law, and Ethics*, Vol. 5, p. 785.
- Manchanda, P., P. Rossi, and P. Chintagunta (2004) “Response modeling with nonrandom marketing-mix variables,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 41, No. 4, pp. 467–478.
- Manchanda, P., D. Wittink, A. Ching, P. Cleanthous, M. Ding, X. Dong, P. Leeflang, S. Misra, N. Mizik, S. Narayanan et al. (2005) “Understanding firm, physician and consumer choice behavior in the pharmaceutical industry,” *Marketing Letters*, Vol. 16, No. 3, pp. 293–308.
- Mantrala, M. K., S. Albers, F. Caldieraro, O. Jensen, K. Joseph, M. Krafft, C. Narasimhan, S. Gopalakrishna, A. Zoltners, R. Lal et al. (2010) “Sales force modeling: State of the field and research agenda,” *Marketing Letters*, Vol. 21, No. 3, pp. 255–272.
- Matsumoto, M. and T. Nishimura (1998) “Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator,” *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation (TOMACS)*, Vol. 8, No. 1, pp. 3–30.
- Metropolis, N., A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller, E. Teller et al. (1953) “Equation of state calculations by fast computing machines,” *The journal of chemical physics*, Vol. 21, No. 6, p. 1087.
- Mizik, N. and R. Jacobson (2004) “Are physicians “easy marks”? Quantifying the effects of detailing and sampling on new prescriptions,” *Management Science*, Vol. 50, No. 12, pp. 1704–1715.
- Moncrief III, W. (1986) “Selling activity and sales position taxonomies for industrial sales-forces,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 23, No. 3, pp. 261–270.
- Montgomery, D., A. Silk, and C. Zaragoza (1971) “A multiple-product sales force allocation model,” *Management Science*, Vol. 18, No. 4, pp. 3–24.
- Naik, P., M. Mantrala, and A. Sawyer (1998) “Planning media schedules in the presence of dynamic advertising quality,” *Marketing Science*, Vol. 17, No. 3, pp. 214–235.
- Narayanan, S., R. Desiraju, and P. Chintagunta (2004) “Return on investment implications for pharmaceutical promotional expenditures: The role of marketing-mix interactions,” *Journal of Marketing*, Vol. 68, No. 4, pp. 90–105.

- Nelder, J. A. and R. Mead (1965) “A simplex method for function minimization,” *The computer journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 308–313.
- Nerlove, M. and K. Arrow (1962) “Optimal advertising policy under dynamic conditions,” *Economica*, Vol. 29, No. 114, pp. 129–142.
- Neslin, S. (2001) “ROI analysis of pharmaceutical promotion (RAPP),” Unpublished study conducted for the Association of Medical Publications, URL: https://amm.memberclicks.net/assets/documents/RAPP_Study_AMM.pdf.
- Newton, M. and A. Raftery (1994) “Approximate Bayesian inference with the weighted likelihood bootstrap,” *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, Vol. 56, No. 1, pp. 3–48.
- Osinga, E. C., P. S. Leeflang, and J. E. Wieringa (2010) “Early marketing matters: A time-varying parameter approach to persistence modeling,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 47, No. 1, pp. 173–185.
- Palda, K. (1965) “The measurement of cumulative advertising effects,” *The Journal of Business*, Vol. 38, No. 2, pp. 162–179.
- Parsons, L. and P. Abeele (1981) “Analysis of sales call effectiveness,” *Journal of Marketing Research*, Vol. 18, No. 1, pp. 107–113.
- PhRMA (2016) “Pharmaceutical Industry Profile,” URL: <http://phrma-docs.phrma.org/sites/default/files/pdf/biopharmaceutical-industry-profile.pdf>.
- Powell, M. (1994) “A Direct Search Optimization Method That Models the Objective and Constraint Functions by Linear Interpolation,” in Gomez, S. and J.-P. Hennart eds. *Advances in Optimization and Numerical Analysis*, Vol. 275 of Mathematics and Its Applications: Springer Netherlands, pp. 51-67.
- QuintilesIMS (2017) 「2016 年医薬品市場統計－売上データ. 2016 年暦年（1 月～12 月）」, URL : https://www.ims-japan.co.jp/japanese/topline/dl/ToplineData_CY_2016.pdf.
- Rizzo, J. (1999) “Advertising and Competition in the Ethical Pharmaceutical Industry: The Case of Antihypertensive Drugs,” *The Journal of Law and Economics*, Vol. 42, No. 1, pp. 89–116.
- Robert, C. and G. Casella (2004) *Monte Carlo statistical methods*: Springer Verlag.

- Rossi, P. and G. Allenby (2003) "Bayesian statistics and marketing," *Marketing Science*, pp. 304–328.
- Rossi, P., G. Allenby, and R. McCulloch (2005) *Bayesian Statistics and Marketing*: John Wiley & Sons.
- Sato, T., T. Higuchi, and G. Kitagawa (2004) "Statistical inference using stochastic switching models for the discrimination of unobserved display promotion from POS data," *Marketing Letters*, Vol. 15, No. 1, pp. 37–60.
- Sethuraman, R., G. J. Tellis, and R. A. Briesch (2011) "How well does advertising work? Generalizations from meta-analysis of brand advertising elasticities," *Journal of Marketing Research*, Vol. 48, No. 3, pp. 457–471.
- Spiegelhalter, D., N. Best, B. Carlin, and A. van der Linde (2002) "Bayesian measures of model complexity and fit," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, Vol. 64, No. 4, pp. 583–639.
- Terui, N. and M. Ban (2008) "Modeling heterogeneous effective advertising stock using single-source data," *Quantitative Marketing and Economics*, Vol. 6, No. 4, p. 415.
- Terui, N. and W. D. Dahana (2006) "Research Note—Estimating Heterogeneous Price Thresholds," *Marketing Science*, Vol. 25, No. 4, pp. 384–391.
- Terui, N. and Y. Imano (2005) "Forecasting model with asymmetric market response and its application to pricing of consumer package goods," *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Vol. 21, No. 6, pp. 541–560.
- Terui, N., M. Ban, and T. Maki (2010) "Finding market structure by sales count dynamics—Multivariate structural time series models with hierarchical structure for count data—," *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, Vol. 62, No. 1, p. 91.
- Terui, N., M. Ban, and G. M. Allenby (2011) "The effect of media advertising on brand consideration and choice," *Marketing Science*, Vol. 30, No. 1, pp. 74–91.
- Tibshirani, R., G. Walther, and T. Hastie (2001) "Estimating the number of clusters in a data set via the gap statistic," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, Vol. 63, No. 2, pp. 411–423.
- Tong, H. and K. S. Lim (1980) "Threshold autoregression, limit cycles and cyclical data," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pp. 245–292.

- Vandenbosch, M. and C. Weinberg (1993) “Salesforce operations,” in Eliashberg, J. and G. Lilien eds. *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 5: Elsevier Science Publishers, pp. 653–694.
- West, M. and J. Harrison (1997) *Bayesian forecasting and dynamic models*: Springer Verlag.
- Wittink, D. (2002) “Analysis of ROI for pharmaceutical promotions (ARPP),” Unpublished study conducted for the Association of Medical Publications, URL: http://kurse.fh-regensburg.de/kurs_20/kursdateien/2010Analysis_of_ROI.pdf.
- Zellner, A. and M. Geisel (1970) “Analysis of distributed lag models with applications to consumption function estimation,” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 865–888.
- Zoltners, A. and P. Sinha (1980) “Integer programming models for sales resource allocation,” *Management Science*, Vol. 26, No. 3, pp. 242–260.
- Zoltners, A. A. and P. Sinha (2005) “The 2004 ISMS Practice Prize Winner—Sales territory design: Thirty years of modeling and implementation,” *Marketing Science*, Vol. 24, No. 3, pp. 313–331.
- Zoltners, A. A., P. Sinha, and S. E. Lorimer (2008) “Sales force effectiveness: A framework for researchers and practitioners,” *Journal of Personal Selling & Sales Management*, Vol. 28, No. 2, pp. 115–131.
- コトラー, P.・K. L. ケラー (2008) 『コトラー & ケラーのマーケティング・マネジメント』, 恩蔵直人・月谷真紀訳, ピアソン・エデュケーション, 第 12 版.
- 井上友彦 (2010) 「医師の異質性を考慮した医薬品業界における営業訪問効果の分析」, 『マーケティング・サイエンス』, 第 18 巻, 49–73 頁.
- 厚生労働省 (2015) 「薬事工業生産動態統計平成 27 年年報」.
- 佐藤忠彦 (2010) 「マーケティングにおける結果データ動的活用のためのベイジアンモデリング (<特集> デジタル・エコノミー)」, 『オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学』, 第 55 巻, 第 1 号, 25–30 頁.
- 佐藤忠彦・樋口知之 (2008a) 「動学的売上反応モデルによる POS データの解析」, 『マーケティングサイエンス』, 第 15 巻, 第 1 号, 1–26 頁.
- (2008b) 「動的個人モデルによる消費者来店行動の解析」, 『日本統計学会論文誌』, 第 38 巻, 第 1 号, 1–38 頁.

- (2013) 『ビッグデータ時代のマーケティングーベイジアンモデリングの活用』, 講談社.
- 山口類・土屋映子・樋口知之 (2004) 「状態空間モデルを用いた飲食店売上の要因分解」, 『オペレーションズ・リサーチ』, 第 49 巻, 第 5 号, 52–60 頁.
- 照井伸彦 (2008) 『ベイズモデリングによるマーケティング分析』, 東京電機大学出版局.
- 総務省統計局 (2016) 「平成 28 年労働力調査結果. 表 I-B-6 [全国・構造表] 従業上の地位・雇用形態, 職業別就業者数」.
- 樋口知之 (2011) 『予測にいかす統計モデリングの基本ーベイズ統計入門から応用まで』, 講談社.
- 北川源四郎 (2005) 『時系列解析入門』, 岩波書店.
- 本橋永至・樋口知之 (2013) 「市場構造の変化を考慮したブランド選択モデルによる購買履歴データの解析」, 『マーケティング・サイエンス』, 第 21 巻, 第 1 号, 37–59 頁.
- 本橋永至・磯崎直樹・長尾大道・樋口知之 (2012) 「状態空間モデルによるインターネット広告のクリック率予測」, 『オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学』, 第 10 号, 574–583 頁.

付録 A

第 3 章の付録

A.1 MCMC のアルゴリズム

初期値を設定したのち、以下の 1～5 を十分な回数繰り返す。

1. (1-1)～(1-3) を $i = 1, \dots, m$ について繰り返し、顧客別パラメータをサンプリング

する。ただし、 $\mathbf{y}_i \equiv \{y_{i,1}, \dots, y_{i,n_i}\}$, $\mathbf{u}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}'_{i,1} \\ \vdots \\ \mathbf{u}'_{i,n_i} \end{bmatrix}$ とする。

(1-1) λ_i^* を M-H 法にて以下の完全条件付き事後分布からサンプリングする。

$$p(\lambda_i^* | \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\beta}_i, \boldsymbol{\theta}_{\lambda^*}, \omega_{\lambda^*}^2, \mathbf{u}_i, \mathbf{w}_i) \propto p(\mathbf{y}_i | \lambda_i^*, \boldsymbol{\beta}_i, \mathbf{u}_i) p(\lambda_i^* | \boldsymbol{\theta}_{\lambda^*}, \omega_{\lambda^*}^2, \mathbf{w}_i) \quad (\text{A.1a})$$

$$= \prod_{t=1}^{n_i} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp \left(-\frac{(y_{i,t} - \mathbf{u}'_{i,t}\boldsymbol{\beta}_i)^2}{2\sigma_i^2} \right) \right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_{\lambda^*}^2}} \exp \left(-\frac{(\lambda_i^* - \mathbf{w}'_i\boldsymbol{\theta}_{\lambda^*})^2}{2\omega_{\lambda^*}^2} \right) \right) \quad (\text{A.1b})$$

- M-H 法の詳細 (r 回目のイタレーション時)

- i. ランダムウォークにてサンプル候補を発生。

$$\lambda_i^{*(r^{\dagger})} = \lambda_i^{*(r-1)} + \xi, \quad \xi \sim \mathcal{N}(0, \psi^2) \quad (\text{A.2})$$

(本解析では、候補採択率が Gelman et al. (2004) などで推奨されている 44% 前後となるように調整した結果、 $\psi = 1.5$ と設定した。)

- ii. $\lambda_i^{*(r^\dagger)}$ を変換した $\lambda_i^{(r^\dagger)}$ 用いてディテール・ストック変数 $z_{i,t}$ を再計算し, $\mathbf{u}_i^{(r^\dagger)}$ を構築.

- iii. 採択確率 α を計算,

$$\alpha = \min \left\{ \frac{p \left(\lambda_i^{*(r^\dagger)} | y_i, \boldsymbol{\beta}_i, \boldsymbol{\theta}_{\lambda^*}, \omega_{\lambda^*}^2, \mathbf{u}_i^{(r^\dagger)}, \mathbf{w}_i, \right) \left| J_{\lambda_i^{*(r^\dagger)} \rightarrow \lambda_i^{(r^\dagger)}} \right|}{p \left(\lambda_i^{*(r-1)} | y_i, \boldsymbol{\beta}_i, \boldsymbol{\theta}_{\lambda^*}, \omega_{\lambda^*}^2, \mathbf{u}_i^{(r-1)}, \mathbf{w}_i, \right) \left| J_{\lambda_i^{*(r-1)} \rightarrow \lambda_i^{(r-1)}} \right|}, 1 \right\} \quad (\text{A.3})$$

ただし, $|J|$ は変数変換に伴うヤコビアンであり,

$$\left| J_{\lambda_i^* \rightarrow \lambda_i} \right| = \left| \frac{d\lambda_i^*}{d\lambda_i} \right| = \left| \frac{d \log(\lambda_i / (1 - \lambda_i))}{d\lambda_i} \right| = \frac{1}{\lambda_i(1 - \lambda_i)} \quad (\text{A.4})$$

- iv. 確率 α にて候補を採択し, $\lambda_i^{*(r)} = \lambda_i^{*(r^\dagger)}$, $\mathbf{u}_i^{(r)} = \mathbf{u}_i^{(r^\dagger)}$ とする.
それ以外は, $\lambda_i^{*(r)} = \lambda_i^{*(r-1)}$, $\mathbf{u}_i^{(r)} = \mathbf{u}_i^{(r-1)}$ とする.

(1-2) $\boldsymbol{\beta}_i$ を以下の多変量正規分布からサンプリングする.

$$\boldsymbol{\beta}_i | y_i, \sigma_i^2, \boldsymbol{\Theta}_\beta, \boldsymbol{\Omega}_\beta, \mathbf{u}_i, \mathbf{w}_i \sim \mathcal{MVN} \left(\bar{\boldsymbol{\beta}}_i, \left(\sigma_i^{-2} \mathbf{u}_i' \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\Omega}_\beta^{-1} \right)^{-1} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$\text{ただし, } \bar{\boldsymbol{\beta}}_i = \left(\sigma_i^{-2} \mathbf{u}_i' \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\Omega}_\beta^{-1} \right)^{-1} \left(\sigma_i^{-2} \mathbf{u}_i' y_i + \boldsymbol{\Omega}_\beta^{-1} \boldsymbol{\Theta}_\beta' \mathbf{w}_i \right) \quad (\text{A.6})$$

(1-3) σ_i^2 を以下の逆ガンマ分布からサンプリングする.

$$\sigma_i^2 | y_i, \boldsymbol{\beta}_i, \mathbf{u}_i \sim \mathcal{IG} \left(\frac{a^0 + n_i}{2}, \frac{b_i^0 + \bar{e}_i}{2} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$\text{ただし, } \bar{e}_i = (\mathbf{y}_i - \mathbf{u}_i \boldsymbol{\beta}_i)' (\mathbf{y}_i - \mathbf{u}_i \boldsymbol{\beta}_i) \quad (\text{A.8})$$

2. $\text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_\beta)$ を以下の多変量正規分布からサンプリングする.

$$\text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_\beta) | \boldsymbol{\Omega}_\beta, \{\boldsymbol{\beta}_i\}_{i=1}^m, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{MVN} \left(\text{vec}(\bar{\boldsymbol{\Theta}}_\beta), \boldsymbol{\Omega}_\beta \otimes (\mathbf{W}' \mathbf{W} + \mathbf{Q}_\beta)^{-1} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\text{ただし, } \bar{\boldsymbol{\Theta}}_\beta = (\mathbf{W}' \mathbf{W} + \mathbf{Q}_\beta)^{-1} (\mathbf{W}' \mathbf{B} + \mathbf{Q}_\beta \mathbf{F}_\beta) \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1' \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_m' \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1' \\ \vdots \\ \mathbf{w}_m' \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

3. $\boldsymbol{\Omega}_\beta$ を以下の逆ウィシャートからサンプリングする.

$$\boldsymbol{\Omega}_\beta | \boldsymbol{\Theta}_\beta, \{\boldsymbol{\beta}_i\}_{i=1}^m, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{IW}(g_\beta + m, \mathbf{H}_\beta + \bar{\mathbf{H}}_\beta) \quad (\text{A.12})$$

$$\text{ただし, } \bar{\mathbf{H}}_\beta = (\mathbf{B} - \mathbf{W} \boldsymbol{\Theta}_\beta)' (\mathbf{B} - \mathbf{W} \boldsymbol{\Theta}_\beta) \quad (\text{A.13})$$

4. θ_{λ^*} を以下の多変量正規分布からサンプリングする.

$$\theta_{\lambda^*} | \lambda^*, \omega_{\lambda^*}^2, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{MVN} \left(\bar{\theta}_{\lambda^*}, \left(\omega_{\lambda^*}^{-2} \mathbf{W}' \mathbf{W} + \mathbf{Q}_{\lambda^*}^{-1} \right)^{-1} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$\text{ただし, } \bar{\theta}_{\lambda^*} = \left(\omega_{\lambda^*}^{-2} \mathbf{W}' \mathbf{W} + \mathbf{Q}_{\lambda^*}^{-1} \right)^{-1} \left(\omega_{\lambda^*}^{-2} \mathbf{W}' \lambda^* + \mathbf{Q}_{\lambda^*}^{-1} \mathbf{f}_{\lambda^*} \right) \quad (\text{A.15})$$

5. $\omega_{\lambda^*}^2$ を以下の逆ガンマ分布からサンプリングする.

$$\omega_{\lambda^*}^2 | \lambda^*, \theta_{\lambda^*}, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{IG} \left(\frac{a^{\lambda^*} + m}{2}, \frac{b^{\lambda^*} + \bar{s}}{2} \right), \quad (\text{A.16})$$

$$\text{ただし, } \bar{s} = (\lambda^* - \mathbf{W} \theta_{\lambda^*})' (\lambda^* - \mathbf{W} \theta_{\lambda^*}) \quad (\text{A.17})$$

A.2 MCMC の標本経路と標本自己相関関数 (ACF)

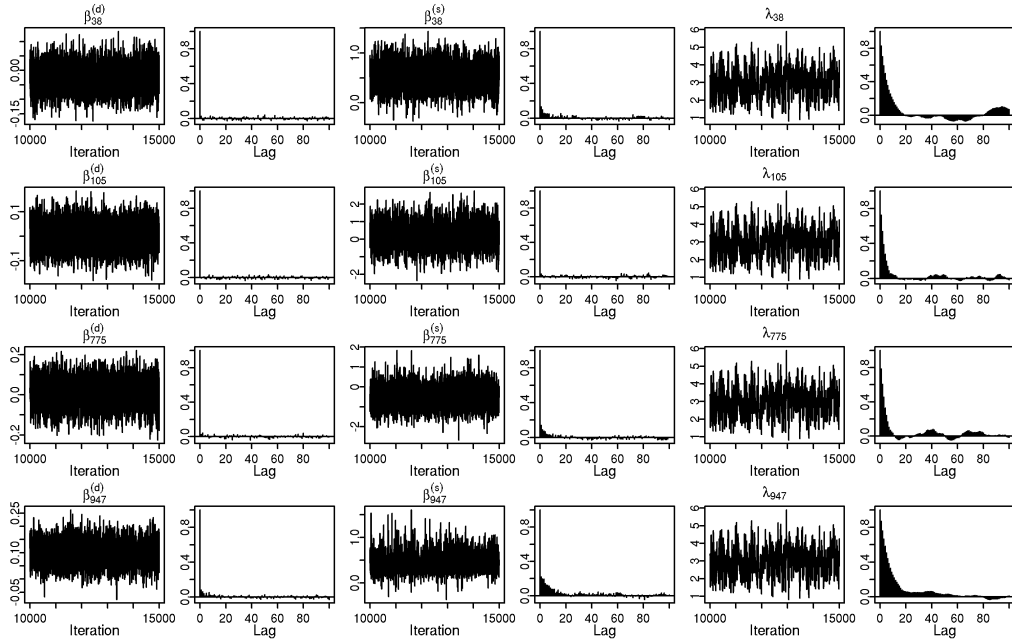


図 A.1 MCMC の標本経路と標本自己相関関数 (ACF) のプロット (一部抜粋)

A.3 推定用 R プログラム

提案モデルの推定に用いた R プログラムを以下に示す.

```
1 # -----
2 # MCMC for hierarchical Bayes regression with stock variable (hbrsto)
3 # -----
4 mcmc.hbrsto <- function (y, U, W, z.0, x.0, x.idx,
5                       n.iter, prior.param, init.value, psi) {
6
7   # Variable transformation
8   logit <- function (x) { log(x / (1 - x)) }
9   invlogit <- function (x) { exp(x) / (1 + exp(x)) }
10  Jacob <- function (x) { 1 / (x * (1 - x)) }
11
12  # Indices
13  m <- length(y)
14  k <- ncol(U[[1]]) + 1
15  l <- ncol(W)
16
17  # Store list
18  mcmc.out <- list()
19  mcmc.out$n.iter <- n.iter
20  mcmc.out$psi <- psi
21  mcmc.out$index <- t(matrix(c(length(unlist(y))), m, k, l),
22                        dimnames = list(c("N", "m", "k", "l"), NULL)))
23  mcmc.out$U.varnames <- colnames(U[[1]])
24  mcmc.out$W.varnames <- colnames(W)
25
26  # Hyperparameters for priors
27  mcmc.out$prior.param$a.0 <- a.0 <- prior.param$a.0
28  mcmc.out$prior.param$b.0 <- b.0 <- prior.param$b.0
29  mcmc.out$prior.param$F.bet <- F.bet <- prior.param$F.bet
30  mcmc.out$prior.param$Q.bet <- Q.bet <- prior.param$Q.bet
31  mcmc.out$prior.param$g.bet <- g.bet <- prior.param$g.bet
32  mcmc.out$prior.param$H.bet <- H.bet <- prior.param$H.bet
33  mcmc.out$prior.param$f.lamA <- f.lamA <- prior.param$f.lamA
34  mcmc.out$prior.param$Q.lamA <- Q.lamA <- prior.param$Q.lamA
35  mcmc.out$prior.param$a.lamA <- a.lamA <- prior.param$a.lamA
36  mcmc.out$prior.param$b.lamA <- b.lamA <- prior.param$b.lamA
37
38  # Initial values
39  mcmc.out$init.value$Bet <- Bet <- init.value$Bet
40  mcmc.out$init.value$sig2 <- sig2 <- init.value$sig2
41  mcmc.out$init.value$The.bet <- The.bet <- init.value$The.bet
42  mcmc.out$init.value$Ome.bet <- Ome.bet <- init.value$Ome.bet
43  mcmc.out$init.value$lam <- lam <- init.value$lam
44  mcmc.out$init.value$the.lamA <- the.lamA <- init.value$the.lamA
45  mcmc.out$init.value$ome2.lamA <- ome2.lamA <- init.value$ome2.lamA
46
47  # Drawn values
```

```

48 mcmc.out$Bet.draw <- array(NA, c(n.iter, m, k))
49 mcmc.out$sig2.draw <- array(NA, c(n.iter, m))
50 mcmc.out$The.bet.draw <- array(NA, c(n.iter, l, k))
51 mcmc.out$Ome.bet.draw <- array(NA, c(n.iter, k, k))
52 mcmc.out$lam.draw <- array(NA, c(n.iter, m))
53 mcmc.out$the.lamA.draw <- array(NA, c(n.iter, l))
54 mcmc.out$ome2.lamA.draw <- array(NA, n.iter)
55 mcmc.out$log.likelihood <- array(NA, n.iter)
56 mcmc.out$deviance <- array(NA, n.iter)
57 mcmc.out$lamA.MH <- array(NA, c(n.iter, m, 4))
58
59 # Set initial U & z
60 for (i in 1:m) {
61   n.i <- length(y[[i]])
62   z.vec <- NULL
63   z <- z.0[i]
64   x <- x.0[i]
65   for (t in 1:n.i) {
66     z <- lam[i] * z + (1 - lam[i]) * x
67     z.vec <- c(z.vec, z)
68     x <- U[[i]][t, x.idx]
69   }
70   U[[i]] <- cbind(U[[i]], z.vec)
71 }
72
73 # Time stamp
74 start.time <- proc.time()[3]
75
76 # -- MCMC loop -----
77 for (r in 1:n.iter) {
78
79   lamA <- rep(NA, m)
80   loglik <- rep(NA, m)
81   Ome.bet.inv <- chol2inv(chol(Ome.bet))
82
83   # -- Individual loop -----
84   for (i in 1:m) {
85     n.i <- length(y[[i]])
86
87     # Draw[1]: lam
88     ### Draw candidate
89     lamA[i] <- logit(lam[i])
90     lamA.c <- lamA[i] + rnorm(1, 0, psi)
91     lam.c <- invlogit(lamA.c)
92
93     ### Compute U.c
94     U.c <- U[[i]]
95     z.vec <- NULL
96     z <- z.0[i]
97     x <- x.0[i]
98     for (t in 1:n.i) {
99       z <- lam.c * z + (1 - lam.c) * x
100       z.vec <- c(z.vec, z)
101       x <- U.c[t, x.idx]
102     }
103     U.c[, k] <- z.vec

```

```

104
105     ### Compare log-likelihood
106     logpost.c <- sum(dnorm(y[[i]], U.c %*% Bet[i, ],
107                          sqrt(sig2[i]), log = TRUE)) +
108       dnorm(lamA.c, W[i, ] %*% the.lamA, sqrt(ome2.lamA), log = TRUE) +
109       log(Jacob(lam.c))
110     logpost.o <- sum(dnorm(y[[i]], U[[i]] %*% Bet[i, ],
111                          sqrt(sig2[i]), log = TRUE)) +
112       dnorm(lamA[i], W[i, ] %*% the.lamA, sqrt(ome2.lamA), log = TRUE) +
113       log(Jacob(lam[i]))
114     alpha <- min(exp(logpost.c - logpost.o), 1)
115
116     ### Accept/Reject
117     if (alpha > runif(1)) {
118       lam[i] <- lam.c
119       lamA[i] <- lamA.c
120       U[[i]] <- U.c
121       accept <- 1
122     }
123     else {
124       accept <- 0
125     }
126     mcmc.out$lamA.MH[r, i, ] <- c(logpost.o, logpost.c, alpha, accept)
127
128     # Draw[2]: bet
129     S.bet.i <- chol2inv(chol(crossprod(U[[i]]) / sig2[i] + Ome.bet.inv))
130     bet.bar.i <- S.bet.i %*% (crossprod(U[[i]], y[[i]]) / sig2[i] +
131                            Ome.bet.inv %*% bet.bar.i[i, ])
132     Bet[i, ] <- rmvnorm(bet.bar.i, S.bet.i)
133
134     # Draw[3]: sig2
135     e.bar.i <- crossprod(y[[i]] - U[[i]] %*% Bet[i, ])
136     sig2[i] <- rinvgamma(1, (a.0 + n.i) / 2, (b.0[i] + e.bar.i) / 2)
137
138     # Compute log-likelihood
139     loglik[i] <- sum(dnorm(y[[i]], U[[i]] %*% Bet[i, ],
140                          sqrt(sig2[i]), log = TRUE))
141   }
142   # -----
143
144   # Draw[4]: The.bet
145   S.The.bet <- chol2inv(chol(crossprod(W) + Q.bet))
146   The.bet.bar <- S.The.bet %*% (crossprod(W, Bet) + Q.bet %*% F.bet)
147   S.The.bet <- Ome.bet %x% S.The.bet
148   The.bet <- array(rmvnorm(as.vector(The.bet.bar), S.The.bet), c(1, k))
149
150   # Draw[5]: Ome.bet
151   H.bet.bar <- crossprod(Bet - W %*% The.bet)
152   Ome.bet <- rinvwish(g.bet + m, H.bet + H.bet.bar)
153   Ome.bet.inv <- chol2inv(chol(Ome.bet))
154
155   # Draw[6]: the.lamA
156   Q.lamA.inv <- chol2inv(chol(Q.lamA))
157   S.the.lamA <- chol2inv(chol(crossprod(W) / as.numeric(ome2.lamA) +
158                            Q.lamA.inv))
159   the.lamA.bar <- S.the.lamA %*% (crossprod(W, lamA) / as.numeric(ome2.lamA))

```

```

160         +
161         Q.lamA.inv %*% f.lamA)
162 the.lamA <- rmvnorm(the.lamA.bar, S.the.lamA)
163 # Draw[7]: ome2.lamA
164 s.bar <- crossprod(lamA - W %*% the.lamA)
165 ome2.lamA <- rinvgamma(1, (a.lamA + m) / 2, (b.lamA + s.bar) / 2)
166
167 # Store draws
168 mcmc.out$Bet.draw[r, , ] <- Bet
169 mcmc.out$sig2.draw[r, ] <- sig2
170 mcmc.out$The.bet.draw[r, ] <- as.vector(The.bet)
171 mcmc.out$Ome.bet.draw[r, ] <- as.vector(Ome.bet)
172 mcmc.out$lam.draw[r, ] <- lam
173 mcmc.out$the.lamA.draw[r, ] <- the.lamA
174 mcmc.out$ome2.lamA.draw[r, ] <- ome2.lamA
175 mcmc.out$log.likelihood[r, ] <- sum(loglik)
176 mcmc.out$deviance[r, ] <- -2 * sum(loglik)
177
178 # Time counter
179 if (r %% 100 == 0) {
180     current.time <- proc.time()[3]
181     elapsed.time <- round(current.time - start.time)
182     remaining.time <- round(elapsed.time * ((n.iter - r) / r))
183     cat("Iteration: ", r, ", Elapsed: ", elapsed.time, " sec",
184         ", Est.Remain: ", remaining.time, " sec\n", sep = "")
185     if (Sys.info()[1] != "Linux") {flush.console()}
186 }
187
188 }
189 return(mcmc.out)
190 }

```

付録 B

第 4 章の付録

B.1 MCMC のアルゴリズム

初期値を設定したのち，以下の 1～7 を十分な回数繰り返す．

1. (1-1)～(1-4) を $i = 1, \dots, m$ について繰り返し，医師別パラメータをサンプリングする．

(1-1) β_i^\dagger を M-H 法にて以下の完全条件付き事後分布からサンプリングする．

$$p(\beta_i^\dagger | y_i, \gamma_i^*, \lambda_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \Theta_{\beta^\dagger}, \Omega_{\beta^\dagger}, u_i, x_i^C, w_i) \quad (\text{B.1})$$

$$\propto p(y_i | \beta_i^\dagger, \gamma_i^*, \lambda_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, u_i, x_i^C) p(\beta_i^\dagger | \Theta_{\beta^\dagger}, \Omega_{\beta^\dagger}, w_i) \quad (\text{B.2})$$

$$= \prod_{j=1}^4 \prod_{t \in R_i^{(j)}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(j)}}} \exp \left(-\frac{(y_{i,t} - u_{i,t}\beta_i^{(j)})^2}{2\sigma_i^{2(j)}} \right) \right) \quad (\text{B.3})$$

$$\times \left(\frac{1}{\sqrt{\det(2\pi\Omega_{\beta^\dagger})}} \exp \left(-\frac{1}{2}(\beta_i^\dagger - \Theta_{\beta^\dagger}' w_i)' \Omega_{\beta^\dagger}^{-1} (\beta_i^\dagger - \Theta_{\beta^\dagger}' w_i) \right) \right) \quad (\text{B.4})$$

- M-H 法の詳細 (r 回目のイタレーション時)
 - i. ランダムウォークにてサンプル候補を発生．

$$\beta_i^{\dagger(r*)} = \beta_i^{\dagger(r-1)} + \xi_{\beta^\dagger}, \quad \xi_{\beta^\dagger} \sim \mathcal{MVN}(\mathbf{0}, \psi_{\beta^\dagger} I) \quad (\text{B.5})$$

ii. 採択確率 α を計算.

$$\alpha = \min \left\{ \frac{p(\boldsymbol{\beta}_i^{\dagger(r^*)} | \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\gamma}_i^*, \boldsymbol{\lambda}_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\beta}^\dagger}, \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\beta}^\dagger}, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C, \mathbf{w}_i)}{p(\boldsymbol{\beta}_i^{\dagger(r-1)} | \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\gamma}_i^*, \boldsymbol{\lambda}_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\beta}^\dagger}, \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\beta}^\dagger}, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C, \mathbf{w}_i)}, 1 \right\} \quad (\text{B.6})$$

iii. 確率 α にて候補を採択し, $\boldsymbol{\beta}_i^{\dagger(r)} = \boldsymbol{\beta}_i^{\dagger(r^*)}$ とする. それ以外は, $\boldsymbol{\beta}_i^{\dagger(r)} = \boldsymbol{\beta}_i^{\dagger(r-1)}$ とする.

(1-2) $\boldsymbol{\gamma}_i^*$ を M-H 法にて以下の完全条件付き事後分布からサンプリングする.

$$p(\boldsymbol{\gamma}_i^* | \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\beta}_i^\dagger, \boldsymbol{\lambda}_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\gamma}^*}, \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\gamma}^*}, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C, \mathbf{w}_i) \quad (\text{B.7})$$

$$\propto p(\mathbf{y}_i | \boldsymbol{\beta}_i^\dagger, \boldsymbol{\gamma}_i^*, \boldsymbol{\lambda}_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C) p(\boldsymbol{\gamma}_i^* | \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\gamma}^*}, \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\gamma}^*}, \mathbf{w}_i) \quad (\text{B.8})$$

$$= \prod_{j=1}^4 \prod_{t \in R_i^{(j)}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(j)}}} \exp \left(-\frac{(y_{i,t} - \mathbf{u}_{i,t} \boldsymbol{\beta}_i^{(j)})^2}{2\sigma_i^{2(j)}} \right) \right) \quad (\text{B.9})$$

$$\times \left(\frac{1}{\sqrt{\det(2\pi\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\gamma}^*})}} \exp \left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\gamma}_i^* - \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\gamma}^*}' \mathbf{w}_i)' \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\gamma}^*}^{-1} (\boldsymbol{\gamma}_i^* - \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\gamma}^*}' \mathbf{w}_i) \right) \right) \quad (\text{B.10})$$

- M-H 法の詳細は (1-a) と同様. ただし, 尤度の計算時に $R_i^{(j)}$ を再構成する.

(1-3) $\boldsymbol{\lambda}_i^*$ を M-H 法にて以下の完全条件付き事後分布からサンプリングする.

$$p(\boldsymbol{\lambda}_i^* | \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\beta}_i^\dagger, \boldsymbol{\gamma}_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\lambda}^*}, \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\lambda}^*}, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C, \mathbf{w}_i) \quad (\text{B.11})$$

$$\propto p(\mathbf{y}_i | \boldsymbol{\beta}_i^\dagger, \boldsymbol{\gamma}_i^*, \boldsymbol{\lambda}_i^*, \sigma_i^{2\dagger}, \mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i^C) p(\boldsymbol{\lambda}_i^* | \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\lambda}^*}, \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\lambda}^*}, \mathbf{w}_i) \quad (\text{B.12})$$

$$= \prod_{j=1}^4 \prod_{t \in R_i^{(j)}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^{2(j)}}} \exp \left(-\frac{(y_{i,t} - \mathbf{u}_{i,t} \boldsymbol{\beta}_i^{(j)})^2}{2\sigma_i^{2(j)}} \right) \right) \quad (\text{B.13})$$

$$\times \left(\frac{1}{\sqrt{\det(2\pi\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\lambda}^*})}} \exp \left(-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\lambda}_i^* - \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\lambda}^*}' \mathbf{w}_i)' \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{\lambda}^*}^{-1} (\boldsymbol{\lambda}_i^* - \boldsymbol{\Theta}_{\boldsymbol{\lambda}^*}' \mathbf{w}_i) \right) \right) \quad (\text{B.14})$$

- M-H 法の詳細は (1-a) と同様. ただし, 尤度の計算時に $R_i^{(j)}$ を再構成する.

(1-4) $\sigma_i^{2\ddagger}$ を以下の各逆ガンマ分布からそれぞれサンプリングする.

$$\sigma_i^{2(j)} | \mathbf{y}_i, \mathbf{u}_i, \boldsymbol{\beta}_i^{(j)}, \boldsymbol{\gamma}_i^*, \lambda_i^* \sim \mathcal{IG} \left(\frac{a_0 + |R_i^{(j)}|}{2}, \frac{b_0 + \bar{e}_i^{(j)}}{2} \right) \quad (\text{B.15})$$

$$\text{ただし, } \bar{e}_i^{(j)} = \sum_{t \in R_i^{(j)}} (y_{i,t} - \mathbf{u}_{i,t} \boldsymbol{\beta}_i^{(j)})^2, \quad j = 1, \dots, 4 \quad (\text{B.16})$$

なお, $|R_i^{(j)}|$ は, $R_i^{(j)}$ の要素数を表す.

2. $\text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger})$ を以下の多変量正規分布からサンプリングする.

$$\text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger}) | \boldsymbol{\Omega}_{\beta^\dagger}, \{\boldsymbol{\beta}_i^\dagger\}_{i=1}^m, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{MVN}(\text{vec}(\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\beta^\dagger}), \boldsymbol{\Omega}_{\beta^\dagger} \otimes (\mathbf{W}'\mathbf{W} + \mathbf{Q}_{\beta^\dagger})^{-1}) \quad (\text{B.17})$$

$$\text{ただし, } \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\beta^\dagger} = (\mathbf{W}'\mathbf{W} + \mathbf{Q}_{\beta^\dagger})^{-1} (\mathbf{W}'\mathbf{B}^\dagger + \mathbf{Q}_{\beta^\dagger} \mathbf{F}_{\beta^\dagger}) \quad (\text{B.18})$$

$$\mathbf{B}^\dagger = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_1^{\dagger'} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_m^{\dagger'} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1' \\ \vdots \\ \mathbf{w}_m' \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

3. $\boldsymbol{\Omega}_{\beta^\dagger}$ を以下の逆ウィシャート分布からサンプリングする.

$$\boldsymbol{\Omega}_{\beta^\dagger} | \boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger}, \{\boldsymbol{\beta}_i^\dagger\}_{i=1}^m, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{IW}(g_{\beta^\dagger} + m, \mathbf{H}_{\beta^\dagger} + \bar{\mathbf{H}}_{\beta^\dagger}) \quad (\text{B.20})$$

$$\text{ただし, } \bar{\mathbf{H}}_{\beta^\dagger} = (\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{W}\boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger})' (\mathbf{B}^\dagger - \mathbf{W}\boldsymbol{\Theta}_{\beta^\dagger}) \quad (\text{B.21})$$

4. $\text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*})$ を以下の多変量正規分布からサンプリングする.

$$\text{vec}(\boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*}) | \boldsymbol{\Omega}_{\gamma^*}, \{\boldsymbol{\gamma}_i^*\}_{i=1}^m, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{MVN}(\text{vec}(\bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\gamma^*}), \boldsymbol{\Omega}_{\gamma^*} \otimes (\mathbf{W}'\mathbf{W} + \mathbf{Q}_{\gamma^*})^{-1}) \quad (\text{B.22})$$

$$\text{ただし, } \bar{\boldsymbol{\Theta}}_{\gamma^*} = (\mathbf{W}'\mathbf{W} + \mathbf{Q}_{\gamma^*})^{-1} (\mathbf{W}'\boldsymbol{\Gamma}^* + \mathbf{Q}_{\gamma^*} \mathbf{F}_{\gamma^*}) \quad (\text{B.23})$$

$$\boldsymbol{\Gamma}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_1^{*'} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\gamma}_m^{*'} \end{bmatrix} \quad (\text{B.24})$$

5. $\boldsymbol{\Omega}_{\gamma^*}$ を以下の逆ウィシャート分布からサンプリングする.

$$\boldsymbol{\Omega}_{\gamma^*} | \boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*}, \{\boldsymbol{\gamma}_i^*\}_{i=1}^m, \{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{IW}(g_{\gamma^*} + m, \mathbf{H}_{\gamma^*} + \bar{\mathbf{H}}_{\gamma^*}) \quad (\text{B.25})$$

$$\text{ただし, } \bar{\mathbf{H}}_{\gamma^*} = (\boldsymbol{\Gamma}^* - \mathbf{W}\boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*})' (\boldsymbol{\Gamma}^* - \mathbf{W}\boldsymbol{\Theta}_{\gamma^*}) \quad (\text{B.26})$$

6. $\text{vec}(\Theta_{\lambda^*})$ を以下の多変量正規分布からサンプリングする.

$$\text{vec}(\Theta_{\lambda^*}) | \Omega_{\lambda^*}, \{\lambda_i^*\}_{i=1}^m, \{w_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{MVN}(\text{vec}(\bar{\Theta}_{\lambda^*}), \Omega_{\lambda^*} \otimes (W'W + Q_{\lambda^*})^{-1}) \quad (\text{B.27})$$

$$\text{ただし, } \bar{\Theta}_{\lambda^*} = (W'W + Q_{\lambda^*})^{-1}(W'\Lambda^* + Q_{\lambda^*}F_{\lambda^*}) \quad (\text{B.28})$$

$$\Lambda^* = \begin{bmatrix} \lambda_1^* \\ \vdots \\ \lambda_m^* \end{bmatrix} \quad (\text{B.29})$$

7. Ω_{λ^*} を以下の逆ウィシャート分布からサンプリングする.

$$\Omega_{\lambda^*} | \Theta_{\lambda^*}, \{\lambda_i^*\}_{i=1}^m, \{w_i\}_{i=1}^m \sim \mathcal{IW}(g_{\lambda^*} + m, H_{\lambda^*} + \bar{H}_{\lambda^*}) \quad (\text{B.30})$$

$$\text{ただし, } \bar{H}_{\lambda^*} = (\Lambda^* - W\Theta_{\lambda^*})'(\Lambda^* - W\Theta_{\lambda^*}) \quad (\text{B.31})$$

B.2 推定結果に関するその他の図

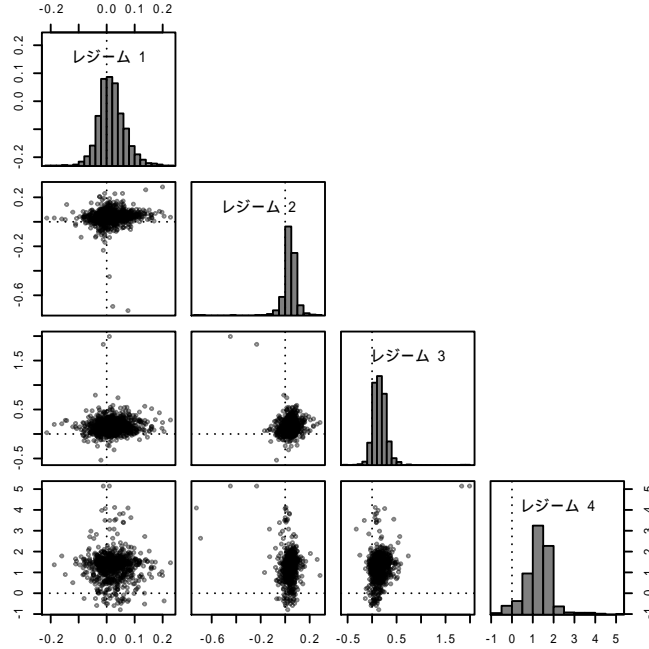


図 B.1 レジーム別 $\beta_i^{\text{ディテール回数}}$ の関係性

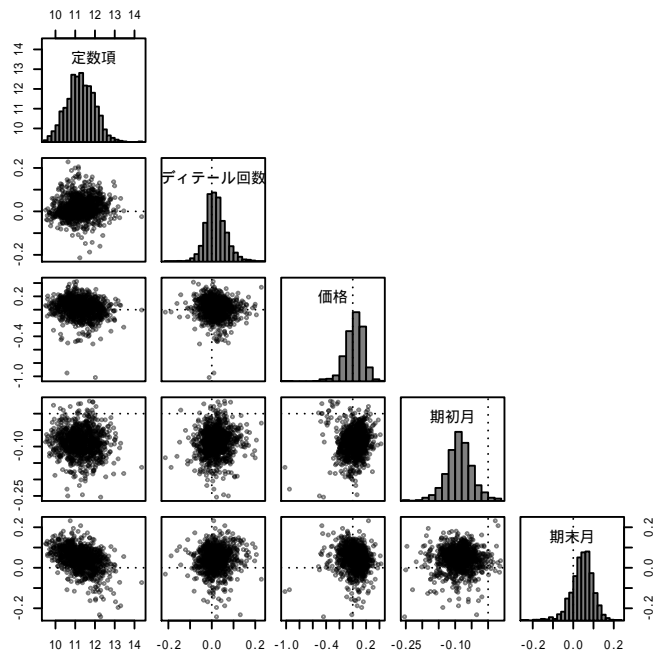


図 B.2 レジーム 1 における β_i の関係性

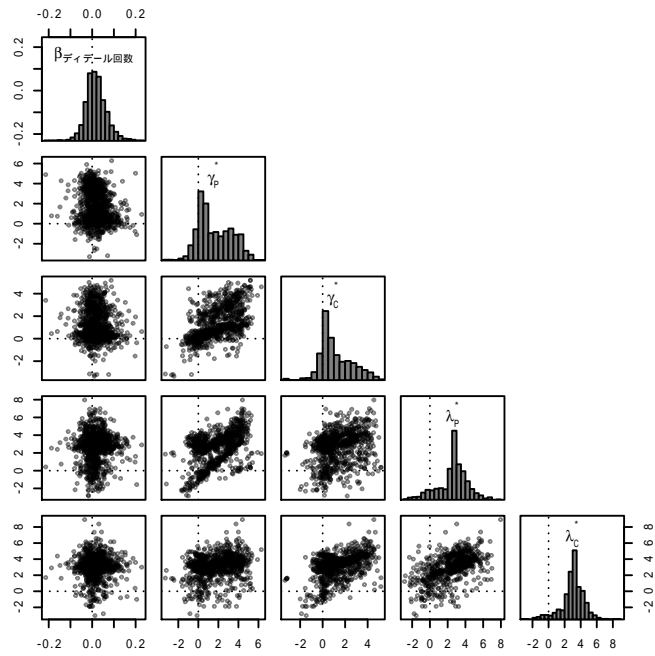


図 B.3 レジーム 1 における $\beta_i^{\text{デイテール回数}}, \gamma_i^*, \lambda_i^*$ の関係性

B.3 推定用 Fortran プログラム

提案モデルの推定に用いた Fortran プログラムを以下に示す。サブルーチンとして R から呼び出し実行した。本プログラムは、擬似乱数の生成にはメルセンヌ・ツイスタ (Matsumoto and Nishimura, 1998) の Fortran 実装である `mt19937.f90`^{*1}を、また、コレスキー分解など行列の分解には LAPACK ライブラリ^{*2}を利用している。

```
1  ! -----
2  ! MCMC for hierachical Bayes 2-dimensional threshold regression model (hb2dtrm)
3  !
4  ! Depends: BLAS/LAPACK, mt19937.f90
5  ! -----
6  subroutine mcmc_hb2dtrm(seed, np, m, n, k, k4, l, psi_betD, psi_gamA, psi_lamA, &
7     y, x, vis, w, det_0, vis_0, z_0, a0, b0, F_betD, F_gamA, F_lamA, &
8     Q_betD, Q_gamA, Q_lamA, g_betD, g_gamA, g_lamA, H_betD, H_gamA, H_lamA, &
9     betD_0, gamA_0, lamA_0, sig2D_0, the_betD_0, the_gamA_0, the_lamA_0, &
10    ome_betD_0, ome_gamA_0, ome_lamA_0, &
11    o_betD, o_gamA, o_lamA, o_sig2D, o_the_betD, o_the_gamA, o_the_lamA, &
12    o_ome_betD, o_ome_gamA, o_ome_lamA, o_loglik, o_accept, errcum)
13  implicit none
14  integer, intent(in) :: seed, np, m, n, k, k4, l
15  double precision, intent(in) :: psi_betD(m, k4), psi_gamA(m, 2), psi_lamA(m, 2)
16  double precision, intent(in) :: y(m, n), x(m, n, k), vis(m, n), w(m, l)
17  double precision, intent(in) :: det_0(m), vis_0(m), z_0(m, 2)
18  double precision, intent(in) :: a0, b0
19  double precision, intent(in) :: F_betD(l, k4), F_gamA(l, 2), F_lamA(l, 2)
20  double precision, intent(in) :: Q_betD(l, l), Q_gamA(l, l), Q_lamA(l, l)
21  double precision, intent(in) :: g_betD, g_gamA, g_lamA
22  double precision, intent(in) :: H_betD(k4, k4), H_gamA(2, 2), H_lamA(2, 2)
23  double precision, intent(in) :: betD_0(m, k4), gamA_0(m, 2), lamA_0(m, 2)
24  double precision, intent(in) :: sig2D_0(m, 4)
25  double precision, intent(in) :: the_betD_0(l, k4), the_gamA_0(l, 2)
26  double precision, intent(in) :: the_lamA_0(l, 2), ome_betD_0(k4, k4)
27  double precision, intent(in) :: ome_gamA_0(2, 2), ome_lamA_0(2, 2)
28  integer, intent(out) :: errcum
29  double precision, intent(out) :: o_betD(np, m, k4), o_gamA(np, m, 2)
30  double precision, intent(out) :: o_lamA(np, m, 2), o_sig2D(np, m, 4)
31  double precision, intent(out) :: o_the_betD(np, l, k4), o_the_gamA(np, l, 2)
32  double precision, intent(out) :: o_the_lamA(np, l, 2), o_ome_betD(np, k4, k4)
33  double precision, intent(out) :: o_ome_gamA(np, 2, 2), o_ome_lamA(np, 2, 2)
34  double precision, intent(out) :: o_loglik(np), o_accept(np, m, 3)
35  integer :: r, i, t, err, j, n_i_j
36  integer :: s_i(n), s_i_o(n), s_i_c(n)
37  double precision :: w_t(l, m), det(m, n)
```

^{*1} <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/VERSIONS/FORTRAN/fortran.html>

^{*2} <http://www.netlib.org/lapack/>

```

38 double precision :: uu(np * m * 3), u(np, m, 3)
39 double precision :: m_xi_betD(k4), m_xi_gamA(2), m_xi_lamA(2)
40 double precision :: S_xi_betD(k4, k4), S_xi_gamA(2, 2), S_xi_lamA(2, 2)
41 double precision :: xi_betD(np, m, k4), xi_gamA(np, m, 2), xi_lamA(np, m, 2)
42 double precision :: betD(m, k4), gamA(m, 2), lamA(m, 2)
43 double precision :: sig2D(m, 4)
44 double precision :: the_betD(1, k4), the_gamA(1, 2)
45 double precision :: the_lamA(1, 2), ome_betD(k4, k4)
46 double precision :: ome_gamA(2, 2), ome_lamA(2, 2)
47 double precision :: the_betD_t1(1, 1), the_betD_t2(1, k4)
48 double precision :: the_betD_t3(1 * k4, 1 * k4), the_betD_t4(1 * k4)
49 double precision :: ome_betD_t1(m, k4), ome_betD_t2(k4, k4)
50 double precision :: the_gamA_t1(1, 1), the_gamA_t2(1, 2)
51 double precision :: the_gamA_t3(1 * 2, 1 * 2), the_gamA_t4(1 * 2)
52 double precision :: ome_gamA_t1(m, 2), ome_gamA_t2(2, 2)
53 double precision :: the_lamA_t1(1, 1), the_lamA_t2(1, 2)
54 double precision :: the_lamA_t3(1 * 2, 1 * 2), the_lamA_t4(1 * 2)
55 double precision :: ome_lamA_t1(m, 2), ome_lamA_t2(2, 2)
56 double precision :: y_i(n), x_i(n, k), dv_i(0:n, 2), w_i(1, 1)
57 double precision :: betD_i_o(k4), betD_i_c(k4), betD_i_mu(k4, 1)
58 double precision :: bet_i_0(k, 4), bet_i_o0(k, 4), bet_i_c0(k, 4)
59 double precision :: bet_i(k, n), bet_i_o(k, n), bet_i_c(k, n)
60 double precision :: sig2_i(n), sig2_i_o(n), sig2_i_c(n)
61 double precision :: gamA_i_o(2), gamA_i_c(2), gamA_i_mu(2, 1)
62 double precision :: gam_i(2), gam_i_o(2), gam_i_c(2)
63 double precision :: lamA_i_o(2), lamA_i_c(2), lamA_i_mu(2, 1)
64 double precision :: lam_i(2), lam_i_o(2), lam_i_c(2)
65 double precision :: z_i(0:n, 2), z_i_o(0:n, 2), z_i_c(0:n, 2)
66 double precision :: rss_i(n), rss_i_j
67 double precision :: logpost_o, logpost_c, ld, alpha
68 double precision :: loglik, accept(m, 3)
69 double precision :: logit, ilogit
70
71 ! RNG seed
72 if (seed /= 0) then
73     call set_seed(seed)
74 endif
75
76 ! Data preparation
77 det = x(:, :, 2)
78 w_t = transpose(w)
79
80 ! Random numbers for M-H
81 m_xi_betD = 0.0d0
82 m_xi_gamA = 0.0d0
83 m_xi_lamA = 0.0d0
84 do i = 1, m
85     S_xi_betD = 0.0d0
86     S_xi_gamA = 0.0d0
87     S_xi_lamA = 0.0d0
88     do j = 1, k4
89         S_xi_betD(j, j) = psi_betD(i, j)
90     enddo
91     do j = 1, 2
92         S_xi_gamA(j, j) = psi_gamA(i, j)
93         S_xi_lamA(j, j) = psi_lamA(i, j)

```

```

94     enddo
95     do r = 1, np
96         call rmnorm(1, m_xi_betD, S_xi_betD, k4, xi_betD(r, i, :), err)
97         errcum = errcum + err
98         call rmnorm(1, m_xi_gamA, S_xi_gamA, 2, xi_gamA(r, i, :), err)
99         errcum = errcum + err
100        call rmnorm(1, m_xi_lamA, S_xi_lamA, 2, xi_lamA(r, i, :), err)
101        errcum = errcum + err
102    enddo
103 enddo
104
105 call runif(np * m * 3, 0.0d0, 1.0d0, uu)
106 u = reshape(uu, (/ np, m, 3 /))
107
108 ! Initialize
109 betD = betD_0
110 gamA = gamA_0
111 lamA = lamA_0
112 sig2D = sig2D_0
113 the_betD = the_betD_0
114 ome_betD = ome_betD_0
115 the_gamA = the_gamA_0
116 ome_gamA = ome_gamA_0
117 the_lamA = the_lamA_0
118 ome_lamA = ome_lamA_0
119
120 ! -- MCMC loop -----
121 do r = 1, np
122
123     loglik = 0.0d0
124
125     ! Draw 1: the_betD(1, k4)
126     call matinv(matmul(w_t, w) + Q_betD, 1, the_betD_t1, err) !(1, 1)
127     errcum = errcum + err
128     the_betD_t2 = matmul(the_betD_t1, &
129         matmul(w_t, betD) + matmul(Q_betD, F_betD)) !(1, k4)
130     call matkron(ome_betD, the_betD_t1, k4, k4, 1, 1, &
131         the_betD_t3) !(1 * k4, 1 * k4)
132     call rmnorm(1, reshape(the_betD_t2, (/ 1 * k4 /)), the_betD_t3, 1 * k4, &
133         the_betD_t4, err) !(1 * k4)
134     errcum = errcum + err
135     the_betD = reshape(the_betD_t4, (/ 1, k4 /))
136
137     ! Draw 2: ome_betD(k4, k4)
138     ome_betD_t1 = betD - matmul(w, the_betD) !(m, k4)
139     ome_betD_t2 = matmul(transpose(ome_betD_t1), ome_betD_t1) !(k4, k4)
140     call riwish(g_betD + m, H_betD + ome_betD_t2, k4, ome_betD, err)
141     errcum = errcum + err
142
143     ! Draw 3: the_gamA(1, 2)
144     call matinv(matmul(w_t, w) + Q_gamA, 1, the_gamA_t1, err) !(1, 1)
145     errcum = errcum + err
146     the_gamA_t2 = matmul(the_gamA_t1, &
147         matmul(w_t, gamA) + matmul(Q_gamA, F_gamA)) !(1, 2)
148     call matkron(ome_gamA, the_gamA_t1, 2, 2, 1, 1, &
149         the_gamA_t3) !(1 * 2, 1 * 2)

```



```

150     call rmnorm(1, reshape(the_gamA_t2, (/ 1 * 2 /)), the_gamA_t3, 1 * 2, &
151         the_gamA_t4, err) !(1 * 2)
152     errcum = errcum + err
153     the_gamA = reshape(the_gamA_t4, (/ 1, 2 /))
154
155     ! Draw 4: ome_gamA(2, 2)
156     ome_gamA_t1 = gamA - matmul(w, the_gamA) !(m, 2)
157     ome_gamA_t2 = matmul(transpose(ome_gamA_t1), ome_gamA_t1) !(2, 2)
158     call riwish(g_gamA + m, H_gamA + ome_gamA_t2, 2, ome_gamA, err)
159     errcum = errcum + err
160
161     ! Draw 5: the_lamA(1, 2)
162     call matinv(matmul(w_t, w) + Q_lamA, 1, the_lamA_t1, err) !(1, 1)
163     errcum = errcum + err
164     the_lamA_t2 = matmul(the_lamA_t1, &
165         matmul(w_t, lamA) + matmul(Q_lamA, F_lamA)) !(1, 2)
166     call matkron(ome_lamA, the_lamA_t1, 2, 2, 1, 1, &
167         the_lamA_t3) !(1 * 2, 1 * 2)
168     call rmnorm(1, reshape(the_lamA_t2, (/ 1 * 2 /)), the_lamA_t3, 1 * 2, &
169         the_lamA_t4, err) !(1 * 2)
170     errcum = errcum + err
171     the_lamA = reshape(the_lamA_t4, (/ 1, 2 /))
172
173     ! Draw 6: ome_lamA(2, 2)
174     ome_lamA_t1 = lamA - matmul(w, the_lamA) !(m, 2)
175     ome_lamA_t2 = matmul(transpose(ome_lamA_t1), ome_lamA_t1) !(2, 2)
176     call riwish(g_lamA + m, H_lamA + ome_lamA_t2, 2, ome_lamA, err)
177     errcum = errcum + err
178
179     ! -- Individual loop -----
180     do i = 1, m
181
182         y_i = y(i, :)
183         x_i = x(i, :, :)
184         z_i(0, :) = z_0(i, :)
185         dv_i(0, 1) = det_0(i)
186         dv_i(1:n, 1) = det(i, :)
187         dv_i(0, 2) = vis_0(i)
188         dv_i(1:n, 2) = vis(i, :)
189         w_i = reshape(w(i, :), (/ 1, 1 /))
190
191         ! Draw 7-1: betD_i(k4)
192         gam_i = (/ exp(gamA(i, 1)), exp(gamA(i, 2)) /)
193         lam_i = (/ ilogit(lamA(i, 1)), ilogit(lamA(i, 2)) /)
194
195         do t = 1, n
196             z_i(t, :) = lam_i * (z_i(t - 1, :) + dv_i(t - 1, :))
197             if (z_i(t, 1) >= gam_i(1) .and. z_i(t, 2) >= gam_i(2)) then
198                 s_i(t) = 1
199             else if (z_i(t, 2) >= gam_i(2)) then
200                 s_i(t) = 2
201             else if (z_i(t, 1) < gam_i(1)) then
202                 s_i(t) = 3
203             else
204                 s_i(t) = 4
205             endif

```

```

206     enddo
207
208     betD_i_o = betD(i, :)
209     betD_i_c = betD_i_o + xi_betD(r, i, :)
210     bet_i_o0 = reshape(betD_i_o, (/ k, 4 /))
211     bet_i_c0 = reshape(betD_i_c, (/ k, 4 /))
212     bet_i_o = bet_i_o0(:, s_i)
213     bet_i_c = bet_i_c0(:, s_i)
214     sig2_i = sig2D(i, s_i)
215     betD_i_mu = matmul(transpose(the_betD), w_i)
216
217     call dmnorml(betD_i_o, betD_i_mu(:, 1), ome_betD, k4, logpost_o, err)
218     errcum = errcum + err
219     do t = 1, n
220         call dnorml(y_i(t), sum(bet_i_o(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i(t), ld)
221         logpost_o = logpost_o + ld
222     enddo
223
224     call dmnorml(betD_i_c, betD_i_mu(:, 1), ome_betD, k4, logpost_c, err)
225     errcum = errcum + err
226     do t = 1, n
227         call dnorml(y_i(t), sum(bet_i_c(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i(t), ld)
228         logpost_c = logpost_c + ld
229     enddo
230
231     alpha = min(exp(logpost_c - logpost_o), 1.0d0)
232     if (alpha > u(r, i, 1)) then
233         betD(i, :) = betD_i_c
234         accept(i, 1) = 1
235     else
236         accept(i, 1) = 0
237     endif
238
239     ! Draw 7-2: gamA_i(2)
240     gamA_i_o = gamA(i, :)
241     gamA_i_c = gamA_i_o + xi_gamA(r, i, :)
242     gam_i_o = (/ exp(gamA_i_o(1)), exp(gamA_i_o(2)) /)
243     gam_i_c = (/ exp(gamA_i_c(1)), exp(gamA_i_c(2)) /)
244
245     do t = 1, n
246         if (z_i(t, 1) >= gam_i_o(1) .and. z_i(t, 2) >= gam_i_o(2)) then
247             s_i_o(t) = 1
248         else if (z_i(t, 2) >= gam_i_o(2)) then
249             s_i_o(t) = 2
250         else if (z_i(t, 1) < gam_i_o(1)) then
251             s_i_o(t) = 3
252         else
253             s_i_o(t) = 4
254         endif
255         if (z_i(t, 1) >= gam_i_c(1) .and. z_i(t, 2) >= gam_i_c(2)) then
256             s_i_c(t) = 1
257         else if (z_i(t, 2) >= gam_i_c(2)) then
258             s_i_c(t) = 2
259         else if (z_i(t, 1) < gam_i_c(1)) then
260             s_i_c(t) = 3
261         else

```

```

262         s_i_c(t) = 4
263     endif
264 enddo
265
266 bet_i_0 = reshape(betD(i, :), (/ k, 4 /))
267 bet_i_o = bet_i_0(:, s_i_o)
268 bet_i_c = bet_i_0(:, s_i_c)
269 sig2_i_o = sig2D(i, s_i_o)
270 sig2_i_c = sig2D(i, s_i_c)
271 gamA_i_mu = matmul(transpose(the_gamA), w_i)
272
273 call dmnorml(gamA_i_o, gamA_i_mu(:, 1), ome_gamA, 2, logpost_o, err)
274 errcum = errcum + err
275 do t = 1, n
276     call dnorml(y_i(t), sum(bet_i_o(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i_o(t), ld)
277     logpost_o = logpost_o + ld
278 enddo
279
280 call dmnorml(gamA_i_c, gamA_i_mu(:, 1), ome_gamA, 2, logpost_c, err)
281 errcum = errcum + err
282 do t = 1, n
283     call dnorml(y_i(t), sum(bet_i_c(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i_c(t), ld)
284     logpost_c = logpost_c + ld
285 enddo
286
287 alpha = min(exp(logpost_c - logpost_o), 1.0d0)
288 if (alpha > u(r, i, 2)) then
289     gamA(i, :) = gamA_i_c
290     accept(i, 2) = 1
291 else
292     accept(i, 2) = 0
293 endif
294
295 ! Draw 7-3: lamA_i(2)
296 gam_i = (/ exp(gamA(i, 1)), exp(gamA(i, 2)) /)
297 lamA_i_o = lamA(i, :)
298 lamA_i_c = lamA_i_o + xi_lamA(r, i, :)
299 lam_i_o = (/ ilogit(lamA_i_o(1)), ilogit(lamA_i_o(2)) /)
300 lam_i_c = (/ ilogit(lamA_i_c(1)), ilogit(lamA_i_c(2)) /)
301 z_i_o(0, :) = z_0(i, :)
302 z_i_c(0, :) = z_0(i, :)
303
304 do t = 1, n
305     z_i_o(t, :) = lam_i_o * (z_i_o(t - 1, :) + dv_i(t - 1, :))
306     if (z_i_o(t, 1) >= gam_i(1) .and. z_i_o(t, 2) >= gam_i(2)) then
307         s_i_o(t) = 1
308     else if (z_i_o(t, 2) >= gam_i(2)) then
309         s_i_o(t) = 2
310     else if (z_i_o(t, 1) < gam_i(1)) then
311         s_i_o(t) = 3
312     else
313         s_i_o(t) = 4
314     endif
315     z_i_c(t, :) = lam_i_c * (z_i_c(t - 1, :) + dv_i(t - 1, :))
316     if (z_i_c(t, 1) >= gam_i(1) .and. z_i_c(t, 2) >= gam_i(2)) then
317         s_i_c(t) = 1

```

```

318         else if (z_i_c(t, 2) >= gam_i(2)) then
319             s_i_c(t) = 2
320         else if (z_i_c(t, 1) < gam_i(1)) then
321             s_i_c(t) = 3
322         else
323             s_i_c(t) = 4
324         endif
325     enddo
326
327     bet_i_0 = reshape(betD(i, :), (/ k, 4 /))
328     bet_i_o = bet_i_0(:, s_i_o)
329     bet_i_c = bet_i_0(:, s_i_c)
330     sig2_i_o = sig2D(i, s_i_o)
331     sig2_i_c = sig2D(i, s_i_c)
332     lamA_i_mu = matmul(transpose(the_lamA), w_i)
333
334     call dmnorml(lamA_i_o, lamA_i_mu(:, 1), ome_lamA, 2, logpost_o, err)
335     errcum = errcum + err
336     do t = 1, n
337         call dnorml(y_i(t), sum(bet_i_o(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i_o(t), ld)
338         logpost_o = logpost_o + ld
339     enddo
340
341     call dmnorml(lamA_i_c, lamA_i_mu(:, 1), ome_lamA, 2, logpost_c, err)
342     errcum = errcum + err
343     do t = 1, n
344         call dnorml(y_i(t), sum(bet_i_c(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i_c(t), ld)
345         logpost_c = logpost_c + ld
346     enddo
347
348     alpha = min(exp(logpost_c - logpost_o), 1.0d0)
349     if (alpha > u(r, i, 3)) then
350         lamA(i, :) = lamA_i_c
351         accept(i, 3) = 1
352     else
353         accept(i, 3) = 0
354     endif
355
356     ! Draw 7-4: sig2D_i(4)
357     lam_i = (/ ilogit(lamA(i, 1)), ilogit(lamA(i, 2)) /)
358
359     do t = 1, n
360         z_i(t, :) = lam_i * (z_i(t - 1, :) + dv_i(t - 1, :))
361         if (z_i(t, 1) >= gam_i(1) .and. z_i(t, 2) >= gam_i(2)) then
362             s_i(t) = 1
363         else if (z_i(t, 2) >= gam_i(2)) then
364             s_i(t) = 2
365         else if (z_i(t, 1) < gam_i(1)) then
366             s_i(t) = 3
367         else
368             s_i(t) = 4
369         endif
370     enddo
371
372     bet_i_0 = reshape(betD(i, :), (/ k, 4 /))
373     bet_i = bet_i_0(:, s_i)

```

```

374
375     do t = 1, n
376         rss_i(t) = (y_i(t) - sum(bet_i(:, t) * x_i(t, :)))**2
377     enddo
378     do j = 1, 4
379         n_i_j = 0
380         rss_i_j = 0.0d0
381         do t = 1, n
382             if (s_i(t) == j) then
383                 n_i_j = n_i_j + 1
384                 rss_i_j = rss_i_j + rss_i(t)
385             endif
386         enddo
387         call rigamma(1, (a0 + dble(n_i_j)) / 2.0d0, (b0 + rss_i_j) / 2.0d0, &
388             sig2D(i, j))
389     enddo
390
391     sig2_i = sig2D(i, s_i)
392
393     ! Log-likelihood
394     do t = 1, n
395         call dnorml(y_i(t), sum(bet_i(:, t) * x_i(t, :)), sig2_i(t), ld)
396         loglik = loglik + ld
397     enddo
398
399 enddo
400 ! -----
401
402 ! Store draws
403 o_betD(r, :, :) = betD
404 o_gamA(r, :, :) = gamA
405 o_lamA(r, :, :) = lamA
406 o_sig2D(r, :, :) = sig2D
407 o_the_betD(r, :, :) = the_betD
408 o_the_gamA(r, :, :) = the_gamA
409 o_the_lamA(r, :, :) = the_lamA
410 o_ome_betD(r, :, :) = ome_betD
411 o_ome_gamA(r, :, :) = ome_gamA
412 o_ome_lamA(r, :, :) = ome_lamA
413 o_loglik(r) = loglik
414 o_accept(r, :, :) = accept
415
416 enddo
417 ! -----
418
419 ! ++++++
420 contains
421 ! -----
422 ! Logit
423 ! -----
424 function logit(x) result(y)
425     implicit none
426     double precision, intent(in) :: x
427     double precision :: y
428
429     y = log(x / (1.0d0 - x))

```

```

430
431 end function logit
432
433 ! -----
434 ! Inverse logit
435 ! -----
436 function ilogit(x) result(y)
437   implicit none
438   double precision, intent(in) :: x
439   double precision :: y
440
441   y = 1.0d0 / (1.0d0 + exp(-x))
442
443 end function ilogit
444
445 ! -----
446 ! Inverse of a matrix by Cholesky factorization
447 ! -----
448 subroutine matinv(A, n, Ai, err)
449   implicit none
450   integer, intent(in) :: n
451   double precision, intent(in) :: A(n, n)
452   integer, intent(out) :: err
453   double precision, intent(out) :: Ai(n, n)
454   integer :: info1, info2, i
455
456   Ai(:, :) = A(:, :)
457
458   ! Cholesky factorization (LL') of a positive-definite symmetric matrix
459   call dpotrf("L", n, Ai(:, :), n, info1)
460
461   ! Inverse of a matrix using dpotrf
462   call dpotri("L", n, Ai(:, :), n, info2)
463
464   ! Lower triangle matrix to symmetric matrix (i.e. mirroring)
465   do i = 1, n - 1
466     Ai(i, (i + 1):n) = Ai((i + 1):n, i)
467   enddo
468
469   ! Error flag
470   if (abs(info1) + abs(info2) > 0) then
471     err = 1
472   else
473     err = 0
474   endif
475
476 end subroutine matinv
477
478 ! -----
479 ! Determinant of a matrix by LU factorization
480 ! -----
481 subroutine matdet(A, n, det, err)
482   implicit none
483   integer, intent(in) :: n
484   double precision, intent(in) :: A(n, n)
485   integer, intent(out) :: err

```

```

486     double precision, intent(out) :: det
487     integer :: ipiv(n), info, i
488     double precision :: B(n, n)
489
490     B(:, :) = A(:, :)
491
492     ! LU factorization of a general matrix
493     call dgetrf(n, n, B(:, :), n, ipiv(:), info)
494
495     ! Caluculate determinant using dgetrf
496     det = 1.0d0
497     do i = 1, n
498         if(ipiv(i) /= i) then
499             det = -det * B(i, i)
500         else
501             det = det * B(i, i)
502         endif
503     enddo
504
505     ! Error flag
506     if (abs(info) > 0) then
507         err = 1
508     else
509         err = 0
510     endif
511
512 end subroutine matdet
513
514 ! -----
515 ! Kronecker product of two matrices
516 ! -----
517 subroutine matkron(A, B, m, n, p, q, X)
518     implicit none
519     integer, intent(in) :: m, n, p, q
520     double precision, intent(in) :: A(m, n), B(p, q)
521     double precision, intent(out) :: X(m * p, n * q)
522     integer :: i, j, k, l
523
524     do j = 0, (n - 1)
525         do l = 1, q
526             do i = 0, (m - 1)
527                 do k = 1, p
528                     X(i * p + k, j * q + l) = A(i + 1, j + 1) * B(k, l)
529                 enddo
530             enddo
531         enddo
532     enddo
533
534 end subroutine matkron
535
536 ! -----
537 ! Log-density of normal distribution
538 ! -----
539 subroutine dnorml(x, mu, sigma2, d)
540     implicit none
541     double precision, intent(in) :: x, mu, sigma2

```

```

542     double precision, intent(out) :: d
543     double precision, parameter :: pi = 3.141592653589793238d0
544
545     d = -0.5d0 * (log(2.0d0 * pi * sigma2) + (x - mu) * (x - mu) / sigma2)
546
547 end subroutine dnorml
548
549 ! -----
550 ! Log-density of multivariate normal distribution
551 ! -----
552 subroutine dmnorml(x, mu, Sigma, k, d, err)
553     implicit none
554     integer, intent(in) :: k
555     double precision, intent(in) :: x(k), mu(k), Sigma(k, k)
556     integer, intent(out) :: err
557     double precision, intent(out) :: d
558     double precision :: r(1, 1)
559     integer :: info1, info2
560     double precision :: e(k, 1), Sigma_det, Sigma_inv(k, k)
561     double precision, parameter :: pi = 3.141592653589793238d0
562
563     e(:, 1) = x(:) - mu(:)
564     call matdet(Sigma, k, Sigma_det, info1)
565     call matinv(Sigma, k, Sigma_inv, info2)
566     r(:, :) = matmul(matmul(transpose(e), Sigma_inv), e)
567     d = -0.5d0 * (dble(k) * log(2.0d0 * pi) + log(Sigma_det) + r(1, 1))
568
569     ! Error flag
570     if (abs(info1) + abs(info2) > 0) then
571         err = 1
572     else
573         err = 0
574     endif
575
576 end subroutine dmnorml
577
578 ! -----
579 ! Set RNG seed (mt19937.f90)
580 ! -----
581 subroutine set_seed(seed)
582     use mt19937
583     implicit none
584     integer, intent(in) :: seed
585
586     call init_genrand(seed)
587
588 end subroutine set_seed
589
590 ! -----
591 ! Standard uniform distribution:  $x \sim U(0, 1)$ 
592 ! by Mersenne-Twister (mt19937.f90)
593 ! -----
594 subroutine runif(n, a, b, x)
595     use mt19937
596     implicit none
597     integer, intent(in) :: n

```



```

598     double precision, intent(in) :: a, b
599     double precision, intent(out) :: x(n)
600     integer :: i
601
602     do i = 1, n
603         x(i) = grnd()
604     enddo
605     x(:) = a + (b - a) * x(:)
606
607 end subroutine runif
608
609 ! -----
610 ! Normal distribution:  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ 
611 ! by Box-Muller method
612 ! -----
613 subroutine rnorm(n, mu, sigma2, x)
614     implicit none
615     integer, intent(in) :: n
616     double precision, intent(in) :: mu, sigma2
617     double precision, intent(out) :: x(n)
618     double precision :: u1(n), u2(n)
619     double precision, parameter :: pi = 3.141592653589793238d0
620
621     call runif(n, 0.0d0, 1.0d0, u1(:))
622     call runif(n, 0.0d0, 1.0d0, u2(:))
623
624     x(:) = (sqrt(-2.0d0 * log(u1(:))) * cos(2.0d0 * pi * u2(:))) &
625           * sqrt(sigma2) + mu
626
627 end subroutine rnorm
628
629 ! -----
630 ! Multivariate normal distribution:  $X \sim MVN(\mu, \Sigma)$ 
631 ! -----
632 subroutine rmnorm(n, mu, Sigma, k, X, err)
633     implicit none
634     integer, intent(in) :: n, k
635     double precision, intent(in) :: mu(k), Sigma(k, k)
636     integer, intent(out) :: err
637     double precision, intent(out) :: X(n, k)
638     integer :: info, i
639     double precision :: SigmaL(k, k), g(k, n), z(k)
640
641     SigmaL(:, :) = Sigma(:, :)
642
643     ! Cholesky factorization (LL')
644     call dpotrf("L", k, SigmaL(:, :), k, info)
645     if (k >= 2) then
646         do i = 1, k - 1
647             SigmaL(i, (i + 1):k) = 0.0d0
648         enddo
649     endif
650
651     ! Generate standard normal random number
652     call rnorm(k * n, 0.0d0, 1.0d0, g(:, :))
653

```

```

654     do i = 1, n
655         z = matmul(SigmaL(:, :), g(:, i))
656         X(i, :) = mu(:) + z(:)
657     enddo
658
659     ! Error flag
660     if (abs(info) > 0) then
661         err = 1
662     else
663         err = 0
664     endif
665
666 end subroutine rmnorm
667
668 ! -----
669 ! Exponential distribution:  $x \sim \text{Expon}(\text{lambda})$ 
670 ! by inverse method
671 ! -----
672 subroutine rexp(n, lambda, x)
673     implicit none
674     integer, intent(in) :: n
675     double precision, intent(in) :: lambda
676     double precision, intent(out) :: x(n)
677     double precision :: u(n)
678
679     call runif(n, 0.0d0, 1.0d0, u(:))
680
681     x(:) = -log(u(:)) / lambda
682
683 end subroutine rexp
684
685 ! -----
686 ! Gamma distribution:  $x \sim \text{Gamma}(\text{alpha}, \text{beta})$ 
687 ! by Marsaglia & Tsang (2000)
688 ! -----
689 recursive subroutine rgamma(n, alpha, beta, x)
690     implicit none
691     integer, intent(in) :: n
692     double precision, intent(in) :: alpha, beta
693     double precision, intent(out) :: x(n)
694     integer :: i
695     double precision :: d, c, u1(1), z1(1), v, y, u(n)
696
697     if (alpha == 1.0d0) then
698         call rexp(n, beta, x(:))
699     else if (alpha > 1.0d0) then
700         do i = 1, n
701             d = alpha - 1.0d0 / 3.0d0
702             c = 1.0d0 / sqrt(9.0d0 * d)
703             do
704                 call runif(1, 0.0d0, 1.0d0, u1(:))
705                 call rnorm(1, 0.0d0, 1.0d0, z1(:))
706                 v = (1.0d0 + c * z1(1))**3
707                 if (v <= 0.0d0) then
708                     cycle
709                 endif

```

```

710         y = 0.5d0 * z1(1) * z1(1) + d - d * v + d * log(v)
711         if (z1(1) > -1.0d0 / c .and. log(u1(1)) < y) then
712             exit
713         endif
714     enddo
715     x(i) = d * v / beta
716 enddo
717 else
718     call rgamma(n, alpha + 1.0d0, beta, x(:))
719     call runif(n, 0.0d0, 1.0d0, u(:))
720     x(:) = x(:) * u(:)**(1.0d0 / alpha)
721 endif
722
723 end subroutine rgamma
724
725 ! -----
726 ! Chi-squared distribution:  $x \sim \text{Chisq}(\nu)$ 
727 ! -----
728 subroutine rchisq(n, nu, x)
729     implicit none
730     integer, intent(in) :: n
731     double precision, intent(in) :: nu
732     double precision, intent(out) :: x(n)
733     double precision :: g(n)
734
735     call rgamma(n, 0.5d0 * nu, 1.0d0, g(:))
736
737     x(:) = 2.0d0 * g(:)
738
739 end subroutine rchisq
740
741 ! -----
742 ! Inverse gamma distribution:  $x \sim \text{Inv-gamma}(\alpha, \beta)$ 
743 ! -----
744 subroutine rigamma(n, alpha, beta, x)
745     implicit none
746     integer, intent(in) :: n
747     double precision, intent(in) :: alpha, beta
748     double precision, intent(out) :: x(n)
749     double precision :: g(n)
750
751     call rgamma(n, alpha, beta, g(:))
752
753     x(:) = 1.0d0 / g(:)
754
755 end subroutine rigamma
756
757 ! -----
758 ! Inverse Wishart distribution:  $X \sim \text{Inv-Wishart}(\nu, V)$ 
759 ! -----
760 subroutine riwish(nu, V, k, X, err)
761     implicit none
762     integer, intent(in) :: k
763     double precision, intent(in) :: nu, V(k, k)
764     integer, intent(out) :: err
765     double precision, intent(out) :: X(k, k)

```

```

766  integer :: i, j, info1, info2, info3
767  double precision :: y(1), z(1), R(k, k), U(k, k), D(k, k)
768
769  R(:, :) = 0.0d0
770  do i = 1, k
771      call rchisq(1, nu - dble(i) + 1.0d0, y(1))
772      R(i, i) = sqrt(y(1))
773  enddo
774  if (k >= 2) then
775      do i = 2, k
776          do j = 1, i - 1
777              call rnorm(1, 0.0d0, 1.0d0, z(1))
778              R(i, j) = z(1)
779          enddo
780      enddo
781  endif
782
783  call matinv(V(:, :), k, U(:, :), info1)
784
785  ! Cholesky factorization (U'U)
786  call dpotrf("U", k, U(:, :), k, info2)
787  if (k >= 2) then
788      do i = 2, k
789          U(i, 1:(i - 1)) = 0.0d0
790      enddo
791  endif
792
793  D(:, :) = matmul(matmul( &
794      transpose(U(:, :)), &
795      matmul(R(:, :), transpose(R(:, :)))), &
796      U(:, :))
797  call matinv(D(:, :), k, X(:, :), info3)
798
799  ! Error flag
800  if (abs(info1) + abs(info2) + abs(info3) > 0) then
801      err = 1
802  else
803      err = 0
804  endif
805
806  end subroutine riwish
807
808  ! ++++++
809
810  end subroutine mcmc_hb2dtrm

```

付録 C

第 5 章の付録

C.1 粒子フィルタのアルゴリズム

一般状態空間モデルでは、1 期先予測とフィルタリングを交互に繰り返すことによって未知の状態が推定される。また、平滑化では、現時点で利用可能なすべてのデータを用いて過去の状態を推定し直すことができる。粒子フィルタは、大量の粒子によって各時点のデータによる状態の条件付き分布を近似する。システムモデルに従う乱数の発生によって 1 期先予測を行い、観測モデルの尤度の重みで粒子をリサンプリングすることにより、フィルタリングを実現する。また、フィルタ粒子を保存することにより、平滑化が同時に実行可能である。固定ラグ平滑化では、 L 期間のフィルタ粒子を保存することで、 L 期先までの利用可能なデータを用いた状態推定を行う。 s 時点までのデータ $\{y_0, \dots, y_s\}$ で条件付けされた t 時点の状態を表す分布を $\theta_{t|s}$ と表し、 M 個の粒子 $\{\theta_{t|s}^{(m)}\}_{m=1}^M$ で近似する。

提案モデルの粒子フィルタによる推定アルゴリズムを以下に示す。固定ラグ平滑化がステップ (2-4) に挿入され、平滑化分布が同時に推定できる。プロモーション・ストック $z_{t|t}$ も粒子で近似するが、時点ごとの更新方法には、フィルタ粒子を用いて計算する手法 (2-5a) と、その時点で利用できる平滑化粒子を使って $z_{0|0}$ から毎回計算し直す手法 (2-5b) の 2 種類がある。

1. 初期分布を生成する。

$$\{\alpha_{0|0}^{(m)}\}_{m=1}^M \sim p(\alpha_0), \quad \{\beta_{0|0}^{(m)}\}_{m=1}^M \sim p(\beta_0), \quad \{\lambda_{0|0}^{*(m)}\}_{m=1}^M \sim p(\lambda_0^*), \quad \{z_{0|0}^{(m)}\}_{m=1}^M \sim p(z_0)$$

2. $t = 1, \dots, T$ について, 以下のステップを実行する.

(2-1) $t - 1$ 期のフィルタ粒子 $\{\alpha_{t-1|t-1}^{(m)}, \beta_{t-1|t-1}^{(m)}, \lambda_{t-1|t-1}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ から, 1 期先予測粒子 $\{\alpha_{t|t-1}^{(m)}, \beta_{t|t-1}^{(m)}, \lambda_{t|t-1}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ を生成する.

(2-2) $m = 1, \dots, M$ について, $\hat{y}_t^{(m)} = \alpha_{t|t-1}^{(m)} + \beta_{t|t-1}^{(m)} \left(\frac{1}{1 + \exp(-\lambda_{t|t-1}^{*(m)})} z_{t-1|t-1}^{(m)} + x_t \right)$ を計算し, 尤度 $w_t^{(m)} = p(y_t | \hat{y}_t^{(m)}, \sigma^2)$ を算出する.

(2-3) 1 期先予測粒子 $\{\alpha_{t|t-1}^{(m)}, \beta_{t|t-1}^{(m)}, \lambda_{t|t-1}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ を尤度 $w_t^{(m)}$ の重みでリサンプリングし, t 期のフィルタ粒子 $\{\alpha_{t|t}^{(m)}, \beta_{t|t}^{(m)}, \lambda_{t|t}^{*(m)}\}_{m=1}^M$ を得る.

(2-4) $t-1$ 期の平滑化粒子 $\{\{\alpha_{t-L|t-1}^{(m)}, \beta_{t-L|t-1}^{(m)}, \lambda_{t-L|t-1}^{*(m)}\}, \dots, \{\alpha_{t-1|t-1}^{(m)}, \beta_{t-1|t-1}^{(m)}, \lambda_{t-1|t-1}^{*(m)}\}\}_{m=1}^M$ を尤度 $w_t^{(m)}$ の重みでリサンプリングして t 期のフィルタ粒子と合わせ, t 期の平滑化粒子 $\{\{\alpha_{t-L|t}^{(m)}, \beta_{t-L|t}^{(m)}, \lambda_{t-L|t}^{*(m)}\}, \dots, \{\alpha_{t-1|t}^{(m)}, \beta_{t-1|t}^{(m)}, \lambda_{t-1|t}^{*(m)}\}, \{\alpha_{t|t}^{(m)}, \beta_{t|t}^{(m)}, \lambda_{t|t}^{*(m)}\}\}_{m=1}^M$ を得る.

(2-5a) $m = 1, \dots, M$ について, $z_{t|t}^{(m)} = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda_{t|t}^{*(m)})} z_{t-1|t-1}^{(m)} + x_t$ を計算し, $t + 1$ 期の尤度計算で使用する $\{z_{t|t}^{(m)}\}_{m=1}^M$ を得る.

(2-5b) $m = 1, \dots, M$ について,

$i = 1, \dots, t$ における $z_{i|\min(i+L,t)}^{(m)} = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda_{i|\min(i+L,t)}^{*(m)})} z_{i-1|\min(i-1+L,t)}^{(m)} + x_i$ を再計算し, $t + 1$ 期の尤度計算で使用する $\{z_{t|t}^{(m)}\}_{m=1}^M$ を得る.

C.2 状態変数の推定結果

図 C.1 に, データ, 推定されたフィルタ分布と平滑化分布, 残差系列, ディテール・ストック z_t , effective sample size の系列を示す. 粒子ごとの時点尤度 $w_t^{(m)}$ を用いて計算できる effective sample size は式 (C.1) に示され, 全体の粒子数 M のうち, t 時点の状態推定に実際に貢献している粒子数を近似する (Liu and Chen, 1995). 図 C.1 では, \hat{M}_{eff} を全体の粒子数 M で割った比率を表示し, 粒子フィルタにおけるモンテカルロ近似の退化度合いを示す.

$$\hat{M}_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{m=1}^M (w_t^{(m)})^2} \quad (\text{C.1})$$

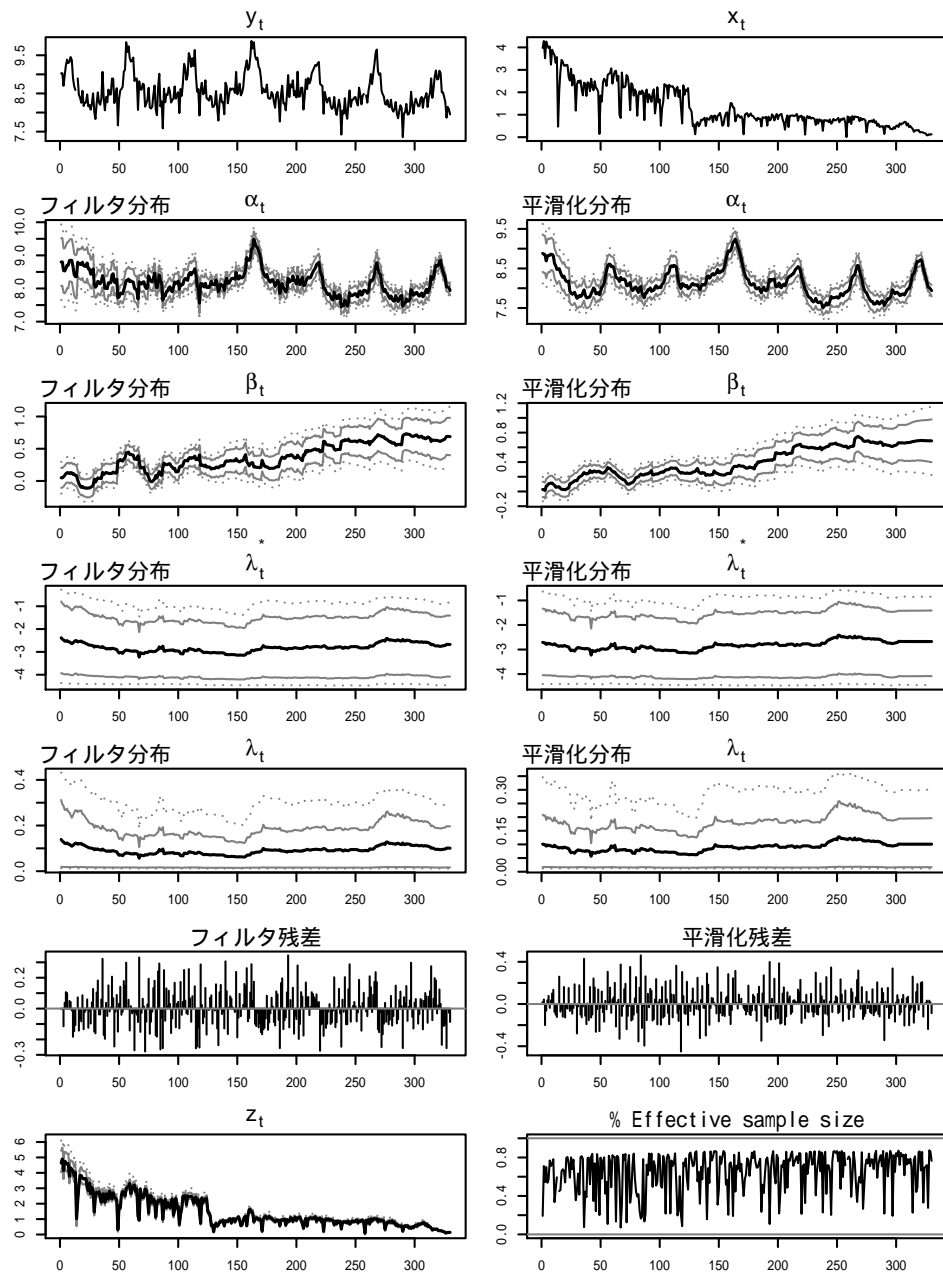


図 C.1 状態変数の推定結果

C.3 推定用 Fortran プログラム

提案モデルの推定に用いた Fortran プログラムを以下に示す。サブルーチンとして R から呼び出し実行した。本プログラムは、擬似乱数の生成にはメルセンヌ・ツイスタ (Matsumoto and Nishimura, 1998) の Fortran 実装である `mt19937.f90`^{*1}を利用している。

```
1  ! -----
2  ! Particle Filter & Smoother for Time-varying Distributed Lag Model (tvdlag)
3  !
4  ! Depends: mt19937.f90
5  ! -----
6  subroutine pf_tvdlag(seed, np, y, y_na, u, u_na, &
7     tau2_alp, tau2_bet, tau2_lamA, sig2, &
8     alp_0, bet_0, lamA_0, z_0, &
9     nlag, n, x_p, x_f, x_s, z_s, wl, loglik)
10 implicit none
11 integer, intent(in) :: seed, np, y_na(n), u_na(n), nlag, n
12 double precision, intent(in) :: y(n), u(n)
13 double precision, intent(in) :: tau2_alp, tau2_bet, tau2_lamA, sig2
14 double precision, intent(in) :: alp_0(np), bet_0(np), lamA_0(np), z_0(np)
15 double precision, intent(out) :: x_p(np, 3, n), x_f(np, 3, n), x_s(np, 3, n)
16 double precision, intent(out) :: z_s(np, n)
17 double precision, intent(out) :: wl(np, n)
18 double precision, intent(out) :: loglik
19 integer :: h, i, j, k, ix(np), info
20 double precision :: x(np, 3), z(np), v(np, 3, n)
21 double precision :: x_ss(np, 3, nlag)
22 double precision :: y_hat, wl_max, w_s(np), w_s_sum, w_cdf, ru1, ru
23 double precision :: ilogit
24
25 ! RNG seed
26 if (seed /= 0) then
27     call set_seed(seed)
28 endif
29
30 ! Initial state
31 x(:, 1) = alp_0
32 x(:, 2) = bet_0
33 x(:, 3) = lamA_0
34 z = z_0
35
36 ! Initialize
37 loglik = 0.0d0
38
39 ! System noise
40 call rnorm(np * n, 0.0d0, tau2_alp, v(:, 1, :))
```

^{*1} <http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/VERSIONS/FORTRAN/fortran.html>


```

41  call rnorm(np * n, 0.0d0, tau2_bet, v(:, 2, :))
42  call rnorm(np * n, 0.0d0, tau2_lamA, v(:, 3, :))
43
44  do i = 1, n
45      ! Prediction
46      x(:, 1) = x(:, 1) + v(:, 1, i)
47      x(:, 2) = x(:, 2) + v(:, 2, i)
48      x(:, 3) = x(:, 3) + v(:, 3, i)
49
50      ! Store prediction particles
51      x_p(:, :, i) = x
52
53      if (y_na(i) == 0 .and. u_na(i) == 0) then
54          ! Calculate likelihood (weight)
55          !$omp parallel
56          !$omp do
57              do j = 1, np
58                  y_hat = x(j, 1) + x(j, 2) * (u(i) + ilogit(x(j, 3)) * z(j))
59                  call dnorml(y(i), y_hat, sig2, wl(j, i))
60              enddo
61          !$omp end do
62          !$omp end parallel
63          wl_max = maxval(wl(:, i))
64          w_s = exp(wl(:, i) - wl_max)
65          w_s_sum = sum(w_s)
66          loglik = loglik - log(dble(np)) + log(w_s_sum) + wl_max
67
68          ! Filtering (Stratified resampling)
69          call runif(1, 0.0d0, 1.0d0, ru1)
70          w_cdf = 0.0d0
71          h = 1
72          do j = 1, np
73              w_cdf = w_cdf + (w_s(j) / w_s_sum)
74              do
75                  ru = (dble(h) - ru1) / dble(np)
76                  if (ru <= w_cdf) then
77                      ix(h) = j
78                      h = h + 1
79                  else
80                      exit
81                  endif
82              enddo
83          enddo
84          x = x(ix, :)
85
86          ! Smoothing
87          x_ss = x_ss(ix, :, :)
88      endif
89
90      ! Store filtering particles
91      x_f(:, :, i) = x
92
93      ! Store smoothing particles
94      if (i > nlag) then
95          x_s(:, :, i - nlag) = x_ss(:, :, 1)
96      endif

```

```

97     x_ss = eoshift(x_ss, 1, x, 3)
98
99     ! Update z using filtering particles
100    if (u_na(k) == 0) then
101        !$omp parallel
102        !$omp do
103            do j = 1, np
104                z(j) = u(i) + ilogit(x(j, 3)) * z(j)
105            enddo
106        !$omp end do
107        !$omp end parallel
108    else
109        !$omp parallel
110        !$omp do
111            do j = 1, np
112                z(j) = ilogit(x(j, 3)) * z(j)
113            enddo
114        !$omp end do
115        !$omp end parallel
116    endif
117
118    ! ! Recalculate z using smoothing particles
119    ! z = z_0
120    ! do k = 1, i
121    ! if (u_na(k) == 0) then
122    ! if (k <= i - nlag) then
123    ! !$omp parallel
124    ! !$omp do
125    ! do j = 1, np
126    ! z(j) = u(k) + ilogit(x_s(j, 3, k)) * z(j)
127    ! enddo
128    ! !$omp end do
129    ! !$omp end parallel
130    ! else
131    ! !$omp parallel
132    ! !$omp do
133    ! do j = 1, np
134    ! z(j) = u(k) + ilogit(x_ss(j, 3, k - i + nlag)) * z(j)
135    ! enddo
136    ! !$omp end do
137    ! !$omp end parallel
138    ! endif
139    ! else
140    ! if (k <= i - nlag) then
141    ! !$omp parallel
142    ! !$omp do
143    ! do j = 1, np
144    ! z(j) = ilogit(x_s(j, 3, k)) * z(j)
145    ! enddo
146    ! !$omp end do
147    ! !$omp end parallel
148    ! else
149    ! !$omp parallel
150    ! !$omp do
151    ! do j = 1, np
152    ! z(j) = ilogit(x_ss(j, 3, k - i + nlag)) * z(j)

```

```

153      ! enddo
154      ! !$omp end do
155      ! !$omp end parallel
156      ! endif
157      ! endif
158      ! enddo
159
160      ! Store z particles
161      z_s(:, i) = z
162  enddo
163
164      ! Store last smoothing particles
165      x_s(:, :, (n - nlag + 1):n) = x_ss
166      ! -----
167
168      ! ++++++
169  contains
170
171      ! -----
172      ! Inverse logit
173      ! -----
174      function ilogit(x) result(y)
175          implicit none
176          double precision, intent(in) :: x
177          double precision :: y
178
179          y = 1.0d0 / (1.0d0 + exp(-x))
180
181      end function ilogit
182
183      ! -----
184      ! Log-density of normal distribution
185      ! -----
186      subroutine dnorml(x, mu, sigma2, d)
187          implicit none
188          double precision, intent(in) :: x, mu, sigma2
189          double precision, intent(out) :: d
190          double precision, parameter :: pi = 3.141592653589793238d0
191
192          d = -0.5d0 * (log(2.0d0 * pi * sigma2) + (x - mu) * (x - mu) / sigma2)
193
194      end subroutine dnorml
195
196      ! -----
197      ! Set RNG seed (mt19937.f90)
198      ! -----
199      subroutine set_seed(seed)
200          use mt19937
201          implicit none
202          integer, intent(in) :: seed
203
204          call init_genrand(seed)
205
206      end subroutine set_seed
207
208      ! -----

```

```

209  ! Standard uniform distribution:  $x \sim U(0, 1)$ 
210  ! by Mersenne-Twister (mt19937.f90)
211  ! -----
212  subroutine runif(n, a, b, x)
213      use mt19937
214      implicit none
215      integer, intent(in) :: n
216      double precision, intent(in) :: a, b
217      double precision, intent(out) :: x(n)
218      integer :: i
219
220      do i = 1, n
221          x(i) = grnd()
222      enddo
223      x(:) = a + (b - a) * x(:)
224
225  end subroutine runif
226
227  ! -----
228  ! Normal distribution:  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ 
229  ! by Box-Muller method
230  ! -----
231  subroutine rnorm(n, mu, sigma2, x)
232      implicit none
233      integer, intent(in) :: n
234      double precision, intent(in) :: mu, sigma2
235      double precision, intent(out) :: x(n)
236      double precision :: u1(n), u2(n)
237      double precision, parameter :: pi = 3.141592653589793238d0
238
239      call runif(n, 0.0d0, 1.0d0, u1(:))
240      call runif(n, 0.0d0, 1.0d0, u2(:))
241
242      x(:) = (sqrt(-2.0d0 * log(u1(:))) * cos(2.0d0 * pi * u2(:))) &
243          * sqrt(sigma2) + mu
244
245  end subroutine rnorm
246
247  ! ++++++
248
249  end subroutine pf_tvdlag

```
