

一般化加法モデルを用いた JEPX 時間帯価格予測と 入札量-価格関数の推定*

山田 雄二[†], 牧本 直樹[†], 高嶋 隆太[‡]

[†]筑波大学 ビジネスサイエンス系, [‡]東京理科大学 理工学部

概要

電力市場における取引リスク分析や入札戦略を検討する上では、約定価格のモデル化と予測は必要不可欠である。本研究では、日本卸電力取引所 (JEPX) で取引される電力スポット価格を対象に、価格予測モデル構築とアウトオブサンプルにおける精度評価、および入札量-価格関数の推定を行う。価格予測モデルの構築と検証は、以下の手順で実施する。まず、時間帯ごとのスポット価格データに一般化加法モデル (GAM) を当てはめ、スポット価格の周期性と曜日・休日特性を抽出する。また、GAM の残差の多変量系列に対して VAR モデルを適用し、条件付き期待値を用いた将来価格予測を行う。さらに、実際の取引データに対してアウトオブサンプルにおける予測精度を検証する。

つぎに、JEPX スポット価格における入札量-価格関数の推定を以下の手順で行う。まず、約定量、売り入札総量、買い入札総量から売り、あるいは買い約定率を定義した上で、価格と約定率の関係に GAM を適用し、売り入札率関数、買い入札率関数をそれぞれ求める。この際、売り入札率関数は約定率の高いところで、買い入札率関数は約定率が低いところで、約定率変化に対する価格感応度が高いことを示す。さらに、推定した売り入札率関数、買い入札率関数に、売り、あるいは買い入札総量をそれぞれ掛け戻すことで、実績データを用いた入札量-価格関数の構築と検証を行う。

1 はじめに

日本卸電力取引所 (Japan Electric Power Exchange; JEPX) とは、現物電力の上場取引が可能な国内唯一の電力市場であり、あらかじめ定められた期間のスポットや先渡などいくつかの商品が取引されている。中でも、翌日受渡し電力の売買を行うスポット市場は、2005 年 4 月 1 日の開設から今年で 10 年目の節目を迎え、近年では取引規模も拡大しデータの蓄積も着々と進んでいる。また、このような実績データの蓄積に伴い、JEPX の取引価格を対象とした電力価格のモデル化や実証分析についての研究も盛んになりつつある [2, 4, 6, 7, 10]。

JEPX におけるスポット電力市場では、北海道、東北、東京、中部、北陸、関西、中国、四国、九州のエリアごとに、1 日につき 30 分 (0.5 時間) 単位の送電に関する 48 商品が上場取引されている。エリアごとの価格はエリアプライスと呼ばれ、エリア間をまたいで送電が可能な場合は共通のエリアプライス、エリア間で送電できない場合は異なるエリアプライスで約定される。仮に全エリア共通の価格で全電力を取引すると仮定して計算した約定価格はシステムプライスと呼ばれ、国内卸電力市場の取引価格指標として、JEPX がエリアプライスの実績値とともに公開している。

*本研究は JSPS 科研費基盤研究 (B) 課題番号 25282087「市場リスクとエネルギーポートフォリオの統合マネジメントシステムの構築」の助成を受けたものです。

JEPX におけるスポット電力は、受け渡しの前日 9:30 に全ての時間帯の入札が締め切れ、板寄せによって約定処理が行われる¹。入札者は、各商品に対して価格と取引単位を指定して入札を行うのであるが、実際に約定処理が行われるまで取引が成立するかどうかは不明であり、約定価格も入札時には不確定である。そのため、翌日の発電計画や送電計画を立てながらスポット電力の入札を行う上では、約定価格を予測することは必要不可欠と考えられる。また、JEPX は、約定価格のシステムプライスとともに約定量、売り入札総量、買い入札総量を公開しているが、入札価格単位の板情報、すなわち入札価格とそれに対する入札量は公開されていない。これらの情報は、入札者である取引会員の利益の源泉となりうるため、詳細なデータの入手は困難であることが想定されるが、JEPX スポット価格における入札量と価格の関係を明示的に表現することは、JEPX スポット電力の需要、供給曲線の推定問題とも関係があり²、スポット電力市場の市場構造を分析する上で検討すべき重要な課題であるといえる。以上を念頭に、本研究では、JEPX スポット市場におけるシステムプライスに焦点を当て、一般化加法モデル (GAM) を用いて価格に含まれる季節性・曜日祝日・長期トレンドをモデル化した上で、残差に対して多変量自己回帰 (VAR) モデルを適用するというアプローチで、将来価格予測と予測精度検証を行う。さらに、約定量、売り・買い入札総量から売り約定率 (約定量を入札総量で除した値)、買い約定率を計算した上で、約定価格に対する約定率の GAM から価格と入札率 (入札量を総量で除した値) の関係を表す入札率関数を推定し、総量を掛け戻すことで入札量-価格関数を推定する手法を提案する。

2 条件付き期待値に基づく予測モデル

電力は、時間によって需要が変化することから、価格特性が時間帯ごとに異なることが想定される。また、同一時間帯の価格データを時系列でみた場合、周期性による電力需要の変化や曜日・休日の影響などのカレンダー特性をもつことが考えられる。これらの特徴を勘案し、本論文では、まず、時間帯ごとの価格データを一つの系列として、周期性、曜日効果、休日効果を抽出し、残差成分に対して多変量時系列モデルを構築するという方針で、時間帯価格予測のためのモデル化を行う。

2.1 GAM によるカレンダー・トレンドの抽出

本節では、同一時間帯における 0 分と 30 分の約定価格を平均した 1 日につき 24 個の価格を時間帯価格と呼び、第 t 日における時刻 m の個別時間価格 $P_t^{(m)}$, $t = 1, \dots, N$, $m = 0, \dots, 23$ に対して、以下の一般化加法モデル (Generalized Additive Model; GAM [1]) を構築することを考える³。

$$P_t^{(m)} = f^{(m)}(Seasonal_t) + \beta_1^{(m)} Mon_t + \beta_2^{(m)} Tue_t + \dots + \beta_6^{(m)} Sat_t + \beta_7^{(m)} Holiday_t + \beta_8^{(m)} Period_t + \varepsilon_t^{(m)} \quad (2.1)$$

ただし、 $f^{(m)}$, $m = 0, \dots, 23$ は推定される平滑化スプライン関数、 $\beta_i^{(m)}$, $i = 1, \dots, 8$ は回帰係数、 $\varepsilon_t^{(m)}$ は $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$ を満たす残差項であり、各変数は次のように定義される。

¹ただし、翌日が休日の場合は複数日の約定が休前日に時間をずらして処理される。例えば翌日が土曜日の場合、土曜日の分は金曜日の 9:30 に、日曜日の分は同 11:30 に、月曜日の分は同 13:30 に締め切れ約定処理される [5]。

²理論上、需要 (供給) 関数とは、買い手 (売り手) が価格に反応して幾らの買い注文 (売り注文) を出すかという関係を与え、両者からなる連立方程式の解が市場均衡点が与えるものである。JEPX における入札量-価格関数は、実績データから推定される入札量と価格の関係を表す関数であり、売り入札量を供給、買い入札量を需要の代理変数とすることで、実務上は需要、供給関数を与えるものと解釈されるが、本論文では、JEPX スポット価格の取引 [5] に即した入札量-価格関数の表現を主に用いることとする。

³本論文では、R3.0.2 (<http://cran.r-project.org/>) のパッケージ mgcv 内の関数 gam() を用いて GAM を構築する。なお、gam() では、平滑化パラメータの算出に一般化クロスバリデーション規準 [8] を採用している。

$Seasonal_t$: 周期性トレンドを表す年次周期ダミー変数 ($= 1, \dots, 365$ (or 366)).

$Mon_t, Tue_t, \dots, Sat_t$: 曜日効果を表すダミー変数. 例えば $Mon_t = 1$ (月曜) or 0 (それ以外) など.

$Holiday_t$: 休日効果を表すダミー変数 (祝日なら 1 , それ以外 0).

$Period_t$: 長期線形トレンドを表す日次ダミー変数 ($= 1, \dots, N$).

GAM (2.1) における残差以外の項は, 長期トレンド, 周期性トレンド, 祝日・曜日トレンドを表す日付や曜日にに関する項である. 本論文では, これらの項を, 総じてカレンダー・トレンドと呼ぶことにする. 時間帯価格 $P_t^{(m)}$ は, GAM (2.1) を適用することにより, カレンダー・トレンドと残差項に分解される.

年次周期ダミー (周期性ダミー) は, データの起点から 1 年周期で順番に 1 から 365 (ダミー変数を割り当てる期間に 2 月 29 日が含まれる場合は 366) を順次割り当てるものである. このような周期性ダミーについての平滑化スプライン関数 $f^{(m)}$ であるが, GAM (2.1) をそのまま適用した場合, ダミー変数の始点と終点においてスプライン関数が接続しないという問題がある. また, うるう年の 2 月 29 日を含む場合に周期が 366 日となり, 厳密には 1 年は同一周期でないことも考慮する必要がある.

本論文では, これらの課題に対応するため, 線形回帰モデル $Y = Xb + e$ (ただし, Y は被説明変数の標本ベクトル, X は説明変数の標本行列, e は残差ベクトル) において,

$$\begin{bmatrix} Y \\ Y \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ X \\ X \end{bmatrix} b + \begin{bmatrix} e \\ e \\ e \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

のように変数を重複させても回帰係数の推定値は同じ ($\hat{b} = (X^\top X)^{-1} X^\top Y$) であることを利用し, ダミー変数の始点と終点で平滑化スプライン関数 $f^{(m)}$ が近似的に接続するように, GAM (2.1) を構築することを考える. 具体的な手順は以下の通りである.

1. Y を被説明変数 (本分析では時間帯価格) の標本ベクトル, X を周期性ダミー以外の説明変数の標本行列, $S^{(i)}$ を 1 年周期が下記 (a), (b), (c) で定義される $Seasonal_t^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) の標本ベクトルとする.

(a) 2 月 29 日を含む期間:

$$Seasonal_t^{(1)} = -365, \dots, 0, \quad Seasonal_t^{(2)} = 1, \dots, 366, \quad Seasonal_t^{(3)} = 366, \dots, 731$$

(b) (a) の翌期:

$$Seasonal_t^{(1)} = -364, \dots, 0, \quad Seasonal_t^{(2)} = 1, \dots, 365, \quad Seasonal_t^{(3)} = 367, \dots, 731$$

(c) 上記以外:

$$Seasonal_t^{(1)} = -364, \dots, 0, \quad Seasonal_t^{(2)} = 1, \dots, 365, \quad Seasonal_t^{(3)} = 366, \dots, 730$$

2. 次式で与えられる被説明変数の標本ベクトル, 説明変数の標本行列の組について, GAM (2.1) を当てはめる.

$$\begin{bmatrix} Y \\ Y \\ Y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} S^{(1)} & X \\ S^{(2)} & X \\ S^{(3)} & X \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

3. $Seasonal_t^{(2)} = 1, \dots, 365$ (366) の場合の平滑化スプライン関数を周期関数として採用する。

GAM を適用した分析手法であるが、回帰分析に基づくため、他の説明変数を加えることが可能であり、かつ一つの分析モデルで時間価格に対する説明変数の有意性等を評価することができるなどの利点がある⁴。また、うるう年 (2月29日を含む期間) においてデータを1日分削除しないですむので、週次予測を行う際に曜日がずれないなど、予測評価にも適している。

2.2 VAR モデルを用いた条件付き期待値予測

GAM (2.1) における残差以外の説明変数は、仮に将来時点の値であってもカレンダーを見れば確定的に決まる。すなわち、一旦、GAM (2.1) が構築されれば、カレンダー・トレンドは日付・曜日に関する確定的な関数である。一方、将来時点の残差項は不確定であり、事前に予測不能な確率変数である。従って、将来時点の時間帯価格の不確実性は、残差項が確率変数であることに起因する。以上を踏まえて、本節では、時点 t までに観測された価格情報を用いて、 τ ($= 1, 2, \dots$) 日後の価格 $P_{t+\tau}^{(m)}$ を条件付き期待値 $\mathbb{E} \left[P_{t+\tau}^{(m)} \middle| \mathcal{F}_t \right]$ によって予測することを考える⁵。

まず、 $\mathbb{E} \left[P_{t+\tau}^{(m)} \middle| \mathcal{F}_t \right]$ を予測値とする場合の予測誤差 (Forecast Error; FE) を以下のように定義する。

$$FE_{t,\tau}^{(m)} := P_{t+\tau}^{(m)} - \mathbb{E} \left[P_{t+\tau}^{(m)} \middle| \mathcal{F}_t \right] \quad (2.4)$$

このとき、GAM (2.1) において残差以外の項は確定的であることに注意すると、 $FE_{t,\tau}^{(m)}$ は次式を満たす。

$$FE_{t,\tau}^{(m)} = \varepsilon_{t+\tau}^{(m)} - \mathbb{E} \left[\varepsilon_{t+\tau}^{(m)} \middle| \mathcal{F}_t \right] \quad (2.5)$$

(2.5) 式は、残差 $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$ の条件付き期待値と実績値との差が、時間帯価格 $P_{t+\tau}^{(m)}$ に対する予測誤差を与えることを示す。特に、無条件期待値の下では、

$$P_{t+\tau}^{(m)} - \mathbb{E} \left[P_{t+\tau}^{(m)} \right] = \varepsilon_{t+\tau}^{(m)} \quad (2.6)$$

が成り立ち、事前価格情報がない (無条件である) 場合の予測誤差は、残差 $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$ に一致することが分かる。

本論文では、 $\varepsilon_t^{(m)}$ を各要素とするベクトル $e_t := \left[\varepsilon_t^{(0)}, \dots, \varepsilon_t^{(23)} \right]^\top$ に対して VAR モデル

$$VAR(q): e_t = \Phi_1 e_{t-1} + \dots + \Phi_q e_{t-q} + c + \eta_t \quad (2.7)$$

を適用し、 $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$, $m = 0, 1, \dots, 23$ の条件付き期待値を計算する。ただし、 $\Phi_i \in \mathbb{R}^{24 \times 24}$ は係数行列、 $c \in \mathbb{R}^{24}$ は定数ベクトルである⁶。また、 $\eta_t \in \mathbb{R}^{24}$ は VAR モデル (2.7) の残差ベクトルである。

まず $q = 1$ の場合、(2.7) 式を再帰的に適用することにより、 $e_{t+\tau}$ は以下のように展開される。

$$e_{t+\tau} = \Phi_1^\tau e_t + (\Phi_1^{\tau-1} + \dots + \Phi_1 + I) c + (\Phi_1^{\tau-1} \eta_{t+1} + \dots + \Phi_1 \eta_{t+\tau-1} + \eta_{t+\tau})$$

⁴ただし、データを重複して推定するため t 値を調整する必要がある。例えば標準的な重回帰モデルの場合、データを重複させると回帰係数の t 値は重複の回数倍される

⁵ \mathcal{F}_t は、時点 t に至るまでの価格情報を含む情報増大系である。

⁶GAM (2.1) においては $\mathbb{E}[e_t] = 0$ であるので $c = 0$ を満たすが、ここでは一般的に c を含む場合について条件付き期待値を導出する。

さらに, $\mathbb{E}[\eta_{t+k}|\mathcal{F}_t] = 0$, $k = 1, \dots, \tau$ であるので, 条件付き期待値 $\mathbb{E}[e_{t+\tau}|\mathcal{F}_t]$ は次式のように与えられる.

$$\mathbb{E}[e_{t+\tau}|\mathcal{F}_t] = \Phi_1^\tau e_t + (\Phi_1^{\tau-1} + \dots + \Phi_1 + I) c \quad (2.8)$$

また, $q \geq 2$ の場合は, 以下のような拡大系を構成することにより, $q = 1$ の問題に帰着することができる.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e_t \\ e_{t-1} \\ \vdots \\ e_{t-q+1} \end{bmatrix}}_{\hat{e}_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \cdots & \Phi_q \\ I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & I & 0 \end{bmatrix}}_{\hat{\Phi}_1} \underbrace{\begin{bmatrix} e_{t-1} \\ e_{t-2} \\ \vdots \\ e_{t-q} \end{bmatrix}}_{\hat{e}_{t-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} c \\ c \\ \vdots \\ c \end{bmatrix}}_{\hat{c}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \eta_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{\eta}_t} \quad (2.9)$$

ここで, (2.9) 式下括弧のように \hat{e}_t , \hat{c} , $\hat{\eta}_t$, $\hat{\Phi}_1$ を置けば, (2.9) 式は以下のように書き直される.

$$\hat{e}_t = \hat{\Phi}_1 \hat{e}_{t-1} + \hat{c} + \hat{\eta}_t \quad (2.10)$$

よって, (2.8) 式において $\Phi_1 \equiv \hat{\Phi}_1$, $e_t \equiv \hat{e}_t$, $c \equiv \hat{c}$ とした上で \hat{e} の条件付き期待値 $\mathbb{E}[\hat{e}_{t+\tau}|\mathcal{F}_t]$ を計算し,

$$\mathbb{E}[e_{t+\tau}|\mathcal{F}_t] = \begin{bmatrix} I & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \times \mathbb{E}[\hat{e}_{t+\tau}|\mathcal{F}_t]$$

とすることで $\mathbb{E}[e_{t+\tau}|\mathcal{F}_t]$ が求められる. また, $\mathbb{E}[e_{t+\tau}|\mathcal{F}_t]$ の第 m 要素が $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$, $m = 0, 1, \dots, 23$ の条件付き期待値を与える.

2.3 アウト・オブ・サンプルにおける予測評価手法

残差 $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$ の予測値として条件付き期待値を用いれば, (2.5) 式より, 時間帯価格 $P_{t+\tau}^{(m)}$ の予測誤差は残差の予測誤差に一致する. 結果として, 時間帯価格 $P_{t+\tau}^{(m)}$ の予測は, 残差 $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$ の予測評価問題に帰着されることが分かる. 以上を念頭に, 本論文では, 残差 $\varepsilon_{t+\tau}^{(m)}$ に対するアウト・オブ・サンプルの予測精度を, 以下の手順で検証するものとする⁷.

1. 全期間 ($t = 1, \dots, N$) の時間帯価格データ ($m = 0, 1, \dots, 23$) に対して GAM (2.1) を適用することによって, 平滑化関数 $f^{(m)}$, および回帰係数 $\beta_i^{(m)}$, $i = 1, \dots, 8$ を推定し, 時間帯価格系列 $P_t^{(m)}$ をカレンダー・トレンドと残差 $\varepsilon_t^{(m)}$ に分解する.
2. k を予測実施時点, L を時点 k から遡った学習期間の長さ, τ を予測ホライズンとする. 予測実施時点 $k = L, \dots, N - \tau$ のように変化させ, 以下を繰り返す.
 - (a) 学習期間 $t = k, k - 1, \dots, k - L + 1$ の残差 $\varepsilon_t^{(m)}$ を用いて VAR モデル (2.7) を構築する⁸.
 - (b) $\varepsilon_{k+\tau}$ の条件付き期待値 $\mathbb{E}[\varepsilon_{k+\tau}|\mathcal{F}_k]$ を, 予測実施時点 k から τ 日後 (時点 $k + \tau$) の残差予測値とする.
 - (c) 予測誤差 $\text{FE}_{k,\tau}^{(m)} = \varepsilon_{k+\tau}^{(m)} - \mathbb{E}[\varepsilon_{k+\tau}^{(m)}|\mathcal{F}_k]$ を算出する.

⁷本手法を実際の運用に適用する場合, カレンダー・トレンドもアウト・オブ・サンプルで予測する必要がある. このことは, GAM (2.1) における平滑化関数 $f^{(m)}$ や回帰係数 $\beta_i^{(m)}$, $i = 1, \dots, 8$ も学習期間のデータを用いて推定し, 将来時点のカレンダー・トレンドを予測することに対応する. ただし, 本論文では, このようなカレンダー・トレンドの予測精度の検証に関しては今後の課題とする.

⁸本論文では, MATLAB モジュールである ARfit [3] (<http://clidyn.ethz.ch/arfit/index.html>) を用いて VAR モデルを構築する. なお, ARfit においては, 次数 q は Schwarz's Bayesian Criterion によって決定される.

3 時間帯価格予測の検証結果

本論文では、2005年5月1日から2014年6月10日までのJEPXシステムプライスにおいて、各時間0分と30分の平均をとった24時間分 ($m = 0, \dots, 23$) の時間帯価格データを用いる。この場合、個別時間帯価格の時系列方向のサンプル数は $N = 3,328$ ($t = 1, \dots, N$) である。また、本論文で用いるJEPXスポット電力に関する時系列データは、JEPXホームページ⁹よりダウンロードしている。

3.1 カレンダー・トレンドの推定

まず、第2.1節で述べた手順に従ってGAM (2.1) を適用し、カレンダー・トレンドを推定する。Fig. 3.1, Fig. 3.2は、それぞれ、午前1時–11時、午後1時–11時の2時間ごとの時間帯価格データにGAM (2.1) を適用した際の、周期性トレンドに関する平滑化スプライン関数 $f^{(m)}$, $m = 0, 1, \dots, 23$ の推定結果である。ただし、これらのグラフは、 $f^{(m)}(Seasonal_t)$ の標本平均を差し引くことによって、平均が0になるように標準化されている。なお、このような $f^{(m)}(Seasonal_t)$ の標本平均はGAMの定数項に一致し、曜日・祝日や長期トレンドの影響を除去した後の、各時間帯価格における年間平均水準を与える¹⁰。

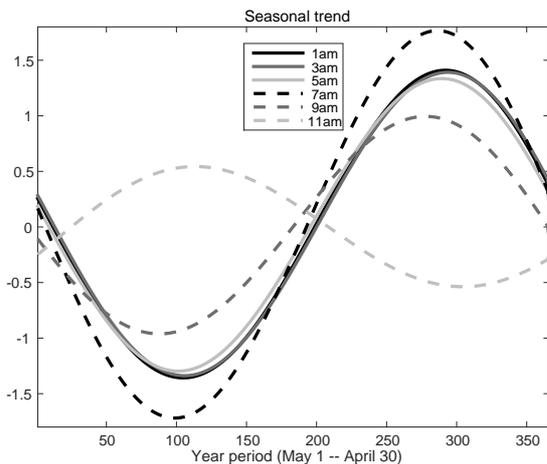


Fig. 3.1: 周期性トレンド推定結果 (1–11 時)

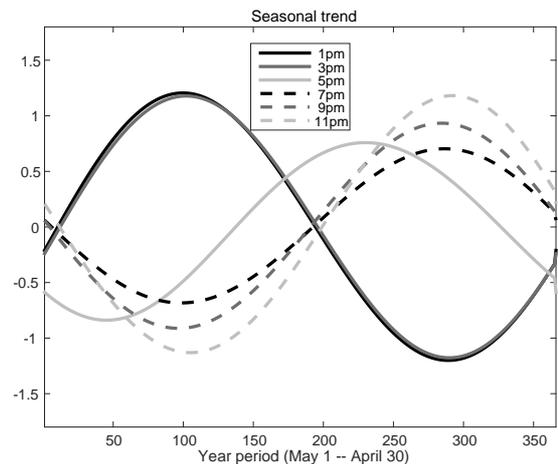


Fig. 3.2: 周期性トレンド推定結果 (13–23 時)

これらの推定結果においては、午後7時から午前9時にかけての周期性トレンドはほぼ同じ周期で変動しており、振幅は午前7時が全価格帯の中で最も大きいことが分かる。また、周期性トレンドの起点が5月1日であることに注意すると、起点から100日目(8月8日)前後でこれらの曲線は最小値をとり、その後は冬場にかけて上昇し280–290日目(2月中旬)あたりで最大値をとる。このような周期性は、夏場においては夕方以降の気温低下による冷房需要の減少、冬場においては暖房需要の増加によるものと考えられる。一方、気温が上昇する午前11時以降の時間帯においては、位相が午前中のもものと逆となる傾向にあり、夏場は気温上昇による

⁹<http://www.jepx.org/market/index.html>

¹⁰周期性トレンドの起点を5月1日 ($Seasonal_t = 1$)、終点を4月30日 ($Seasonal_t = 365$ あるいは $Seasonal_t = 366$) とし、周期性ダミーが $Seasonal_t = 1, \dots, 365$ (366) をとるデータセットに対応する残差を分析に使用する。このように残差の一部を利用することは、厳密には定数項の推定値に影響を与えることが想定されるが、抽出した残差の標本平均は十分0に近くその影響は微小と考えられるため、本分析では定数項の調整は実施していない。

冷房需要の上昇，冬場は暖房需要の低下を反映し，周期性トレンドは真夏にかけて上昇し冬場にかけて低下する．また，位相が反転する中間にあたる午前 11 時の周期性トレンドは，全ての時間帯の中で最も振幅が小さく，他の価格と比べて季節的な変化がほとんど観測されない．

Fig. 3.3 は，横軸を時間とした際の曜日・祝日ダミー回帰係数の推定結果を表す．平日の回帰係数については，昼間の時間帯が正方向に値が大きい傾向であるが，正午のみ値が低下するという傾向で一致している．一方，祝日の傾向は平日と逆であり，全体的に負の方向にシフトしている．Fig. 3.4 は，各時間帯価格に GAM (2.1) を当てはめた際の調整済み決定係数と AIC を示す．ただし，実線が左側縦軸の目盛をとる調整済み決定係数，点線が右側縦軸の目盛をとる AIC である．これらの結果から，特に昼間から夕方の時間帯 (10 時から 21 時) は調整済み決定係数が低下し，値が 30% を下回る場合があるなど，カレンダー・トレンドだけでは必ずしも高い予測精度を期待するのは困難であることが想定される．

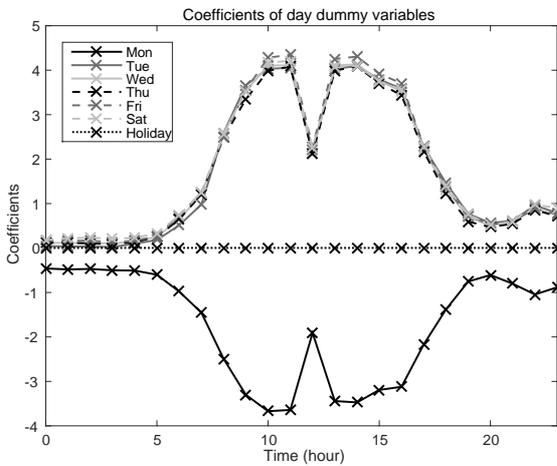


Fig. 3.3: 曜日・祝日ダミー係数の推定結果

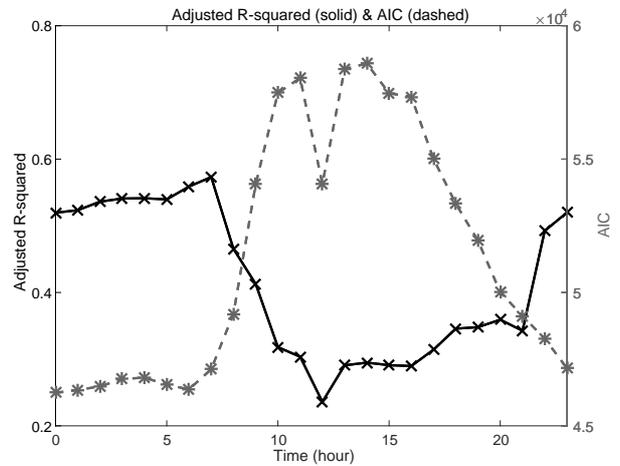


Fig. 3.4: 自由度調整済決定係数と AIC

3.2 条件付き期待値予測のアウト・オブ・サンプルにおける検証

つぎに，残差に対して条件付き期待値予測を実施した際の，アウト・オブ・サンプルにおける予測精度の検証結果を示す．ここでは，カレンダー・トレンドに関しては前項の推定結果を利用し，残差に第 2.3 節で導入した予測評価手法を適用するものとする¹¹．また，学習期間を $L = 500$ 日に設定し VAR モデルを構築した上で，学習期間最終日から τ 日先の残差を予測するといった手順を繰り返し，予測誤差を計算するものとする．

Fig. 3.5 における黒の実線は，プーリングデータに関する $FE_{k,\tau}^{(m)}$ の標本標準偏差を，異なる τ について計算したものである．また，比較のため，予測時点 k の残差 $\varepsilon_k^{(m)}$ を $\varepsilon_{k+\tau}^{(m)}$ の予測値とするランダムウォーク (RW) 予測のプーリングデータ標準偏差を，グレーの線として表示している．なお，点線は無条件期待値 $\mathbb{E}[\varepsilon_{k+\tau}^{(m)}] = 0$ を予測値とした結果である．分析結果から，予測ホライズンが長くなればなるほど予測精度は劣化するが，60 日先でも予測精度は無条件期待値のものよりも RW 予測や条件付き期待値予測の方が高いこと，数日から 1 週間程度の予測であれば，条件付き期待値を用いた予測で標準偏差が 2/3 程度以下に低減化されることが分か

¹¹ カレンダー・トレンドに関しても，学習期間と予測期間に分けて予測を行う分析については今後の課題とする．

る¹²。また、全ての期間において、条件付き期待値の予測精度はRW予測の精度を上回ることで、RW予測については予測精度に7日間ごとの周期性があることが観測されている。

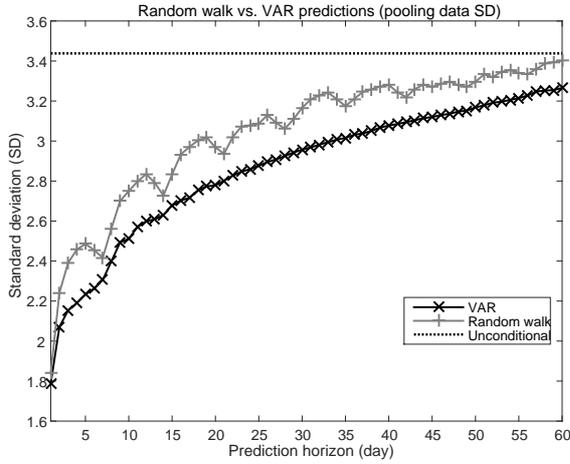


Fig. 3.5: プーリングデータ予測誤差標準偏差

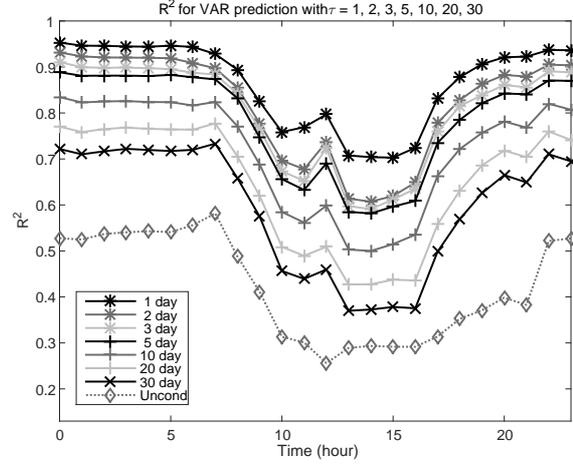


Fig. 3.6: 時間帯別予測寄与率

GAM (2.1) に対する決定係数は、回帰式のみで目的変数 $P_t^{(m)}$ を予測した場合の寄与率を与えるものと考えることができる。例えば、決定係数が1であれば、目的変数と予測値は完全相関し、回帰式による予測は100%の精度で達成される。このことを考慮して、時間帯ごとの予測誤差 $FE_{t,\tau}^{(m)}$ に対して、「予測寄与率」を以下のように定義する。

$$\text{予測寄与率} = 1 - \frac{\text{Variance} \left(FE_{t,\tau}^{(m)} \right)}{\text{Variance} \left(P_{t+\tau}^{(m)} \right)}$$

ただし、 $\text{Variance}(\cdot)$ は標本分散である。無条件期待値を用いた予測では、予測誤差は残差によって与えられ、予測寄与率は通常の決定係数に一致する。

Fig. 3.6 は、各時間帯について予測寄与率を計算したものである。先にも述べたように、予測寄与率が1に近ければ近いほど、100%に近い予測効果が得られるといえるが、翌日予測においては、夕方から翌朝にかけての時間帯では予測寄与率は0.9を超えており、条件付き期待値予測による高い予測精度が達成されていることが分かる。一方、昼間の時間帯は、特に正午から午後4時にかけて予測寄与率が0.7前後に低下しており、この時間帯における予測精度の改善が課題として挙げられる。

4 約定率に基づく入札量-価格関数の推定

2014年7月時点でJEPXは、スポット取引に関して、商品ごとの売り、あるいは入札の総量である売り入札総量 (kWh)、買い入札総量 (kWh)、および約定量 (kWh)、システムプライス (円/kWh)、エリアプライス (円/kWh) のデータを公開しているが、入札価格単位の板情報、すなわち入札価格とそれに対する入札量は公開されていない。これらの情報は、入札者である取引会員の利益の源泉となりうるため、詳細なデータの入手

¹²アウト・オブ・サンプル予測を実施しているため、予測時点の残差情報を用いたとしても、予測精度が無条件期待値のそれを上回るとは限らないことを付け加える。

は困難であることが想定されるが、JEPX スポット価格における入札量と価格の関係を明示的に表現することは、スポット電力市場の市場構造を分析する上で検討すべき重要な課題である。そこで本節では、約定価格、約定量、売り・買い入札総量から売り約定率、買い約定率を定義した上で、価格に対する約定率の GAM から価格と入札率の関係を表す入札率関数を推定し、総量を掛け戻すことで入札量-価格関数を導出する手法を提案する。なお、本論文の入札量-価格関数は、実績データから推定される入札量と価格の関係を表す関数であり、売り入札量を供給、買い入札量を需要の代理変数とすることで、実務上は需要、供給関数を与えるものと解釈されるが、ここでは、JEPX スポット価格の取引 [5] に即した入札量-価格関数の表現を主に用いることとする。

4.1 入札量-価格関数と入札率関数

JEPX におけるスポット電力約定処理においては、Fig. 4.1 右図に示すように、売り入札、買い入札の累積値を価格単位で積み上げることで、価格と入札量の関係を表す 2 本の線を作り、交点を与える価格と量から約定価格と約定量が決定される [5]。ただし、Fig. 4.1 左上の表は、文献 [5] で約定処理を説明するために使用されている、電力スポット商品の買い入札注文、売り入札注文の例であり、図の 2 本の線はこの表の入札注文を元に作成している¹³。なお、右上がりの売りの線の y 座標は x 座標が与える入札価格以下での売り入札量、右下がりの買いの線の y 座標は同入札価格以上での買い入札量を示す。

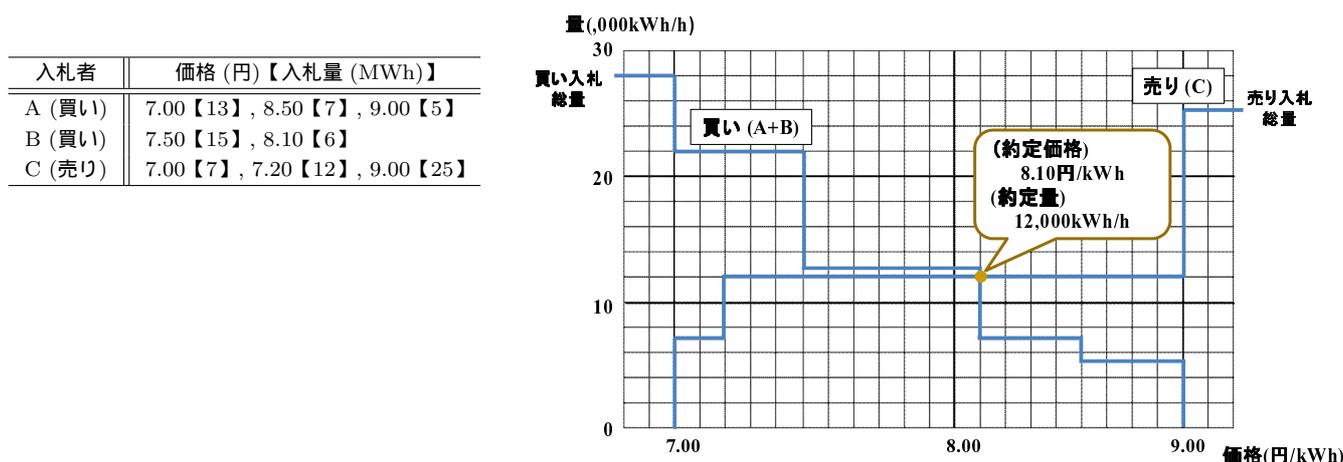


Fig. 4.1: JEPX スポット価格における注文例 (左表) と入札量-価格関数の例

入札者数が増えれば、Fig. 4.1 の階段状の線は、滑らかな単調関数に近づくものと考えられる。Fig. 4.2 左図は、多数の入札が行われたものと仮定した上で、これらの関数を、入札量を x 軸、価格を y 軸として書き直した概念図である。ただし、増加曲線は売り、減少曲線は買いのものであり、本論文では、これらの関数を、それぞれ売り入札量-価格関数、買い入札量-価格関数と呼ぶ。本節の目的は、このような入札量-価格関数を、JEPX スポット価格に対する公開データを用いて推定する手法を提案することである。

本節の冒頭でも述べた通り、JEPX ではスポットの各商品に対し、約定量と約定価格の指標であるシステム

¹³入札者 A, B, C はいくつかの異なる入札価格で買い、あるいは売り注文を行っているが、表中における同一入札者が行う売り入札の場合、価格が高い方の入札は低い価格の入札量を含み、買い入札の場合、価格が低い方の入札は高い価格の入札量を含むことに注意する。

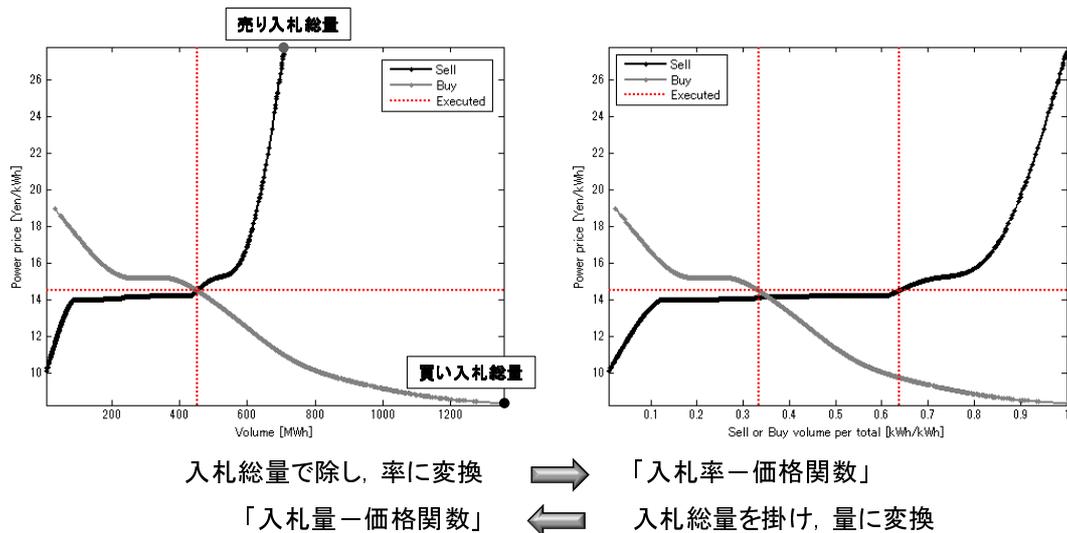


Fig. 4.2: 入札量-価格関数 (左) と入札率関数 (右)

プライス¹⁴, および全入札量の合計をそれぞれ売り入札総量, 買い入札総量として公開している. 約定量は入札量-価格関数の交点, 売り入札総量, 買い入札総量は, それぞれ, 売り入札量-価格関数, 買い入札量-価格関数における一番右端の点を与える入札量であるが, 入札総量に対応する価格 (売りの場合は最高入札価格, 買いの場合は最低入札価格), および約定価格 (システムプライス) 以外の価格・量の情報は非公開である. そのため, 観測される情報のみから入札量-価格関数を推定することは困難であることが想定される¹⁵. そこで本研究では, 入札量-価格関数を直接推定するのではなく, 入札量を総量で割った値を入札率と定義し, 入札率関数と呼ぶ, 入札率と価格の関係を表す関数を推定した上で, 入札量-価格関数に変換することを考える. Fig. 4.2 右図の増加曲線は, 売り入札量-価格関数における x 軸の入札量を総量で割ることで入札率に変換し, 入札率と価格の関係を表示した関数 (売り入札率関数) である. また, 減少曲線は, 買い入札量-価格関数に同様の変換を施すことによって得られる買い入札率関数を示す. なお, これらの入札率関数は, 入札量-価格関数の x 軸のスケールを, それぞれ売り, 買いについて総量で割ることで率に基準化したものであるが, 逆に入札率関数を入札量-価格関数に変換するには, 売り入札総量, あるいは買い入札総量を, x 軸の売り入札率, 買い入札率にそれぞれ掛け戻せばよい.

入札量-価格関数においては, 約定価格に対応する入札量は, 売り, 買いともに共通の値, すなわち約定量によって与えられる. 一方, 入札率関数の場合, 約定価格に対する入札率は, 売り, 買いそれぞれにおいて個別の値をとる¹⁶. 本論文では, このような約定価格を与える入札率を, それぞれ, 売り約定率, 買い約定率と呼ぶ. 約定率は, 約定価格を与える入札量を売り, 買いの入札総量で割ったものであるが, 先にも述べた通り, 約定価格を与える入札量は約定量であるので, 約定率は約定量を売り入札総量, あるいは買い入札総量で割った値として, 観測データから計算することができる.

¹⁴JEPX が全国共通の価格で約定している訳ではないため, システムプライスはあくまで約定価格の指標であるが, ここではシステムプライスを約定価格と見なして分析を進める.

¹⁵例えば, 約定価格に対する約定量の回帰式等によって入札量-価格関数を推定する場合, 売りと買いの2つの関数を1つの交点における約定量, 約定価格の観測値のみから推定することに起因する識別問題が生じる.

¹⁶Fig. 4.2 右図参照. x 軸と平行な点線の約定価格に対し, 売り入札率, 買い入札率は, 個別の値をとっている.

個々のスポット電力商品に対して、入札率関数が日付によらず一定であると仮定すれば、観測データから計算される売り・買い約定率は、価格に対する入札率関数の断面(売り入札率, 買い入札率の x 座標) が日々の価格変化とともに観測されたものと考えられる。従って、このような断面をつなぎ合わせたものを平滑化スプライン関数などで補間(あるいは推定)することで、売り入札率関数, 買い入札率関数(の推定値)を表示することができる。売り入札率関数, および買い入札率関数が構築されれば, x 軸の入札率に売り入札総量, 買い入札総量を掛けてスケールを変換することによって, 売り入札量-価格関数, 買い入札量-価格関数がそれぞれ計算される。以上が, 本論文における入札量-価格関数推定の基本的な考え方である。

4.2 入札率関数の構築

前項の最後で, 入札率関数が日付によらず一定として推定手法の考え方を説明したが, 実際には入札率関数は日々変動することが想定される。本論文では, このような日々の変動を気温や曜日・祝日に関する変数を導入することによってモデルの中に取り込むことを考える。具体的には, GAM (2.1) と同様に曜日・祝日ダミー変数, さらに第 t 日における時刻 m の全国気温インデックス値 $T_t^{(m)}$ を説明変数として追加し, 入札率関数を構築する。なお, 全国気温インデックスは, 気象庁ホームページ「全国の気温」でカバーする国内 20 都市の時間ごと(1日につき 24 時間分)の気温を, 地域別人口で加重平均したものである¹⁷。また, 第 t 日における時刻 m の売り約定率を $S_t^{(m)}$ (Sell matching rate), 買い約定率を $B_t^{(m)}$ (Buy matching rate) と表記すれば, $S_t^{(m)}$, $B_t^{(m)}$ は, 第 t 日における時間帯 m のスポット電力約定量を売りあるいは買い入札量で除した値として次式のように定義される¹⁸。

$$S_t^{(m)} = \frac{\text{約定量}}{\text{売り入札総量}}, \quad B_t^{(m)} = \frac{\text{約定量}}{\text{買い入札総量}} \quad \text{【第 } t \text{ 日, 時間帯 } m \text{ の値】}$$

ここでは, まず, 以下のように GAM を適用し, 売り, あるいは買い入札率関数を構築することを考える。

$$P_t^{(m)} = f^{(m)}(S_t^{(m)}) + h_f^{(m)}(T_t^{(m)}) + \beta_{1f}^{(m)} Mon_t + \dots + \beta_{6f}^{(m)} Sat_t + \beta_{7f}^{(m)} Holiday_t + \beta_{8f}^{(m)} Period_t + \varepsilon_{g,t}^{(m)} \quad (4.1)$$

$$P_t^{(m)} = g^{(m)}(B_t^{(m)}) + h_g^{(m)}(T_t^{(m)}) + \beta_{1g}^{(m)} Mon_t + \dots + \beta_{6g}^{(m)} Sat_t + \beta_{7g}^{(m)} Holiday_t + \beta_{8g}^{(m)} Period_t + \varepsilon_{g,t}^{(m)} \quad (4.2)$$

ただし, $f^{(m)}$, $g^{(m)}$, $h_f^{(m)}$, $h_g^{(m)}$, $m = 0, 1, \dots, 23$ は GAM で推定する平滑化スプライン関数, $\varepsilon_{g,t}^{(m)}$, $\varepsilon_{g,t}^{(m)}$ は残差項であり, 他のダミー変数等は GAM (2.1) と同様に定義される。以下, 記法を簡単にするため, 特に断りがない限り時間帯に関する引数 m は省略するが, 全ての変数, 平滑化スプライン関数, および回帰係数は, 時間帯ごとに観測, あるいは推定されるものとする。

GAM (4.1), (4.2) における右辺第 2 項以降は, 気温, および曜日・祝日ダミー変数に関する項であり, 本分析において, これらの変数はコントロール変数の役割を果たす。一方, f , g は約定率に対する平滑化スプライン

¹⁷下記 20 都市 (<http://www.jma.go.jp/jp/yoho/>) の気温データを <http://www.data.jma.go.jp/gmd/risk/obsd1/> より取得。

釧路, 旭川, 札幌, 青森, 秋田, 仙台, 新潟, 金沢, 東京, 宇都宮, 長野, 名古屋, 大阪, 高松, 松江, 広島, 高知, 福岡, 鹿児島, 那覇

なお, 全国の人口データは総務省統計局 HP(<http://www.stat.go.jp/data/jinsui/index.htm>) より 2013 年 10 月 1 日時点推定値を取得し, 上記都市を含むもしくは近接する重複しない複数の県の人口で, JEPX システムプライスと同期間の各都市時間別気温(午前 0 時-23 時)に対する加重平均値を求めた。ただし, 北海道の場合は全人口を札幌, 釧路, 旭川で 1/2, 1/4, 1/4 に按分した。

¹⁸約定量, 売り入札量, 買い入札量は, システムプライスと同様, 30 分ごとの各商品に対して日次データが公開されているが, ここでは 00 分と 30 分のデータを平均して, 1 日につき 24 個 (24 時間分) の時間帯データを用いることとする。

ン関数であるが、本論文ではこれらの関数における引数を売り入札率を表す変数 r_S 、買い入札率を表す変数 r_B で置き換えることによって入札率関数を定義する。すなわち、時点 t における変数の観測値 P_t, S_t, B_t, T_t 、およびダミー変数値に対し、売り入札率関数 \bar{f}_t 、買い入札率関数 \bar{g}_t を、それぞれ次式のように構築する¹⁹。

$$\bar{f}_t(r_S) = f(r_S) + h_f(T_t) + \beta_{1f}Mon_t + \cdots + \beta_{6f}Sat_t + \beta_{7f}Holiday_t + \beta_{8f}Period_t + \varepsilon_{f,t} \quad (4.3)$$

$$\bar{g}_t(r_B) = g(r_B) + h_g(T_t) + \beta_{1g}Mon_t + \cdots + \beta_{6g}Sat_t + \beta_{7g}Holiday_t + \beta_{8g}Period_t + \varepsilon_{g,t} \quad (4.4)$$

ここで、約定量、売り、買い入札総量の観測値を $\hat{V}_t, \bar{V}_{S,t}, \bar{V}_{B,t}$ 、売り入札量、買い入札量を表す変数を V_S, V_B とすれば、入札率関数 $\bar{f}_t(r_S)$ 、 $\bar{g}_t(r_B)$ において $r_S = V_S/\bar{V}_{S,t}$ 、 $r_B = V_B/\bar{V}_{B,t}$ とおいた V_S, V_B の関数 $\bar{f}_t(V_S/\bar{V}_{S,t})$ 、 $\bar{g}_t(V_B/\bar{V}_{B,t})$ は、入札率関数を変数変換することによって導出される入札量-価格関数である。また、このような入札量-価格関数の交点は以下の関係 (交点条件) を満たしている。

$$V_S = V_B = \hat{V}_t, \quad \bar{f}_t\left(\hat{V}_t/\bar{V}_{S,t}\right) = \bar{g}_t\left(\hat{V}_t/\bar{V}_{B,t}\right)$$

売り入札量-価格関数、買い入札量-価格関数上の座標は、入札率の変数 r_S, r_B を用いれば、それぞれ、

$$(r_S \bar{V}_{S,t}, \bar{f}_t(r_S)), \quad (r_B \bar{V}_{B,t}, \bar{g}_t(r_B))$$

のように表現され、入札率関数の x 軸が、入札総量 $\bar{V}_{S,t}, \bar{V}_{B,t}$ を掛けることによってスケール変換されていることが分かる。また、(4.3), (4.4) 式右辺の気温や曜日・祝日ダミーに関する項、および残差は、変数の観測値が与えられれば値が固定され、これらの変数の影響は入札量関数の高さ (線形関数であれば切片に相当) に反映される。このように、本手法は、コントロール変数である気温や曜日・祝日ダミーの影響を除いた残りの部分を約定率 (あるいは入札率) の関数としてモデル化した上で、変数の観測値を用いて関数の高さ、入札総量を用いて x 軸のスケールを調整することによって、入札量-価格関数を構築する手法と解釈することができる。

4.3 同時推定手法

前項で述べた入札率関数推定法は、2本の GAM(4.1), (4.2) から、売り入札率関数、買い入札率関数を個別に推定するものである。一方、このような個別推定手法においては、残差項に 0 を代入した GAM(4.1), (4.2) における P_t の回帰予測式は互いに一致しない。結果として、残差項を 0 とした回帰予測式から、

$$\bar{f}_t(r_S) = f(r_S) + h_f(T_t) + \beta_{1f}Mon_t + \cdots + \beta_{6f}Sat_t + \beta_{7f}Holiday_t + \beta_{8f}Period_t \quad (4.5)$$

$$\bar{g}_t(r_B) = g(r_B) + h_g(T_t) + \beta_{1g}Mon_t + \cdots + \beta_{6g}Sat_t + \beta_{7g}Holiday_t + \beta_{8g}Period_t \quad (4.6)$$

のように売り入札率関数 \bar{f}_t 、買い入札率関数 \bar{g}_t を構築した場合、交点条件 $\bar{f}_t(S_t) = \bar{g}_t(B_t)$ が満たされないという問題が生じる²⁰。それに対して、以下で導入する同時推定手法を用いて売り入札率関数、買い入札率関数を推定した場合、残差を 0 とおいた回帰予測式に対しても、交点条件は満たされるようになる。

同時推定手法においては、売り入札率関数 \bar{f} 、買い入札率関数 \bar{g} を、次式の GAM から同時に推計することを目的としている。

$$P_t = f(S_t) + g(B_t) + h(T_t) + \beta_1 Mon_t + \cdots + \beta_6 Sat_t + \beta_7 Holiday_t + \beta_8 Period_t + \varepsilon_t \quad (4.7)$$

¹⁹ 残差項 $\varepsilon_{f,t}, \varepsilon_{g,t}$ は陽には与えられないが、変数の観測値から GAM (4.1), (4.2) を用いて計算することができる。

²⁰ $\bar{f}_t(S_t) = P_t - \varepsilon_{f,t}$ 、 $\bar{g}_t(B_t) = P_t - \varepsilon_{g,t}$ であるが、一般に $\varepsilon_{f,t} \neq \varepsilon_{g,t}$ であるため、 $\bar{f}_t(S_t) \neq \bar{g}_t(B_t)$ である。

ただし, f, g, h は平滑化スプライン関数, ε_t は残差項であり, ダミー変数等は GAM (2.1) と同様である.

GAM (4.7) の第3項以降は, 下記に示す売り約定率関数 \bar{f} , 買い約定率関数 \bar{g} を構築する際の共通項 (システムティック・ファクター) を与える. ここでは, システムティック・ファクターをまとめて,

$$Systematic_t = h(T_t) + \beta_1 Mon_t + \dots + \beta_6 Sat_t + \beta_7 Holiday_t + \beta_8 Period_t \quad (4.8)$$

のように記述する. また, \bar{f}_t, \bar{g}_t を以下のように定義する.

$$\bar{f}_t(r_S) = f(r_S) + g(B_t) + Systematic_t, \quad \bar{g}_t(r_B) = g(r_B) + f(S_t) + Systematic_t \quad (4.9)$$

(4.9) の2式における第1項以外の項は, 時点 t における説明変数の観測値 (あるいは予測値) が与えられれば固定されることに注意する. f, g が, それぞれ単調増加, 単調減少であれば, $\bar{f}_t(r_S), \bar{g}_t(r_B)$ は $r_S = S_t, r_B = B_t$ で唯一の交点を持ち, このときの交点 $\bar{f}_t(S_t) = \bar{g}_t(B_t)$ は P_t の推定値を与える. 観測値として価格 P_t も与えられれば, 残差 ε_t も計算されるので, \bar{f}_t, \bar{g}_t を

$$\bar{f}_t(r_S) = f(r_S) + g(B_t) + Systematic_t + \varepsilon_t, \quad \bar{g}_t(r_B) = g(r_B) + f(S_t) + Systematic_t + \varepsilon_t \quad (4.10)$$

のように再定義すれば, 価格の実績値 P_t に対し, $\bar{f}_t(S_t) = \bar{g}_t(B_t) = P_t$ が成り立つ. このように, \bar{f}_t, \bar{g}_t は, それぞれ, 観測変数に関する実績値が与えられた際の, 売り入札率関数, 買い入札率関数の推定値を与える. 一方, S_t, B_t を所与として, 将来時点の価格を予測するようなケースにおいては, 残差 ε_t を0に設定することも考えられる. このような場合は, (4.9) 式の \bar{f}_t, \bar{g}_t を, 売り入札率関数, 買い入札率関数の推定値として利用することが可能である.

本項で述べた GAM (4.7) に基づく同時推定手法は, 1本の GAM で売りと買いの2本の入札率関数を導くという点において, 一見, 不自然に見えるかもしれないが, 本推定手法が, 元々は売り入札率関数と買い入札率関数を別々に推定する上で, 売り入札率関数を推定する際は需要の代理変数である買い約定率, 買い入札率関数を推定する際は供給の代理変数である売り約定率を, それぞれコントロール変数として導入しているものと考えれば分かりやすい. 電力市場の場合, 売り手側の入札量と入札価格は, 発電事業主が保有する発電設備の容量とコストに依存する. 一般に発電事業主は, 需要を見据えながらコストの低い発電設備から順に発電を行い, 容量が不足する可能性があればより高いコストの発電設備を使用して発電を行う. 発電事業主は, JEPX での取引とは別に, 事前に需要家と相対で売電契約を結んでいるケースが多いので, 需要が高くなることが予想されれば, コストの低い電力は事前契約によってすでに価格が固定されている需要家に送電されるので, コストの高い (従って価格の高い) 電力が JEPX に売り入札として出される. このように, 売り手側は需要を見据えて入札を行うため, 需要は売り入札に大きく影響を与えるが, 本分析は, このような需要の影響をコントロールし, 純粋に供給力と価格の関係をモデル化することを試みたものと捉えることができる. 一方, 買い手側にとっても, 保有する発電設備だけでは事前契約を賄いきれず, 不足電力を補うために JEPX で買い入札を行う場合, 確実に不足電力を確保するためには, 供給量と価格を見据えて入札を行うことが想定される. 以上から, 売り入札率関数を推定する際は需要の代理変数である買い約定率, 買い入札率関数を推定する際は供給の代理変数である売り約定率をそれぞれコントロール変数として導入することは, 電力市場における入札行動とも適合するものと考えられる. このように, 電力市場における入札行動を考慮しつつ, 売り入札率関数 (買い入札率関数) を推定する際に, 買い約定率 (売り約定率) をコントロール変数として平滑化スプライン関数を適用した GAM を用いれば, 両者の GAM は一致し, 結果として, 同時推定手法が構築されることになる.

4.4 入札率関数の単調化変換

個別推定問題の GAM (4.1), (4.2), および同時推定の GAM (4.7) によって売り入札率関数, 買い入札率関数を構築する際, 平滑化スプライン関数 (例えば 3 次のスプライン関数) を用いて約定率の関数を推定すると, 結果として得られる入札率関数が単調性 (売り入札率関数であれば単調増加, 買い入札率関数であれば単調減少) を満たさない可能性がある. 本論文では, このような単調性を満たす GAM を厳密に解くための手法については今後の課題とし, 代わりに, 推定した約定率の平滑化スプライン関数を, 標本点上で単調性を満たすように変換することを考える.

議論を単純にするために, ここでは以下のような, 被説明変数 y_n を単一の変数 x_n で表現する平滑化スプライン関数 ϕ が推定されているものとする.

$$y_n = \phi(x_n) + c + \epsilon_n, \quad n = 1, \dots, N \quad (4.11)$$

$$\text{Mean}[\phi(x_n)] = 0$$

ただし, c は定数項, $\text{Mean}[\cdot]$ は標本平均, ϵ_n は $\text{Mean}[\epsilon_n] = 0$ を満たす残差項である. また, 一般性を失うことなく, 説明変数 x_n は,

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N \quad (4.12)$$

を満たすとする²¹.

このとき, ϕ を単調増加関数 $\hat{\phi}$ に変換することを目的として, 以下の最適化問題を考える²².

$$\begin{aligned} \min_{\psi_1, \dots, \psi_N} \quad & \sum_{n=1}^N [\phi(x_n) - \psi_n]^2 \\ \text{s.t.} \quad & \psi_1 \leq \psi_2 \leq \dots \leq \psi_N \\ & \psi_1 + \dots + \psi_N = 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

問題 (4.13) は, 線形制約条件の下での二次計画問題であり, 内点法などを適用することにより効率的に解くことができる. また, 問題 (4.13) の解を $\hat{\psi}_n, n = 1, \dots, N$ とすれば,

$$\hat{\phi}(x_n) = \hat{\psi}_n, \quad n = 1, \dots, N \quad (4.14)$$

を満たす関数 $\hat{\phi}$ は, 単調化条件と基準化条件

$$\hat{\phi}(x_1) \leq \hat{\phi}(x_2) \leq \dots \leq \hat{\phi}(x_N), \quad \text{Mean}[\hat{\phi}(x_n)] = 0 \quad (4.15)$$

を満たし, かつ, 標本点上で $\phi(x_n)$ との二乗平均誤差を最小にしている.

(4.14), (4.15) 式を満たす $\hat{\phi}$ であるが, 基本的には $(x_n, \psi_n), n = 1, \dots, N$ を通るという制約だけで, その候補は無数にある. 最も簡単な $\hat{\phi}$ の候補は, (x_n, ψ_n) を線形補間したものであるが, このようにして構築した関数は平滑化条件を満たさない. 一方, (x_n, ψ_n) を GAM と同様に 3 次のスプライン関数で補間する場合, 再び単調性の条件が満たされない可能性があるが, 文献 [9] では, 3 次のスプライン関数に単調性の制約を課

²¹(4.12) 式の条件が満たされない場合は, 第 n 行が $(x_n, \phi(x_n)), n = 1, \dots, N$ で与えられる行列を, 第 1 列目が昇順かつ $(x_n, \phi(x_n))$ が同一の列になるようにソートしたものを利用すればよいので, (4.12) 式の条件は一般性を失わない.

²²単調減少関数に変換する場合は, 不等式制約を, $\psi_1 \geq \psi_2 \geq \dots \geq \psi_N$ で置き換えればよい.

し、補間するための手法を提案している²³。本論文では、補間については線形補間を採用することとし、単調性条件下でのスプライン補間、あるいは単調性を満たす GAM の構築については今後の課題とする。なお、約定率の関数を単調化した際の近似精度については、 $\hat{\phi}(x_n)$ を用いた際の残差

$$\hat{\epsilon}_n = y_n - \hat{\phi}(x_n)$$

に対して決定係数

$$1 - \text{Variance}(\hat{\epsilon}_n) / \text{Variance}(y_n) \quad (4.16)$$

を計算し、 $\phi(x_n)$ を用いた場合の決定係数

$$1 - \text{Variance}(\epsilon_n) / \text{Variance}(y_n) \quad (4.17)$$

と比較することにより、評価することができる。(4.16) 式の決定係数の値が (4.17) 式が与えるものに十分近ければ、単調化をしても、決定係数の差で与えられるモデル適合度への影響は微小であるものと判断される。

以下、このような二次計画問題を解くことによって、同時推定問題の GAM (4.7) における f, g を単調変換した場合の、売り入札率関数、買い入札率関数を示す。ただし、GAM (4.7) を適用した際の平滑化スプライン関数は、 $\text{Mean}[f(S_t)] = 0, \text{Mean}[g(B_t)] = 0, \text{Mean}[h(T_t)] = 0$ を満たすとする²⁴。

まず、GAM (4.7) における f, g を、二次計画問題 (4.13) を解くことによって単調増加関数、単調減少関数に変換したものを、それぞれ \hat{f}, \hat{g} とし、 \hat{f}, \hat{g} を用いた際の残差 $\hat{\epsilon}_t$ を以下のように定義する。

$$\hat{\epsilon}_t := P_t - \hat{f}(S_t) - \hat{g}(B_t) - \text{Systematic}_t \quad (4.18)$$

ただし、 Systematic_t は (4.8) 式で定義される。このとき、時点 t における売り入札率関数 \bar{f}_t 、買い入札率関数 \bar{g}_t は、以下のように与えられる。

$$\bar{f}_t(r_S) = \hat{f}(r_S) + \hat{g}(B_t) + \text{Systematic}_t + \hat{\epsilon}_t, \quad \bar{g}_t(r_B) = \hat{g}(r_B) + \hat{f}(S_t) + \text{Systematic}_t + \hat{\epsilon}_t \quad (4.19)$$

$\hat{\epsilon}_t$ の定義より明らかに、 \bar{f}_t, \bar{g}_t は、 $P_t = \bar{f}_t(S_t) = \bar{g}_t(B_t)$ を満たしている。また、 $\hat{\epsilon}_t$ は、

$$\hat{\epsilon}_t = \epsilon_t + f(S_t) - \hat{f}(S_t) + g(B_t) - \hat{g}(B_t)$$

のように書けるので、単調化変換後の残差 $\hat{\epsilon}_t$ は、二次計画問題を解いた後、目的関数における $f(S_t) - \hat{f}(S_t), g(B_t) - \hat{g}(B_t)$ の値を、単調化変換前の残差 ϵ_t に足し戻すことによって求めることもできる。

5 入札量-価格関数推定結果

ここでは、分析データとして、第3節で使用した JEPX システムプライスに加え、約定量、売り入札総量、買い入札総量、および全国気温インデックス値の実績データを使用する。ただし、約定量、売り入札総量、買い入札総量は、第3節までの分析と同様、各時間0分と30分の平均をとって時間帯別(0-23時)に換算するものとする。

²³ただし、文献 [9] のスプライン関数は、単調性を満たす代わりに、3次スプライン関数の要件の一つである C^2 級の条件は満たされなくなるため、滑らかであるが厳密には3次スプライン関数のクラスに属さない。

²⁴GAM (4.7) に定数項 c を導入することにより、一般性を失うことなくこれらの条件は満たされる。

る．また，2005年8月7日までの約定量に欠測値が存在するので，本分析では，データ期間の起点を2005年8月8日（終点を2014年6月10日）とする．この場合，時系列方向のサンプル数は $N = 3,229$ ($t = 1, \dots, 3,229$) である．なお，分析は個別推定手法 (GAM (4.1), (4.2))，および同時推定手法両方のケースについて行っているが，推定結果に大きな相違はみられないため，紙面の関係上，ここでは同時推定手法の結果を中心に示す．

5.1 GAMの推定結果

Fig. 5.1–Fig. 5.4 は，それぞれ同時推定手法における GAM (4.7) の平滑化スプライン関数（約定率，気温），定数項と日次ダミー係数の年換算値の推定結果を示す．ただし，Fig. 5.1–Fig. 5.3 の左図は，それぞれ，9時，11時，13時，15時，17時，19時の時間帯価格に対する売り約定率，買い約定率，気温の平滑化スプライン関数，Fig. 5.1–Fig. 5.3 の右図は21時，23時，1時，3時，5時，7時の時間帯価格に対してのものである．また，Fig. 5.1–Fig. 5.2 における垂直な点線は，横軸が示す約定率の中間値を表す．なお，これらのスプライン関数は平均値が0になるように標準化されていることに注意する²⁵．各時間帯におけるスプライン関数の平均値の和は説明変数の影響を除いた時間帯価格の平均水準を与えるものと考えられるが，この値は Fig. 5.4 の実線が示す定数項に一致する²⁶．

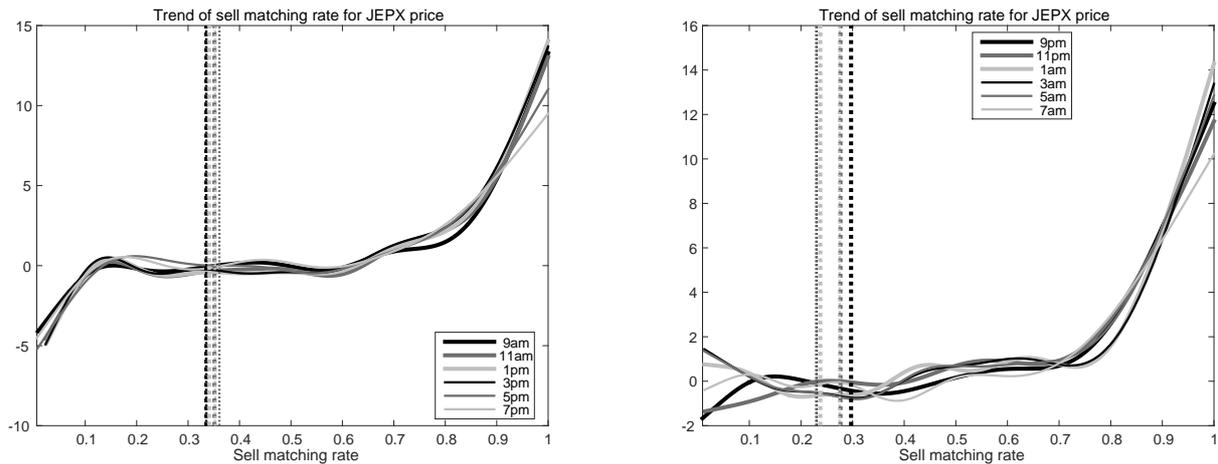


Fig. 5.1: 売り約定率の平滑化スプライン関数 (左: 午前9時–午後7時, 右: 午後9時–午前7時)

以下，平滑化スプライン関数の推定結果が示す約定率と価格の関係について議論する．まず，Fig. 5.1 に示す売り約定率のスプライン関数推定結果からは，約定率が0.7を上回るあたりから約定率の上昇とともに価格が大きく上昇し，約定率の上昇に対する価格感応度も高いことが分かる．売り入札の原資を与えられ火発電の場合，発電コストの高い発電所の電力ほど高い価格で入札されるものと考えられるが，約定率が高い場合，通常は約定されない高い価格の電力も約定されるので，このような急激な価格上昇が生じるものと

²⁵ 気温であれば， $h(T_t)$ の標本平均が0になるように調整されている．

²⁶ 定数項を比較すると，昼間の時間帯（10–17時）において，価格水準が他よりも高いことが分かる．一方，Fig. 5.4 の点線が示す日次ダミー係数の年次換算値によれば，価格上昇は朝晩（0–9時，18時以降）の方が顕著であるが，これは原子力発電所の停止の影響も考えられ，震災前と震災以降で比較するなどの分析が今後の課題として挙げられる．なお，曜日・祝日ダミー係数の推定値については，傾向が Fig. 3.3 の結果と同様であったので，紙面の都合上，ここには掲載していない．

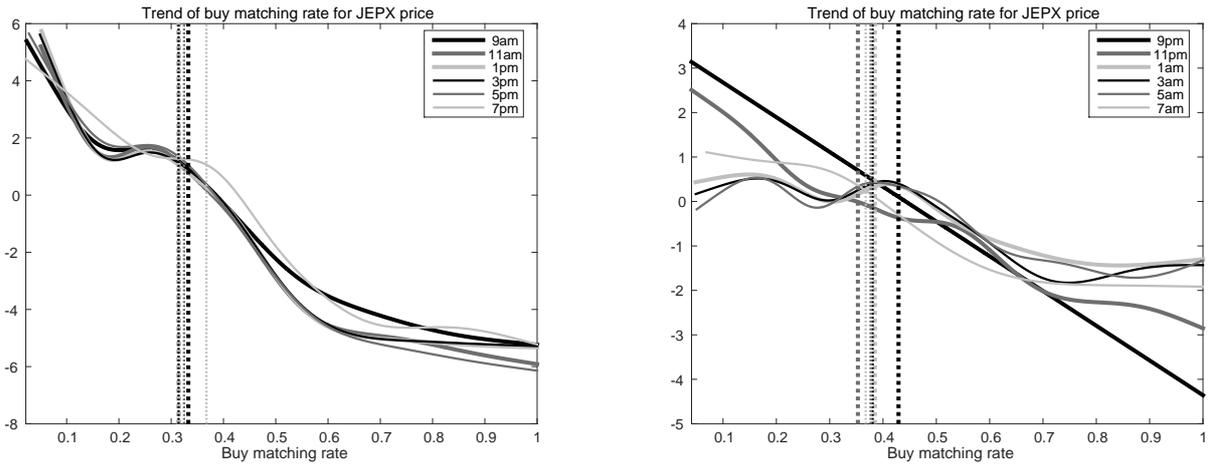


Fig. 5.2: 買い約定率の平滑化スプライン関数 (左: 午前9時-午後7時, 右: 午後9時-午前7時)

考えられる。特に、約定率が0.9以上の場合と0.7以下の場合では全ての時間帯において価格に10円程度の差があり、売り約定率が高い値で推移した場合、約定率の変化が価格の大幅な上昇につながることを示唆される。

Fig. 5.2の買い約定率についてのスプライン関数推定結果からは、売りのケースとは逆に約定率の低下にともなう価格の上昇が観測される。ただし、買い約定率のスプライン関数の場合、日中と夜間で傾向が異なり、夜間の方は時間帯ごとに形状が若干異なる。一方、日中の場合、約定率が減少するにつれて価格は緩やかに上昇するが、0.6以下のところで傾きが急になり、中央値を与える0.3-0.35以下のあたりで一度フラットになる。さらに、約定率が0.2を下回るあたりで価格が大きく上昇することが見てとれる。

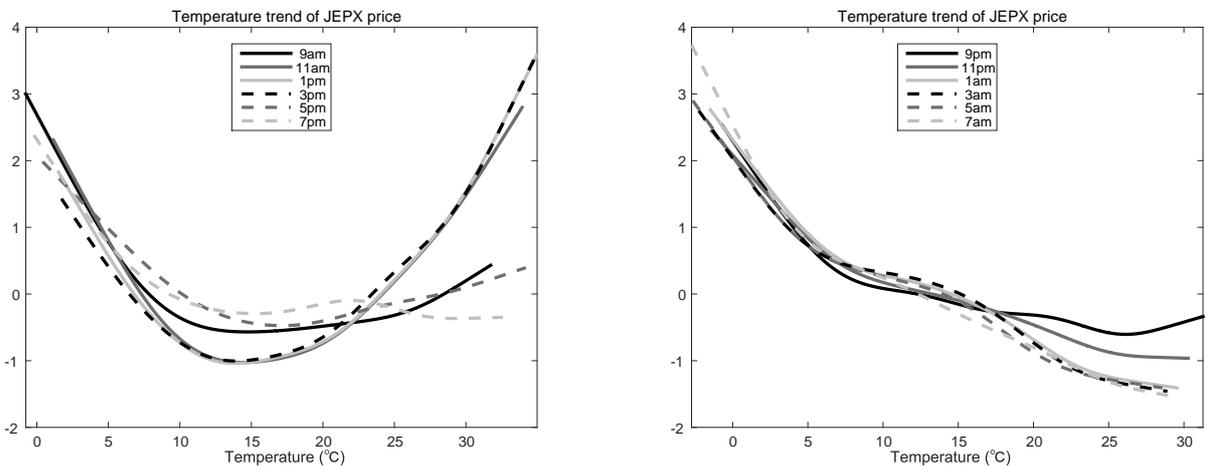


Fig. 5.3: 気温の平滑化スプライン関数 (左: 午前9時-午後7時, 右: 午後9時-午前7時)

つぎに、Fig. 5.3に示される、気温の平滑化スプライン関数について考察する。まず、日中である午前11時、午後1時、午後3時の気温の価格に与える影響は、気温の高い場合と低い場合で異なることが分かる。例えば、午後1時のスプライン関数の場合、気温が高いところで価格が高く、かつ気温の低いところでも価格が

高くなるという、夏期および冬季の、冷房あるいは暖房需要の影響をそれぞれ反映している。また、夏期の気温が高い際の気温に対する価格感応度の方が、冬季の気温が低い際の気温に対する価格感応度より絶対値が高く、冷暖房需要の相対的な影響の違いも観測されている。一方、夜間から明け方にかけては、気温が低いところでの価格感応度は高いが、気温が高いところでは価格は気温に対してほとんど反応せず、深夜・早朝は暖房需要が気温による価格変動の大きな要因であるといえる。

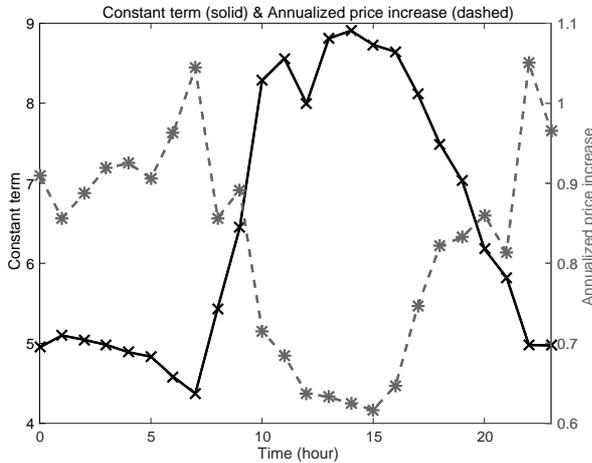


Fig. 5.4: 定数項と日次ダミー係数の年換算値

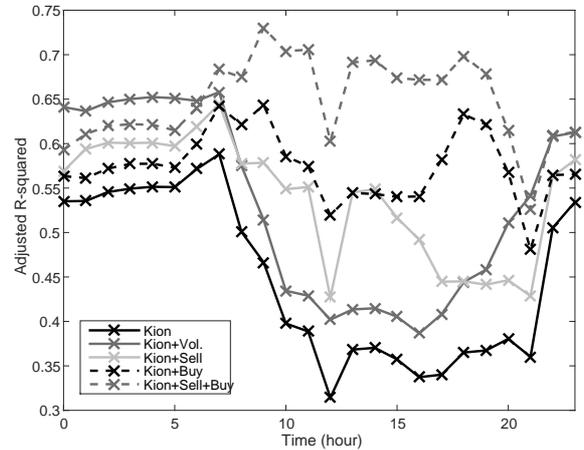


Fig. 5.5: 調整済 R^2

Fig. 5.5 は、GAM (4.1), (4.2), および GAM (4.7) の自由度調整済決定係数 (調整済 R^2) を、それぞれ時間帯ごとに比較したものである。ただし、黒の実線 (Kion) は、GAM (4.1) あるいは GAM (4.2) で約定率の項を除外した気温のスプライン関数のみを含む GAM²⁷、濃いグレーの実線 (Kion+Vol.) はこれに約定量のスプライン関数を追加した GAM, 残りの薄いグレーの実線 (Kion+Sell), 黒の点線 (Kion+Buy), 濃いグレーの点線 (Kion+Sell+Buy) は、それぞれ、GAM (4.1), GAM (4.2), GAM (4.7) の調整済 R^2 を示す。まず、日中の時間帯である午前 8 時-午後 6 時においては、Kion, Kion + Vol., Kion+Sell (GAM (4.1)), Kion+Buy (GAM (4.2)), Kion+Sell+Buy (GAM (4.7)) の順に調整済 R^2 で見積もられる当てはまり精度が向上する傾向にある。特に、同時推定の GAM (4.7) では、昼間の時間帯を含む午前 7 時-午後 7 時の調整済 R^2 が 70%前後で推移しており、他のモデルと比べて、価格に対する高い説明力を示している。

5.2 平滑化スプライン関数の単調化と入札量-価格関数の構築

前項で推定した約定率の平滑化スプライン関数であるが、単調性を満たしていないものがいくつか存在していることが分かる。本項では、前項で得られた平滑化スプライン関数を単調変換した上で、実際に売り入札量-価格関数、買い入札量-価格関数を構築する。Fig. 5.6 の 2 つの図は、それぞれ、Fig. 5.1, Fig. 5.2 で表示し

²⁷Fig. 5.5 の黒の実線が示す気温のスプライン関数のみの分析結果であるが、GAM (2.1) における周期性ダミー $Seasonal_t$ の代わりに全国 20 都市の気温から計算される気温インデックス値 $T_t^{(m)}$ を使用したものとなっている。これらの変数の価格に与える影響は重複する可能性があるため、ここでは、周期性 (周期性) と気温を同時に考慮するモデルは検証していないが、火力発電所の点検スケジュールなどは、比較的需要の低いと考えられる季節 (例えば春・秋) を見越して行われることも想定されるため、供給力に季節性の影響が反映される可能性がある。このような、季節性と気温を同時に考慮したモデルについては、今後の課題としたい。

た売り約定率，買い約定率の平滑化スプライン関数を，第 4.4 節の最適化問題 (4.13) に帰着させ単調化変換したものである²⁸。ただし，Fig. 5.6 では，紙面の都合上，9 時，11 時，13 時，15 時，17 時，19 時の時間帯価格に対する結果のみを示す²⁹。本分析で解く単調変換のための二次計画問題 (4.13) においては，変換前の関数が単調性を満たさない部分を中心に変換が施されるため，元々，単調増加，あるいは単調減少である部分は元の関数のままである。例えば，Fig. 5.1 と Fig. 5.6 における売り約定率のスプライン関数の変換前，変換後を比べると，価格が上昇する売り約定率が 0.6 以上のところでは，関数の形状がほぼ同一であることが分かる。

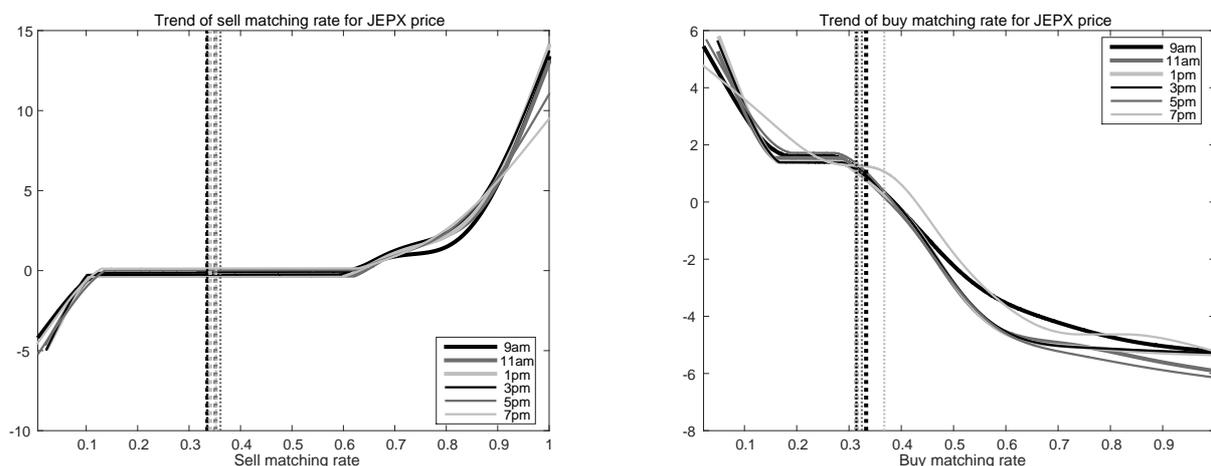


Fig. 5.6: 単調化した売り約定率のスプライン関数 (左) と買い約定率のスプライン関数 (右)

Fig. 5.7 は，(4.18) 式で定義される GAM(4.7) を単調変換した際の残差 $\hat{\epsilon}_t$ に対して，決定係数

$$\widehat{R}^2 = 1 - \text{Variance}(\hat{\epsilon}_t) / \text{Variance}(P_t) \quad (5.1)$$

を計算し，単調変換前の GAM(4.7) の決定係数と比較したものである。ただし，黒の実線は時間帯価格ごとの GAM(4.7) を単調変換した際の \widehat{R}^2 であり，実線上から表示されているグレーの線分の長さは，GAM (4.7) の決定係数との差を表している。点線は，このような \widehat{R}^2 と元の決定係数との差を，右側の縦軸で与えられる目盛で表示したものである。なお，この場合の決定係数 \widehat{R}^2 を定義する残差 $\hat{\epsilon}_t$ は，同時推定手法におけるスプライン関数 f, g 両方の単調化による誤差を含むが，決定係数の差はほとんどの時間帯で 1%以下，最大でも 1.5%以下に抑えられており，単調化によるモデル適合度の差はほとんど観測されていない。

最後に，分析期間 2005 年 8 月 8 日–2014 年 6 月 10 日において，買入札総量の平均値が最も高かった午後 3 時 (15 時) の価格について，前項で推定した約定率のスプライン関数と変数の観測値から入札率関数を構築し，入札総量を掛け戻すことで入札量-価格関数を計算した結果を示す。ただし，ここでは，売り入札率，買い入札率が中央値をとる日付について，入札量-価格関数を表示するものとする³⁰。

²⁸最適化問題 (4.13) は，MATLAB 関数 quadprog.m を使用して制約条件付二次計画問題を解いた。

²⁹なお，本分析においては，単調変換後の関数が厳密に増加，あるいは減少するために，二次計画問題 (4.13) の不等式条件の例えば第一不等号において， $\psi_1 - \psi_2 \leq 0$ ではなく $\psi_1 - \psi_2 \leq -1 \times 10^{-5}$ となるようにして問題を解いた。そのため，結果から得られる売り入札量-価格関数，買い入札量-価格関数は必ず単一の交点をもつ。ただし，JEPX では，量に対する価格の関係がフラットなところで交点をもつようなケースに対しても約定ルールが詳細に決められており，必ずしも厳密に増加，あるいは減少するように単調化条件を調整する必要はない。

³⁰本分析では，観測データがある 2005 年 8 月 8 日–2014 年 6 月 10 日の期間の任意の日付の入札量-価格関数を表示することがで

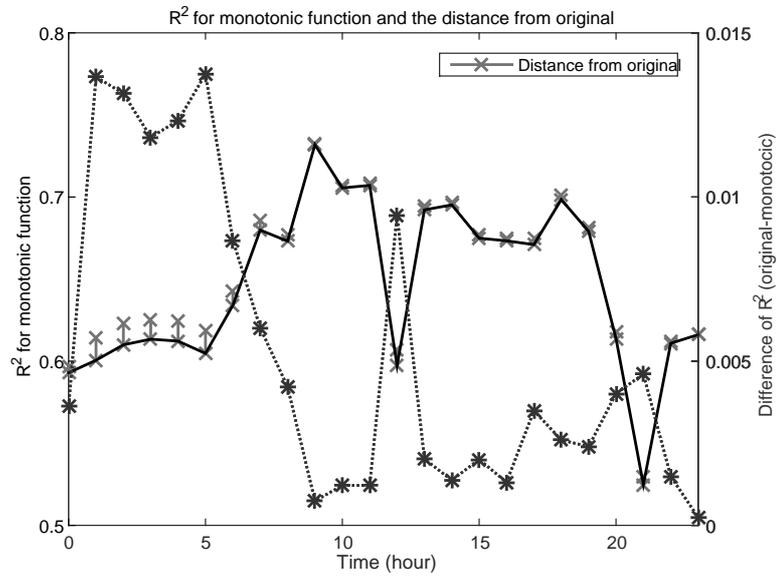


Fig. 5.7: 単調化した場合の決定係数 ($\widehat{R^2}$)

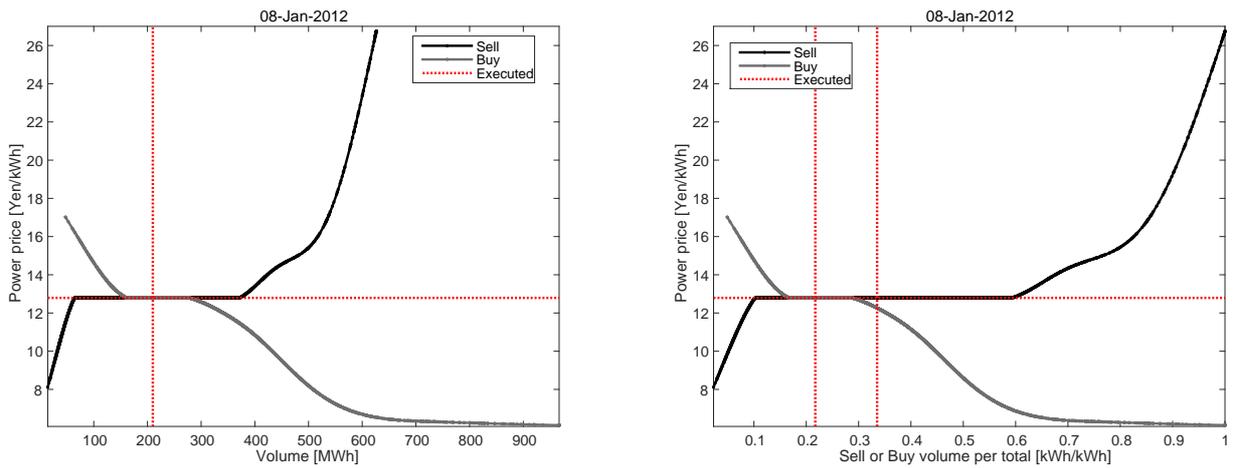


Fig. 5.8: 15時価格の入札量-価格関数(左図)と率の関数(右図)【売り約定率中央値】

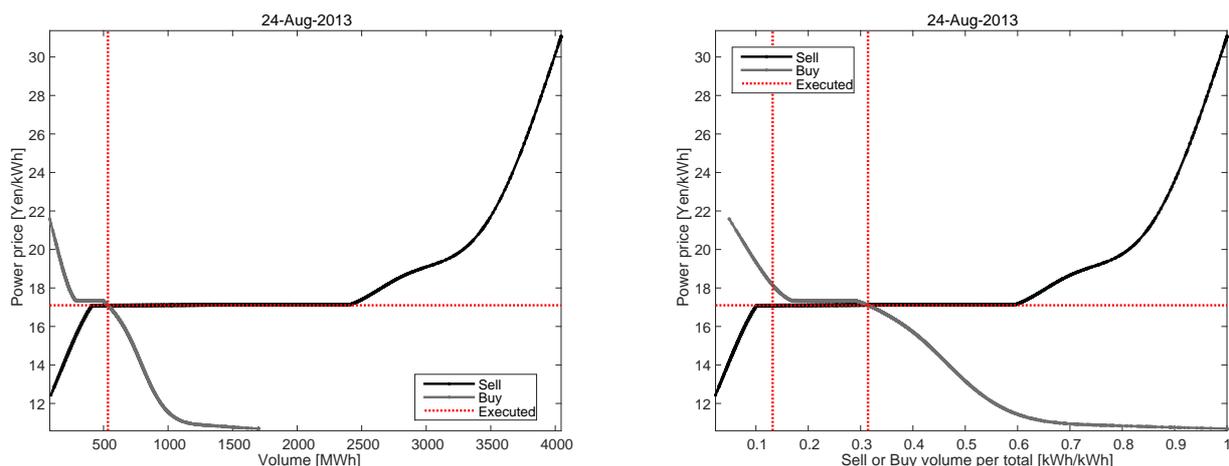


Fig. 5.9: 15時価格の入札量-価格関数(左図)と率の関数(右図)【買い約定率中央値】

Fig. 5.8, Fig. 5.9は、Fig. 5.6における15時価格のスプライン関数を用いて入札量-価格関数を構築した結果である。ただし、左図黒の実線は売り入札量-価格関数、グレーの実線は買い入札量-価格関数、点線は約定量と約定価格の実績値、右図黒の実線は変換前の売り入札率関数、グレーの実線は買い入札率関数、点線は売り約定率・買い約定率と約定価格の実績値を示している。なお、Fig. 5.8は15時価格の売り約定率が分析期間で中央値をとる2012年1月8日の結果であり、Fig. 5.9は、買い約定率が中央値をとる2013年8月2日のものである³¹。これらの結果から、まず、入札量-価格関数において、交点が約定量と約定価格の実績値を与えていることが分かる。また、買い入札率・売り入札率曲線においては、約定率を表す点線が、売りと買いで2本表示されているが、 x 軸に水平な点線が示す約定価格と売り入札率曲線、買い入札率曲線との交点が、それぞれ売り約定率、買い約定率に一致するので、ここでは、全ての結果について、右側の点線が売り約定率、左側の点線が買い約定率を示す点線となっている。これらの点線は、左側にあればあるほど、入札総量に対する約定量の比率が低いことを意味するので、本分析においては、売り約定率に対して買い約定率が相対的に低い値を示すことが分かる。これは、本分析が需要の高い時間帯を対象としているので、需要が供給を上回り、結果として売り約定率が買い約定率を相対的に上回るものになっているものと考えられる。

6 おわりに

本論文では、JEPXで取引されている電力スポット価格のシステムプライスを対象に、価格モデルの構築と外挿予測評価に関する分析を実施した。分析の結果、翌日価格予測の場合、決定係数で平均的には8-9割程度の比較的高い予測精度が達成される一方、昼間の時間帯に予測精度が7割以下まで低下することが確認された。さらに、約定量、売り入札総量、買い入札総量のデータを用いた入札量-価格関数の推定問題について検討し、価格に対する売り約定率、買い約定率のGAMから買い入札率曲線、売り入札率曲線をデータ解析的に導出す

きるが、平均的な傾向を見るため、中央値をとる日付のものを表示することとした。本手法を用いた入札量-価格関数の詳細な分析については、今後の課題とする。

³¹なお、入札量-価格関数と入札率関数の説明に用いたFig. 4.2も、午前9時価格の買い約定率が分析期間で中央値をとる2012年7月2日の推定結果である。

る手法を提案した。また、実績データを用いて売り入札率関数、買い入札率関数を推定した結果、売り入札率関数は売り約定率が高いところで、買い入札率関数は買い約定率が低いところで、約定量変化に対する価格感応度が高いことを示した。なお、今回は、データ期間を分割せずに分析を実施したが、今後の課題としては、例えば震災前後でデータ期間を分けて傾向を分析することなどが挙げられる。また、入札量-価格関数の分析に関しても、時間帯ごとの特徴の抽出や、価格ジャンプについての検討が今後の課題として挙げられる。

参考文献

- [1] T. Hastie and R. Tibshirani, *Generalized Additive Models*, Chapman & Hall, 1990.
- [2] H. Miyauchi and T. Misawa, “Regression Analysis of Electric Power Market Price of JEPX,” *Journal of Power and Energy Engineering*, 2, 483–488, 2014.
- [3] A. Neumaier and T. Schneider, “Algorithm 808: ARfit. A Matlab package for the estimation of parameters and eigenmodes of multivariate autoregressive models,” *ACM Trans. on Mathematical Software*, 27(4), 58–65, 2001.
- [4] 西川, “需給明示型モデルによる電力取引市場価格仮定の分析,” *JAFEE 冬季大会予稿集*, 92–105, 2005.
- [5] 日本卸電力取引所 (<http://www.jepx.org/>), 取引ガイド Ver. 1.40, 2004.
- [6] 大藤, 兼本, “状態空間モデルを用いた JEPX 価格モデリングの基礎検討,” *電気学会論文誌 (B)*128 巻 1 号, 57–66, 2008.
- [7] 大藤, 巽, “誤差修正モデルを用いた JEPX 前日スポット約定量の時系列分析,” *電気学会論文誌 (B)*133 巻 8 号, 664–671, 2013.
- [8] 辻谷, 外山, “R による GAM 入門,” *行動計量学* 34(1), 111–131, 2007.
- [9] G. Wolberg and I. Alfy, “ Monotonic cubic spline interpolation, ” *Proc. Int. Conf. Computer Graphics*, 188–195, 1999.
- [10] 山口, “同時方程式モデルを用いた JEPX の電力取引動向の実証研究,” *電力中央研究所 研究報告書*, Y06006, 2007.